

به نام خدا

جزوه کمک درسی MCDM

- ANP گام به گام

- ANP سوپر ماتریس

- AHP فازی

- TOPSIS فازی

هادی شیرویه زاد

WWW.shirouyehzad.ir

رویکرد گام به گام روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای

رویکرد گام به گام روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای یکی از رویکردهای این روش برای حل مسائل می باشد. این رویکرد با انجام ضرب ماتریسی مساله را حل می کند. رویکرد گام به گام حل مساله را با دو بخش اصلی پیش خواهد برد. در بخش اول معیارهای مساله و در بخش دوم، گزینه‌های مساله رتبه بندی خواهند شد. این روش دارای ۵ مرحله می باشد که با توجه به نتایج مراحل اول و دوم معیارهای مساله رتبه بندی خواهند شد. این رویکرد حل مساله را با تشکیل سوپر ماتریس انجام نمی دهد بلکه با روش ضرب ماتریسی جواب مناسب مساله را بدست خواهد آورد. در این روش برای تعیین وابستگی درونی بین گزینه‌ها، تاثیر گزینه‌ها بر یکدیگر بر مبنای هر معیار محاسبه می شود. این روش به پژوهشگر کمک می کند تا کلیه وابستگی های بین معیارها و گزینه‌ها را برای حل مساله در نظر بگیرد. لازم به ذکر می باشد برای حل این مساله نیاز به نرم افزار خاص نبوده و تنها با ضرب ماتریس ها در مراحل مختلف می توان جواب مناسب را محاسبه کرد. مراحل رویکرد گام به گام بدین صورت می باشد: (داس و چاکرابورتی، ۲۰۱۱: کارساک، ۲۰۰۲: وی & وو، ۲۰۰۷)

مرحله اول: مقایسه زوجی معیارها با توجه به هدف مساله

هر یک از معیارهایی که برای مقایسه گزینه‌های مدل مورد استفاده قرار می گیرند دارای اهمیت متفاوتی نسبت به هدف مساله می باشند. در واقع همه معیارها برای هدف مساله وزن یکسانی ندارند. در مرحله اول با مقایسه زوجی معیارها نسبت به هدف، اهمیت هر یک از معیارها نسبت به هدف مساله مشخص می شود. پس از تشکیل ماتریس مقایسه زوجی معیارها نسبت به هدف با محاسبه میانگین هندسی، وزن هر معیار نسبت به هدف مساله محاسبه خواهد شد. (W_1)

$$W_1 = (C_1, \dots, C_n)$$

مرحله دوم: مقایسه زوجی بین معیارها با توجه به هر معیار

در بیشتر موارد، معیارهایی که برای مقایسه گزینه‌ها مورد استفاده قرار می گیرند دارای وابستگی درونی با یکدیگر می باشند. در واقع معیارها بر یکدیگر تاثیر دارند و افزایش یا کاهش هر یک از آنها بی تاثیر بر معیارهای دیگر نمی باشد. در این مرحله اهمیت معیارها با توجه به هر معیار محاسبه می شود. اهمیت معیارها با توجه به وابستگی درونی بین معیارها محاسبه خواهد شد. کلیه معیارها نسبت به هر معیار به طور جداگانه مقایسه شده و وزن معیارها برای هر ماتریس مقایسه زوجی با کمک روش میانگین هندسی محاسبه خواهد شد. در نهایت اوزان بدست آمده برای معیارها که از مقایسات زوجی معیارها نسبت به هر معیار بدست آمده در ماتریس W_2 قرار خواهد گرفت. W_2 نشاندهنده ماتریس اوزان معیارها نسبت به معیارها می باشد. به طور مثال اوزان ستونی W_{21} نشاندهنده وزن معیارها نسبت به معیار اول می باشد.

$$W_2 = (W_{21}, \dots, W_{2n})$$

با توجه به مقایسات انجام گرفته در این دو مرحله می توان ارجحیت معیارها را مشخص کرد، برای اینکار ماتریس W_2 (تعداد سطرها و ستون‌هایش به تعداد معیارها می باشد) را در ماتریس W_1 (با یک ستون و به تعداد معیارها سطر) ضرب کرده و بر اساس وزن بدست آمده معیارها رتبه بندی خواهند شد. با ضرب سطر اول در ماتریس ستونی W_1 وزن معیار اول محاسبه خواهد شد.

$$W_C = W_2 * W_1$$

مرحله سوم: مقایسه زوجی بین گزینه ها با توجه به معیارها

در این مرحله با فرض اینکه وابستگی درونی بین گزینه ها وجود ندارد، با مقایسه زوجی گزینه‌ها نسبت به هر یک از معیارها، وزن هریک از گزینه‌ها برای معیارها، مشخص می‌شود. گزینه‌های مدل نسبت به هر معیار مساله دارای اهمیت ویژه-ای می‌باشد، برای تعیین اهمیت گزینه‌ها نسبت به هر معیار، گزینه‌ها به طور جداگانه نسبت به هر معیار مقایسه خواهد شد. پس از تشکیل ماتریس مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به هر معیار، وزن گزینه‌های هر ماتریس با کمک روش میانگین هندسی محاسبه خواهد شد. به طور مثال W_{31} نشاندهنده وزن گزینه‌ها نسبت به معیار اول می‌باشد.

مرحله چهارم: مقایسه زوجی بین گزینه ها نسبت به گزینه ها

در بعضی مسائل گزینه‌هایی که مورد مقایسه قرار می‌گیرند دارای وابستگی درونی می‌باشند. در واقع گزینه‌ها بر یکدیگر تاثیر می‌گذارند. این تاثیر در انتخاب مناسب گزینه‌ها تاثیر خواهد گذاشت. در این مرحله گزینه‌ها با توجه به هر یک از گزینه‌ها مقایسه خواهند شد. در واقع با توجه به وابستگی درونی بین گزینه‌ها، آنها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. اهمیت گزینه‌ها با توجه به تاثیر گزینه‌ها بر یکدیگر محاسبه می‌شوند. در این روش میزان تاثیری که گزینه‌ها بر یکدیگر می‌گذارند بر اساس تک تک معیارها سنجیده می‌شود. در واقع میزان تاثیر گزینه‌ها با توجه به یک معیار مشخص سنجیده می‌شود. به طور مثال W_{41} نشاندهنده وزن گزینه‌ها با توجه به وابستگی درونی گزینه‌ها نسبت به معیار اول می‌باشد. یا می‌توان گفت W_{41} نشاندهنده تاثیر گزینه‌ها بر یکدیگر نسبت به معیار اول می‌باشد. تعیین اهمیت گزینه‌ها با توجه به وابستگی درونی گزینه‌ها بر یکدیگر برای کلیه معیارها انجام خواهد گرفت.

سپس برای تعیین ارجحیت گزینه‌ها نسبت به معیارها، ماتریس‌های مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به گزینه‌ها نرمالیزه شده و در ماتریس ستونی مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به معیارها که در مرحله قبلی محاسبه شد ضرب می‌شود. این کار برای کلیه معیارها انجام خواهد گرفت. به طور مثال برای محاسبه W_{A1} ماتریس نرمالیزه شده W_{41} (ماتریس مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به گزینه‌ها با توجه به معیار اول) را در ماتریس ستونی W_{31} (وزن گزینه‌ها نسبت به معیار اول) ضرب کرده تا اهمیت نهایی گزینه‌ها نسبت به معیارها محاسبه خواهد شد. اینکار برای کلیه معیارها انجام خواهد گرفت و با توجه به نتایج بدست آمده ماتریس W_A تشکیل خواهد یافت. (W_A ماتریسی است که به تعداد گزینه‌ها، سطر و به تعداد معیارها، ستون دارد).

$$W_{A1} = W_{41} * W_{31}$$

$$W_{A2} = W_{42} * W_{32}$$

$$W_{Am} = W_{4m} * W_{3n}$$

$$W_A = (W_{A1}, \dots, W_{Am})$$

مرحله پنجم: تعیین ارجحیت گزینه‌ها

در مرحله آخر گزینه‌های مساله رتبه‌بندی خواهند شد. با ضرب ماتریس W_A در W_C ارجحیت گزینه‌ها با توجه به روش ANP بدست خواهد آمد. برای تعیین ارجحیت گزینه‌ها در این رویکرد ماتریس اهمیت گزینه‌ها نسبت به معیارها (W_A) در ماتریس وزن معیارها (W_C) ضرب خواهد شد و با توجه به وزن بدست آمده برای گزینه‌ها، ارجحیت آنها مشخص خواهد شد.

$$W_{ANP} = W_A * W_C$$

مثال : تعیین پروژه مناسب جهت تخصیص منابع

تعداد گزینه ها : ۳ مورد

تعداد معیارها: ۷ مورد

(Alternative: A, Criteria: C, Project: P)

حل مدل با رویکرد گام به گام فرآیند تحلیل شبکه‌ای

مرحله اول : تعیین اهمیت معیارها با توجه به هدف مساله

برای حل مساله تعیین پروژه مناسب جهت تخصیص منابع با کمک رویکرد گام به گام در مرحله اول اهمیت معیارها با توجه هدف مساله تعیین می‌شود. نتایج اهمیت معیارها نسبت به هدف مساله بدین صورت می باشد:

$$W_1 = (0.383, 0.163, 0.098, 0.022, 0.223, 0.072, 0.040)$$

مرحله دوم : مقایسه زوجی بین معیارها با توجه به هر معیار

در مرحله دوم اهمیت معیارها با توجه به وابستگی درونی معیارها مشخص خواهد شد. در واقع اهمیت معیارها با توجه به وابستگی درونی بین معیارها محاسبه می شود.

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار اول

W_{21}	C_1	C_3	C_5	C_6
C_1	1	7	5	3
C_3	1/7	1	1/3	1/5
C_5	1/5	3	1	1/3
C_6	1/3	5	3	1

$$W_{21} = (0.564, 0, 0.055, 0, 0.118, 0.263, 0)$$

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار دوم

W_{22}	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	1	1/5	3	1/3	1/3	5
C_2	5	1	7	3	3	9
C_3	1/3	1/7	1	1/5	1/5	3
C_5	3	1/3	5	1	3	7
C_6	3	1/3	5	1/3	1	7
C_7	1/5	1/9	1/3	1/7	1/7	1

$$W_{22} = (0.093, 0.422, 0.047, 0, 0.244, 0.169, 0.025)$$

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار سوم

W_{23}	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	1	5	1/3	7	3	9
C_2	1/5	1	1/5	3	1/3	5
C_3	3	5	1	7	3	7
C_5	1/7	1/3	1/7	1	1/3	3
C_6	1/3	3	1/3	3	1	5
C_7	1/9	1/5	1/7	1/3	1/5	1

$$W_{23} = (0.291, 0.085, 0.402, 0, 0.049, 0.146, 0.027)$$

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار چهارم

W_{24}	C_2	C_3	C_4	C_7
C_2	1	1/3	1/5	3
C_3	3	1	1/3	5
C_4	5	3	1	7
C_7	1/3	1/5	1/7	1

$$W_{24} = (0, 0.118, 0.263, 0.564, 0, 0, 0.055)$$

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار پنجم

W_{25}	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	1	1/3	5	1/5	3	1/3
C_2	3	1	9	1/3	7	3
C_3	1/5	1/9	1	1/9	1/3	1/7
C_5	5	3	9	1	5	3
C_6	1/3	1/7	3	1/5	1	1/5
C_7	3	1/3	7	1/3	5	1

$$W_{25} = (0.093, 0.268, 0.025, 0, 0.398, 0.047, 0.169)$$

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار ششم

W_{26}	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	1	5	3	3	1/3	7
C_2	1/5	1	1/3	1/5	1/5	3
C_3	1/3	3	1	1/3	1/5	3
C_5	1/3	5	3	1	1/3	5
C_6	3	5	5	3	1	7
C_7	1/7	1/3	1/3	1/5	1/7	1

$$W_{26} = (0.256, 0.053, 0.090, 0, 0.168, 0.402, 0.033)$$

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار هفتم

W_{27}	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
C_1	1	1/7	1/3	1/9	1/3	1/5	1/9
C_2	7	1	3	1/3	5	3	1/3
C_3	3	1/3	1	1/5	3	1/3	1/5
C_4	9	3	5	1	7	5	1/3
C_5	3	1/5	1/3	1/7	1	1/3	1/7
C_6	5	1/3	3	1/5	3	1	1/5
C_7	9	3	5	3	7	5	1

$$W_{27} = (0.022, 0.156, 0.059, 0.270, 0.037, 0.088, 0.369)$$

در پایان این دو مرحله می‌توان ارجحیت نهایی را برای هر معیار محاسبه کرد. رویکرد سوپر ماتریس روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای ارجحیت نهایی معیارها و گزینه‌ها را در مرحله پایانی و پس از تشکیل سوپر ماتریس بدست خواهد آورد در صورتی که در رویکرد گام به گام ابتدا معیارهای مساله رتبه بندی خواهند شد. پس از مقایسه زوجی معیارها نسبت به هر معیار، با اوزان بدست آمده برای هر معیار که از نتیجه مقایسات زوجی محاسبه شده، ماتریس W_2 تشکیل می‌گردد.

سپس برای تعیین ارجحیت نهایی معیارها برای مساله تعیین پروژه مناسب جهت تخصیص منابع، ماتریس W_2 در W_1 ضرب خواهد شد. برای اینکار هر سطر ماتریس W_2 در ماتریس ستونی W_1 ضرب خواهد شد.

$$W_c = W_2 * W_1 = \begin{bmatrix} 0.564 & 0.093 & 0.291 & 0 & 0.093 & 0.256 & 0.022 \\ 0 & 0.422 & 0.085 & 0.118 & 0.268 & 0.053 & 0.156 \\ 0.055 & 0.047 & 0.402 & 0.263 & 0.025 & 0.090 & 0.059 \\ 0 & 0 & 0 & 0.564 & 0 & 0 & 0.270 \\ 0.118 & 0.244 & 0.049 & 0 & 0.398 & 0.168 & 0.037 \\ 0.263 & 0.169 & 0.146 & 0 & 0.047 & 0.402 & 0.088 \\ 0 & 0.025 & 0.027 & 0.055 & 0.169 & 0.033 & 0.369 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.383 \\ 0.163 \\ 0.098 \\ 0.022 \\ 0.223 \\ 0.072 \\ 0.040 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.300 \\ 0.150 \\ 0.088 \\ 0.023 \\ 0.192 \\ 0.186 \\ 0.063 \end{bmatrix}$$

ماتریس W_c نشان‌دهنده ارجحیت نهایی معیارها برای مساله تعیین پروژه مناسب جهت تخصیص منابع می‌باشد. با توجه به محاسبات انجام گرفته ارجحیت معیارها بدین صورت می‌باشد:

$$W_c = (W_{C1}, W_{C2}, W_{C3}, W_{C4}, W_{C5}, W_{C6}) = (0.300, 0.150, 0.088, 0.23, 0.192, 0.186, 0.063)$$

مرحله سوم: مقایسه زوجی پروژه‌ها با توجه به معیارها

پس از رتبه‌بندی معیارها، نوبت به رتبه بندی پروژه‌ها می‌رسد. برای تعیین اهمیت پروژه‌ها با کمک رویکرد گام به گام روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای در ابتدا پروژه‌ها با توجه به هر معیار مقایسه خواهد شد.

اهمیت پروژه ها نسبت به معیارها

W_3	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
A_1	7	7	7	5	9	7	9
A_2	7	9	5	7	7	9	7
A_3	5	7	9	3	5	7	5
A_1	0.368	0.304	0.333	0.333	0.429	0.304	0.429
A_2	0.368	0.391	0.238	0.467	0.333	0.391	0.333
A_3	0.263	0.304	0.429	0.200	0.238	0.304	0.238
	W_{31}	W_{32}	W_{33}	W_{34}	W_{35}	W_{36}	W_{37}

مرحله چهارم: مقایسه زوجی بین پروژه ها نسبت به پروژه ها

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار اول

W_{41}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/3	5
A_2	3	1	5
A_3	1/5	1/5	1
A_1	0.238	0.217	0.455
A_2	0.714	0.652	0.455
A_3	0.048	0.130	0.091

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار دوم

W_{42}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/5	1/3
A_2	5	1	3
A_3	3	1/3	1
A_1	0.111	0.130	0.077
A_2	0.556	0.652	0.692
A_3	0.333	0.217	0.231

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار سوم

W_{43}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	7	3
A_2	1/7	1	1/5
A_3	1/3	5	1
A_1	0.678	0.538	0.714
A_2	0.097	0.077	0.048
A_3	0.226	0.385	0.238

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار چهارم

W_{44}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/3	5
A_2	3	1	5
A_3	1/5	1/5	1
A_1	0.238	0.217	0.455
A_2	0.714	0.652	0.455
A_3	0.048	0.130	0.091

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار پنجم

W_{45}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	3	5
A_2	1/3	1	3
A_3	1/5	1/3	1
A_1	0.652	0.692	0.556
A_2	0.217	0.231	0.333
A_3	0.130	0.077	0.111

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار ششم

W_{46}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	1/7	1/7
A_2	7	1	3
A_3	7	1/3	1
A_1	0.067	0.097	0.035
A_2	0.467	0.678	0.724
A_3	0.467	0.226	0.241

وابستگی درونی پروژه ها با توجه به معیار هفتم

W_{47}	A_1	A_2	A_3
A_1	1	3	5
A_2	1/3	1	5
A_3	1/5	1/5	1
A_1	0.652	0.714	0.455
A_2	0.217	0.238	0.455
A_3	0.130	0.048	0.091

$$W_{A1} = W_{41} * W_{31} = \begin{bmatrix} 0.238 & 0.217 & 0.455 \\ 0.714 & 0.652 & 0.455 \\ 0.048 & 0.130 & 0.091 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.368 \\ 0.368 \\ 0.263 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.287 \\ 0.622 \\ 0.089 \end{bmatrix}$$

$$W_{A2} = W_{42} * W_{32} = \begin{bmatrix} 0.111 & 0.130 & 0.077 \\ 0.556 & 0.652 & 0.692 \\ 0.333 & 0.217 & 0.231 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.304 \\ 0.391 \\ 0.304 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.108 \\ 0.634 \\ 0.256 \end{bmatrix}$$

$$W_{A3} = W_{43} * W_{33} = \begin{bmatrix} 0.678 & 0.538 & 0.714 \\ 0.097 & 0.077 & 0.048 \\ 0.226 & 0.385 & 0.238 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.238 \\ 0.429 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.660 \\ 0.071 \\ 0.269 \end{bmatrix}$$

$$W_{A4} = W_{44} * W_{34} = \begin{bmatrix} 0.238 & 0.217 & 0.455 \\ 0.714 & 0.652 & 0.455 \\ 0.048 & 0.130 & 0.091 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.467 \\ 0.200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.272 \\ 0.633 \\ 0.095 \end{bmatrix}$$

$$W_{A5} = W_{45} * W_{35} = \begin{bmatrix} 0.652 & 0.692 & 0.556 \\ 0.217 & 0.231 & 0.333 \\ 0.130 & 0.077 & 0.111 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.429 \\ 0.333 \\ 0.238 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.642 \\ 0.249 \\ 0.108 \end{bmatrix}$$

$$W_{A6} = W_{46} * W_{36} = \begin{bmatrix} 0.067 & 0.097 & 0.035 \\ 0.467 & 0.678 & 0.724 \\ 0.467 & 0.226 & 0.241 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.304 \\ 0.391 \\ 0.304 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.069 \\ 0.627 \\ 0.304 \end{bmatrix}$$

$$W_{A7} = W_{47} * W_{37} = \begin{bmatrix} 0.652 & 0.714 & 0.455 \\ 0.217 & 0.238 & 0.445 \\ 0.130 & 0.048 & 0.091 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.429 \\ 0.333 \\ 0.238 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.626 \\ 0.281 \\ 0.093 \end{bmatrix}$$

در نهایت ماتریس اهمیت استراتژی‌ها نسبت به معیارها تشکیل خواهد یافت. (W_A)

$$W_A = \begin{bmatrix} 0.287 & 0.108 & 0.660 & 0.272 & 0.642 & 0.069 & 0.626 \\ 0.622 & 0.634 & 0.071 & 0.633 & 0.249 & 0.627 & 0.281 \\ 0.089 & 0.256 & 0.269 & 0.095 & 0.108 & 0.304 & 0.093 \end{bmatrix}$$

مرحله پنجم: تعیین ارجحیت نهایی استراتژی‌ها

در مرحله آخر ارجحیت نهایی پروژه‌ها مشخص می‌شود. برای تعیین ارجحیت نهایی پروژه‌ها ماتریس W_A در W_C ضرب شده و بر اساس وزن بدست آمده برای هر پروژه، رتبه بندی پروژه‌ها انجام می‌گیرد.

$$W_{ANP} = W_A * W_C = \begin{bmatrix} 0.287 & 0.108 & 0.660 & 0.272 & 0.642 & 0.069 & 0.626 \\ 0.622 & 0.634 & 0.071 & 0.633 & 0.249 & 0.627 & 0.281 \\ 0.089 & 0.256 & 0.269 & 0.095 & 0.108 & 0.304 & 0.093 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.300 \\ 0.150 \\ 0.088 \\ 0.023 \\ 0.192 \\ 0.186 \\ 0.063 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.342 \\ 0.484 \\ 0.174 \end{bmatrix}$$

وزن نهایی پروژه‌ها بدین صورت بدست می‌آید:

$$W_{ANP} = (W_{P1}, W_{P2}, W_{P3})$$

$$W_{ANP} = (0.342, 0.484, 0.174)$$

حل مساله با رویکرد سوپر ماتریس

در این قسمت مساله با رویکرد سوپر ماتریس حل خواهد گردید. سوپر ماتریس در مساله مورد نظر دارای ۴ قسمت می باشد که بایستی تکمیل گردد. که هر یک از قسمت های سوپر ماتریس مربوط به مقایسات زوجی معیارها و گزینه ها می باشد.

قسمت A: اهمیت معیارها با توجه به هدف مساله

قسمت B: اهمیت معیارها با توجه به وابستگی درونی معیارها

قسمت C: اهمیت معیارها با توجه به گزینه های مساله

قسمت D: اهمیت گزینه ها با توجه به معیارهای مساله

لازم به ذکر است برای حل مساله با روش فرآیند تحلیل شبکه ای حداقل ۳ قسمت از ۵ قسمت سوپر ماتریس بایستی قابل تکمیل کردن باشد. در واقع بایستی بین معیارها و گزینه ها وابستگی متقابل و وابستگی درونی وجود داشته باشد.

سوپر ماتریس

	G	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	A ₁	A ₂	A ₃
G	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C ₁	A	B							C		
C ₂											
C ₃											
C ₄											
C ₅											
C ₆											
C ₇											
A ₁	-	D							-	-	-
A ₂	-								-	-	
A ₃	-								-	-	

مرحله اول: تعیین اهمیت معیارها با توجه به هدف مساله (قسمت A)

$$W_1 = (0.383, 0.163, 0.098, 0.022, 0.223, 0.072, 0.040)$$

مرحله دوم: مقایسه زوجی بین معیارها با توجه به هر معیار (قسمت B)

0.564	0.093	0.291	0	0.093	0.256	0.022
0	0.422	0.085	0.118	0.268	0.053	0.156
0.055	0.047	0.402	0.263	0.025	0.090	0.059
0	0	0	0.564	0	0	0.270
0.118	0.244	0.049	0	0.398	0.168	0.037
0.263	0.169	0.146	0	0.047	0.402	0.088
0	0.025	0.027	0.055	0.169	0.033	0.369

مرحله سوم: مقایسه زوجی معیارها با توجه به پروژه ها (قسمت C)

اهمیت پروژه ها نسبت به معیارها

	A ₁	A ₂	A ₃
C ₁	0.144	0.15	0.145
C ₂	0.136	0.15	0.135
C ₃	0.136	0.112	0.188
C ₄	0.136	0.168	0.089
C ₅	0.157	0.137	0.088
C ₆	0.14	0.146	0.258
C ₇	0.161	0.137	0.087

مرحله چهارم: مقایسه زوجی پروژه ها با توجه به معیارها (قسمت D)

اهمیت پروژه ها نسبت به معیارها

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
A ₁	0.368	0.304	0.333	0.333	0.429	0.304	0.429
A ₂	0.368	0.391	0.238	0.467	0.333	0.391	0.333
A ₃	0.263	0.304	0.429	0.200	0.238	0.304	0.238

در این قسمت با اوزان بدست آمده برای معیارها و پروژه ها سوپر ماتریس تشکیل می گردد.

سوپر ماتریس

	G	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	A ₁	A ₂	A ₃
G	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C ₁	0.383	0.654	0.093	0.291	0	0.093	0.256	0.022	0.144	0.15	0.145
C ₂	0.163	0	0.422	0.085	0.118	0.268	0.053	0.156	0.136	0.15	0.135
C ₃	0.098	0.055	0.047	0.402	0.263	0.025	0.090	0.059	0.136	0.112	0.188
C ₄	0.022	0	0	0	0.564	0	0	0.270	0.136	0.168	0.089
C ₅	0.223	0.118	0.244	0.049	0	0.398	0.168	0.037	0.157	0.137	0.088
C ₆	0.072	0.263	0.169	0.146	0	0.047	0.402	0.088	0.14	0.146	0.258
C ₇	0.040	0	0.025	0.027	0.055	0.169	0.033	0.369	0.161	0.137	0.087
A ₁	-	0.368	0.304	0.333	0.333	0.429	0.304	0.429	-	-	-
A ₂	-	0.368	0.391	0.238	0.467	0.333	0.391	0.333	-	-	-
A ₃	-	0.263	0.304	0.429	0.200	0.238	0.304	0.238	-	-	-

Wey, W.M. and Wu, K.Y. (2007). "Using ANP priorities with goal programming in resource allocation in transportation". *Mathematical & Computer Modelling*, Vol.46 No.7-8, pp. 985-1000.

Karsak, E.E., Sozer, S. and Alptekin, E. (2002). "Product planning in quality function deployment using a combined analytic network process and goal programming approach". *Computers & Industrial Engineering*, Vol.44 No.1, pp. 171-190.

Das, S. and Chakraborty, S. (2011). "Selection of non-traditional machining processes using analytic network process". *Journal of Manufacturing Systems*, Vol.30 No.1, pp. 41-53.

روش AHP فازی

مرحله ۱: رسم نمودار سلسله مراتبی

مرحله ۲: تعریف اعداد فازی به منظور انجام مقایسات زوجی

مرحله ۳: تشکیل ماتریس مقایسات زوجی

مرحله ۴: محاسبه S_i برای هر یک از سطرهای ماتریس مقایسه زوجی

اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشد، به صورت (l_i, m_i, u_i) نشان داده می‌شود در این صورت:

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \times \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}$$

$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (\sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (\sum_{i=1}^n l_i, \sum_{i=1}^n m_i, \sum_{i=1}^n u_i)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_i} \right)$$

مرحله ۵: محاسبه درجه بزرگی S_i ها نسبت به همدیگر

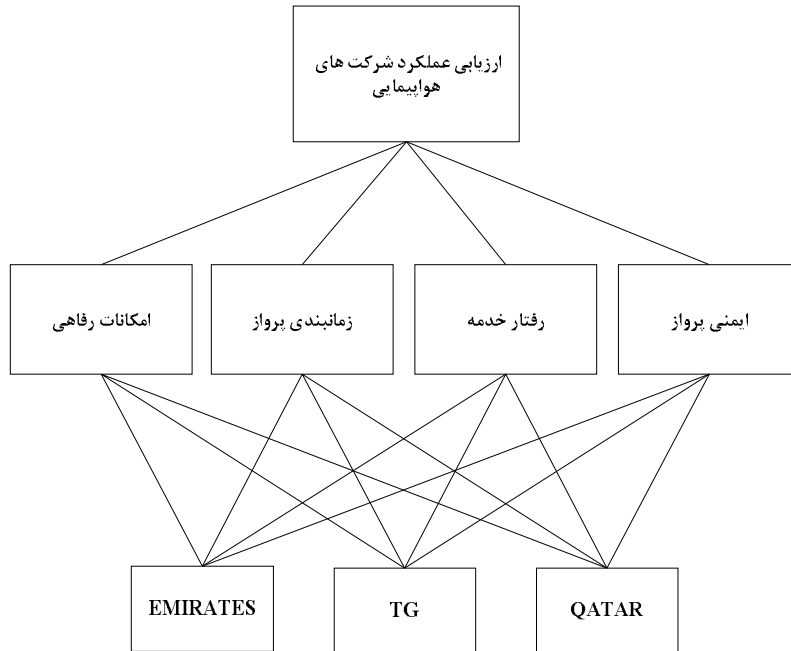
$$V(M_2 > M_1) = \text{hgr}(M_1 \cap M_2) = \mu_{M_2}(d) = \begin{cases} 1 & \text{if } m_2 \geq m_1 \\ 0 & \text{if } l_1 \geq u_2 \\ \frac{(l_1 - u_2)}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

مرحله ۶: محاسبه وزن معیارها و گزینه‌ها در ماتریس مقایسات زوجی

مرحله ۷: محاسبه وزن بردار نهایی

مثال: رتبه‌بندی سه فرودگاه بین‌المللی با استفاده از ۴ شاخص به روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی

مرحله اول: رسم نمودار سلسله مراتبی



مرحله دوم: تعریف اعداد فازی به منظور انجام مقایسات زوجی

بسیار موافقم (بسیار زیاد)	۵	(۴و۵و۶)
موافقم (زیاد)	۴	(۳و۴و۵)
متوسط	۳	(۲و۳و۴)
مخالفم (کم)	۲	(۱و۲و۳)
بسیار مخالفم (بسیار کم)	۱	(۱و۱و۱)

معکوس این اعداد برای استفاده در ماتریس مقایسات زوجی به صورت زیر است:

بسیار موافقم (بسیار زیاد)	۰.۲	(۰.۱۶۶ و ۰.۲ و ۰.۲۵)
موافقم (زیاد)	۰.۲۵	(۰.۲ و ۰.۲۵ و ۰.۳۳)
متوسط	۰.۳۳	(۰.۲۵ و ۰.۳۳ و ۰.۵)
مخالفم (کم)	۰.۵	(۰.۳۳ و ۰.۵ و ۱)
بسیار مخالفم (بسیار کم)	۱	(۱ و ۱ و ۱)

مرحله ۳: تشکیل ماتریس مقایسات زوجی

مرحله ۴: محاسبه S_i برای هر یک از سطرهای ماتریس مقایسه زوجی

$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (\sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (\sum_{i=1}^n l_i, \sum_{i=1}^n m_i, \sum_{i=1}^n u_i)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_i} \right)$$

مرحله ۵: محاسبه S_i درجه بزرگی S_i نسبت به همدیگر

$$V(M_2 > M_1) = \text{hgr}(M_1 \cap M_2) = \mu_{M_2}(d) = \begin{cases} 1 & \text{if } m_2 \geq m_1 \\ 0 & \text{if } l_1 \geq u_2 \\ \frac{(l_1 - u_2)}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

مرحله ۶: محاسبه وزن معیارها و گزینه‌ها در ماتریس مقایسات زوجی

(۱) ماتریس مقایسات زوجی معیارها

	ایمنی پرواز	رفتار خدمه	زمانبندی پرواز	امکانات رفاهی	
ایمنی پرواز	(۱و۱)	(۱و۰.۵و۰.۳۳)	(۱و۲و۳)	(۲و۳و۴)	(۴.۳۳و۶.۵و۹)
رفتار خدمه	(۱و۲و۳)	(۱و۱)	(۳و۴و۵)	(۱و۲و۳)	(۶و۹و۱۲)
زمانبندی پرواز	(۰.۳۳و۰.۵و۱)	(۰.۲و۰.۲۵و۰.۳۳)	(۱و۱)	(۰.۳۳و۰.۵و۱)	(۱.۸۷و۲.۲۵و۳.۳۳)
امکانات رفاهی	(۰.۲۵و۰.۳۳و۰.۵)	(۰.۳۳و۰.۵و۱)	(۱و۲و۳)	(۱و۱)	(۲.۵۸و۳.۸۳و۵.۵)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۱۴.۷۸و۲۱.۵۸و۲۹.۸۳)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (۰.۳۳۵و۰.۴۶۳و۰.۶۷۷)$$

$$S_1 = (۴.۳۳و۶.۵و۹) * (۰.۳۳۵و۰.۴۶۳و۰.۶۷۷) = (۰.۱۴و۰.۳و۰.۶۱)$$

S ₁	(۰.۱۴و۰.۳و۰.۶۱)
S ₂	(۰.۲و۰.۴۲و۰.۸۱)
S ₃	(۰.۰۶و۰.۱و۰.۲۳)
S ₄	(۰.۰۹و۰.۱۸و۰.۳۷)

V(S1>S2)	V(S1>S3)	V(S1>S4)	V(S2>S1)	V(S2>S3)	V(S2>S4)
0.779	1	1	1	1	1

V(S3>S1)	V(S3>S2)	V(S3>S4)	V(S4>S1)	V(S4>S2)	V(S4>S3)
0.289	0.072	0.654	0.647	0.417	1

	ایمنی پرواز	رفتار خدمه	زمانبندی پرواز	امکانات رفاهی
وزن نرمال نشده	0.779	1	0.072	0.417
وزن نرمال شده	0.343	0.441	0.032	0.184

(۲) ماتریس مقایسات زوجی گزینه‌ها

معیار ایمنی پرواز	EMIRATES	TG	QATAR	$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$
EMIRATES	(۱و۱و۱)	(۱و۲و۳)	(۱و۱و۱)	(۳و۴و۵)
TG	(۰.۳۳و۰.۵و۱)	(۱و۱و۱)	(۰.۳۳و۰.۵و۱)	(۱.۶۷و۲و۳)
QATAR	(۱و۱و۱)	(۱و۲و۳)	(۱و۱و۱)	(۳و۴و۵)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۳و۴و۵) + (۱.۶۷و۲و۳) + (۳و۴و۵) = (۷.۶۷و۱۰و۱۳)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left(\frac{1}{13}, \frac{1}{10}, \frac{1}{7.67} \right) = (۰.۷۷و۰.۱و۰.۱۳)$$

S ₁	(۰.۲۳و۰.۴و۰.۶۵)
S ₂	(۰.۱۳و۰.۲و۰.۳۹)
S ₃	(۰.۲۳و۰.۴و۰.۶۵)

V(S1>S2)	V(S1>S3)	V(S1>S4)	V(S2>S1)	V(S2>S3)	V(S2>S4)	V(S3>S1)	V(S3>S2)	V(S3>S4)
1	1	1	0.445269	0.44526902	1	1	1	1

ایمنی پرواز	EMIRATES	TG	QATAR
وزن نرمال نشده	1	0.445	1
وزن نرمال شده	0.409	0.182	0.409

معیار رفتار خدمه	EMIRATES	TG	QATAR	
EMIRATES	(۱و۱و۱)	(۲و۳و۴)	(۰.۳۳و۰.۵و۱)	(۳.۳۳و۴.۵و۶)
TG	(۰.۲۵و۰.۳۳و۰.۵)	(۱و۱و۱)	(۰.۲و۰.۲۵و۰.۳۳)	(۱.۴۵و۱.۵۸و۱.۸۳)
QATAR	(۱و۲و۳)	(۳و۴و۵)	(۱و۱و۱)	(۵و۷و۹)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۹.۷۸و۱۳.۰۸و۱۶.۸۳)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (0.06 \text{ و } 0.07 \text{ و } 0.10)$$

S ₁	(0.20 و 0.34 و 0.61)
S ₂	(0.09 و 0.12 و 0.19)
S ₃	(0.30 و 0.54 و 0.92)

V(S1>S2)	V(S1>S3)	V(S1>S4)	V(S2>S1)	V(S2>S3)	V(S2>S4)	V(S3>S1)	V(S3>S2)	V(S3>S4)
1	0.62336416	1	0	0	1	1	1	1

رفتار خدمه	EMIRATES	TG	QATAR
وزن نرمال نشده	0.623	0	1
وزن نرمال شده	0.384	0	0.616

معیار زمانبندی پرواز	EMIRATES	TG	QATAR	
EMIRATES	(1 و 1)	(1 و 2 و 3)	(2 و 3 و 4)	(4 و 6 و 8)
TG	(0.33 و 0.5 و 1)	(1 و 1 و 1)	(1 و 2 و 3)	(2.33 و 3.5 و 5)
QATAR	(0.25 و 0.33 و 0.5)	(0.33 و 0.5 و 1)	(1 و 1 و 1)	(1.58 و 1.83 و 2.5)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (7.92 \text{ و } 11.33 \text{ و } 15.5)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (0.06 \text{ و } 0.09 \text{ و } 0.13)$$

S ₁	(۰.۲۶ و ۰.۵۳ و ۱.۰۱)
S ₂	(۰.۱۵ و ۰.۳۱ و ۰.۶۳)
S ₃	(۰.۱۰ و ۰.۱۶ و ۰.۳۲)

V(S1>S2)	V(S1>S3)	V(S1>S4)	V(S2>S1)	V(S2>S3)	V(S2>S4)	V(S3>S1)	V(S3>S2)	V(S3>S4)
1	1	1	0.629	1	1	0.136	0.529	1

زمانبندی پرواز	EMIRATES	TG	QATAR
وزن نرمال نشده	1	0.629	0.136
وزن نرمال شده	0.567	0.356	0.0769

معیار امکانات رفاهی	EMIRATES	TG	QATAR	
EMIRATES	(۱ و ۱)	(۱ و ۱)	(۱ و ۲ و ۳)	(۳ و ۴ و ۵)
TG	(۱ و ۱)	(۱ و ۱)	(۱ و ۲ و ۳)	(۳ و ۴ و ۵)
QATAR	(۰.۳۳ و ۰.۵ و ۱)	(۰.۳۳ و ۰.۵ و ۱)	(۱ و ۱)	(۱.۶۷ و ۲ و ۳)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۷.۶۷ و ۱۰ و ۱۳)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (۰.۰۸ و ۰.۱ و ۰.۱۳)$$

S ₁	(۰.۲۳ و ۰.۴ و ۰.۶۵)
S ₂	(۰.۲۳ و ۰.۴ و ۰.۶۵)
S ₃	(۰.۱۳ و ۰.۲ و ۰.۳۹)

V(S1>S2)	V(S1>S3)	V(S1>S4)	V(S2>S1)	V(S2>S3)	V(S2>S4)	V(S3>S1)	V(S3>S2)	V(S3>S4)
1	1	1	1	1	1	0.445	0.445	1

امکانات رفاهی	EMIRATES	TG	QATAR
وزن نرمال نشده	1	1	0.445
وزن نرمال شده	0.409	0.409	0.182

مرحله ۷: محاسبه وزن بردار نهایی

این مرحله مانند تعیین وزن نهایی در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی کلاسیک است.

$$W_1 = (0.343 * 0.409) + (0.411 * 0.384) + (0.032 * 0.567) + (0.184 * 0.409) = 0.403$$

$$W_2 = (0.343 * 0.182) + (0.411 * 0) + (0.032 * 0.356) + (0.184 * 0.409) = 0.149$$

$$W_3 = (0.343 * 0.409) + (0.411 * 0.616) + (0.032 * 0.769) + (0.184 * 0.182) = 0.448$$

W_3 دارای بیشترین مقدار می‌باشد. بنابراین هواپیمایی قطر در بین سه گزینه رتبه اول را کسب کرد.

روش تاپسیس فازی

در این بخش تکنیک تاپسیس فازی که توسط چن و هوانگ برای یک مساله تصمیم‌گیری چندمعیاره با n معیار و m گزینه ارائه شده است را به صورت مرحله به مرحله توضیح داده می‌شود:

قدم (۱) تشکیل ماتریس تصمیم:

با توجه به n معیار و m گزینه و ارزیابی همه‌ی گزینه‌ها برای همه‌ی معیارهای مختلف، ماتریس تصمیم به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix}$$

در صورتی که در مساله از اعداد فازی مثلثی استفاده شود در این صورت $X_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ می‌باشد. اگر ارزیابی گزینه‌ها بر مبنای معیارها، بوسیله‌ی نظرخواهی از یک گروه دارای K عضو انجام گیرد و ارزیابی فازی k امین تصمیم‌گیرنده $X_{ijk} = (a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk})$ باشد با توجه به معیارهای رتبه‌بندی فازی ترکیبی، گزینه‌ها را می‌توان بر اساس روابط زیر در نظر گرفت.

$$a_{ij} = \text{MIN}(a_{ijk})$$

$$b_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^k b_{ijk}}{k} \quad i=1,2,\dots,m$$

$$c_{ij} = \text{MAX}(c_{ijk}) \quad j=1,2,\dots,n$$

قدم (۲) تعیین ماتریس وزن معیارها:

در این صورت ضریب اهمیت معیارهای مختلف به صورت زیر است:

$$W_j = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

که در صورتی که از اعداد فازی مثلثی استفاده شود هر یک از مولفه‌های W_i به صورت $W_i = (W_{i1}, W_{i2}, W_{i3})$ تعریف می‌شود. در صورتی که وزن معیارها از گروه خبرگان بدست آید برای میانگین‌گیری نظر گروه می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$a_{ij} = \text{MIN}(W_{jk1})$$

$$b_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^k W_{jk2}}{k}$$

$$c_{ij} = \text{MAX}(W_{jk3})$$

قدم ۳) بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم فازی:

در این روش، برای بی‌مقیاس کردن مقادیر ماتریس تصمیم فازی، از تغییر مقیاس خطی برای تبدیل معیارهای مختلف به مقیاس قابل مقایسه استفاده می‌شود. در این صورت با توجه به این که X_{ij} ها به صورت فازی هستند مسلماً r_{ij} ها نیز فازی خواهد بود. اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشند درایه‌های ماتریس تصمیم برای معیارهای مثبت و منفی به ترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$r_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \quad c_j^* = \max c_{ij}$$

$$r_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \quad a_j^- = \min a_{ij}$$

قدم ۴) تعیین ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار:

با توجه به وزن معیارهای مختلف، ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار از ضرب کردن ضریب اهمیت مربوط به هر معیار در ماتریس بی‌مقیاس شده فازی به صورت زیر بدست می‌آید.

$$v_{ij} = r_{ij} \times w_j$$

که در این رابطه w_j بیان‌کننده‌ی اهمیت معیار C_j می‌باشد.

بنابراین ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار به صورت زیر خواهد بود:

$$v = \begin{matrix} & X_1 & \dots & X_j & \dots & X_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1j} & \dots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{i1} & \dots & v_{ij} & \dots & v_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{m1} & \dots & v_{mj} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشد برای معیارهای با جنبه مثبت و منفی به ترتیب داریم:

$$v_{ij} = r_{ij} \times w_j = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \times (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3}) = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*} \times w_{j1}, \frac{b_{ij}}{c_j^*} \times w_{j2}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \times w_{j3} \right)$$

$$v_{ij} = r_{ij} \times w_j = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \times (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3}) = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}} \times w_{j1}, \frac{a_j^-}{b_{ij}} \times w_{j2}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \times w_{j3} \right)$$

قدم ۵) یافتن گزینه ایده‌آل فازی و گزینه ضد ایده‌آل فازی

$$A^+ = (v_1^*, v_2^*, \dots, \dots, v_n^*)$$

$$A^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, \dots, v_n^-)$$

چن برای محاسبه‌ی مقدار گزینه ایده‌آل فازی و مقدار گزینه ضدایده‌آل فازی مقادیر ثابت زیر را ارائه کرد:

$$A^+ = (1,1,1)$$

$$A^- = (0,0,0)$$

قدم ۶) محاسبه فاصله از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل فازی:

در این مرحله فاصله‌ی هر گزینه از ایده‌آل و ضدایده‌آل فازی بدست می‌آید:

$$S_i^* = \sum_{j=1}^n d(v_{ij}, v_j^*) \quad i=1,2,\dots,m$$

$$S_i^- = \sum_{j=1}^n d(v_{ij}, v_j^-) \quad j=1,2,\dots,n$$

اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشد فاصله‌ی دو عدد مثلثی (a_1, b_1, c_1) و (a_2, b_2, c_2) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right) [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]}$$

قدم ۷) محاسبه شاخص شباهت

شاخص شباهت از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$CC_i = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-} \quad i=1,2,\dots,m$$

قدم ۸) رتبه‌بندی گزینه‌ها:

در این مرحله با توجه به مقدار شاخص شباهت گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند به طوری که گزینه‌هایی که شاخص شباهت

بیشتری دارند رتبه بالاتری بدست می‌آورند.

مثال: رتبه‌بندی چهار فرودگاه بین‌المللی با استفاده از ۵ شاخص به روش تاپسیس فازی

حل:

قدم اول) بدست آوردن اطلاعات با استفاده از پرسشنامه و تبدیل آن به اعداد فازی و تشکیل ماتریس تصمیم

جدول ۱: اطلاعات قطعی پرسشنامه

سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
5	4	4	4	5	Emirates
4	5	5	3	4	Tg
3	5	3	5	4	Quarter
3	3	4	4	3	Bahrain
4	5	3	5	4	Emirates
3	4	4	3	3	Tg
4	3	5	4	5	Quarter
2	1	2	2	2	Bahrain
4	5	5	4	5	Emirates
3	3	4	4	4	Tg
5	5	3	5	3	Quarter
2	3	3	3	1	Bahrain
5	5	4	5	4	Emirates
3	4	3	2	5	Tg
4	4	5	4	3	Quarter
1	2	3	3	3	Bahrain

جدول ۲: اعداد فازی مثلثی

بسیار موافقم (بسیار زیاد)	5	0.8	1	1
موافقم (زیاد)	4	0.6	0.7	0.8
متوسط	3	0.3	0.45	0.6
مخالقم (کم)	2	0.1	0.2	0.3
بسیار مخالقم (بسیار کم)	1	0	0	0.1

جدول ۳: اطلاعات فازی مثلثی پرسشنامه

تصمیم‌گیرنده ۴	تصمیم‌گیرنده ۳	تصمیم‌گیرنده ۲	تصمیم‌گیرنده ۱	گزینه	معیار
(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	(۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۰۰.۱)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۸۰.۱) (۰.۱۰.۲۰.۳)	(۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	Emirates Tg Qatar bahrain	ایمنی پرواز
(۰.۸۰.۱) (۰.۱۰.۲۰.۳) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	(۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۱۰.۲۰.۳)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸)	Emirates Tg Qatar Bahrain	رفتار خدمه
(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	(۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	(۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۸۰.۱) (۰.۱۰.۲۰.۳)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۶۰.۷۰.۸)	Emirates Tg Qatar bahrain	زمانبندی پرواز
(۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۱۰.۲۰.۳)	(۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	(۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۰۰.۱)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۸۰.۱) (۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	Emirates Tg Qatar Bahrain	امکانات رفاهی
(۰.۸۰.۱) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۰۰.۱)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۸۰.۱) (۰.۱۰.۲۰.۳)	(۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۱۰.۲۰.۳)	(۰.۸۰.۱) (۰.۶۰.۷۰.۸) (۰.۳۰.۴۵۰.۶) (۰.۳۰.۴۵۰.۶)	Emirates Tg Qatar Bahrain	سرعت

جدول ۴: تشکیل ماتریس تصمیم

سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
(۰.۶و۰.۸۵و۱)	(۰.۶و۰.۹۲و۱)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۶و۰.۸۵و۱)	(۰.۶و۰.۸۵و۱)	Emirates
(۰.۳و۰.۵۱و۰.۸)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۱و۰.۴۵و۰.۸)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	Tg
(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۳و۰.۷۹و۱)	(۰.۳و۰.۷۲و۱)	(۰.۶و۰.۸۵و۱)	(۰.۳و۰.۶۵و۱)	Qatar
(۰.۰و۰.۲۱و۰.۶)	(۰.۰و۰.۲۷و۰.۶)	(۰.۱و۰.۴۵و۰.۸)	(۰.۱و۰.۴۵و۰.۸)	(۰.۰و۰.۲۷۵و۰.۶)	Bahrain

قدم دوم) تشکیل ماتریس وزن‌ها

مانند قدم اول یا استفاده از نظر خبرگان وزن‌ها را بدست آورده و مانند تشکیل ماتریس تصمیم، از آنها میانگین‌گیری می‌شود.

جدول ۵، ماتریس وزن‌ها را نشان می‌دهد:

جدول ۵: تشکیل ماتریس وزن‌ها

وزن	معیارها
(۰.۳و۰.۷۶و۱)	ایمنی پرواز
(۰.۱و۰.۶۶و۱)	رفتار خدمه
(۰.۳و۰.۸۱و۱)	زمانبندی پرواز
(۰.۱و۰.۵۷و۱)	امکانات رفاهی
(۰.۳و۰.۶۳و۱)	سرعت

قدم ۳) بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم فازی:

جدول ۶: تشکیل ماتریس بی‌مقیاس تصمیم

سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
(۰.۶و۰.۸۵و۱)	(۰.۶و۰.۹۲و۱)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۶و۰.۸۵و۱)	(۰.۶و۰.۸۵و۱)	Emirates
(۰.۳و۰.۵۱و۰.۸)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۱و۰.۴۵و۰.۸)	(۰.۳و۰.۷۱و۱)	Tg
(۰.۳و۰.۷۱و۱)	(۰.۳و۰.۷۹و۱)	(۰.۳و۰.۷۲و۱)	(۰.۶و۰.۸۵و۱)	(۰.۳و۰.۶۵و۱)	Qatar
(۰.۰و۰.۲۱و۰.۶)	(۰.۰و۰.۲۷و۰.۶)	(۰.۱و۰.۴۵و۰.۸)	(۰.۱و۰.۴۵و۰.۸)	(۰.۰و۰.۲۷۵و۰.۶)	Bahrain

قدم ۴) تعیین ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار:

جدول ۷: ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار

سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
(۰.۱۸و۰.۵۴و۱)	(۰.۰۶و۰.۵۳و۱)	(۰.۰۹و۰.۵۷و۱)	(۰.۰۶و۰.۵۶و۱)	(۰.۱۸و۰.۶۵و۱)	Emirates
(۰.۰۹و۰.۳۲و۰.۸)	(۰.۰۳و۰.۴۱و۱)	(۰.۰۹و۰.۵۷و۱)	(۰.۰۱و۰.۳۰و۰.۸)	(۰.۰۹و۰.۵۴و۱)	Tg
(۰.۰۹و۰.۴۵و۱)	(۰.۰۳و۰.۴۵و۱)	(۰.۰۹و۰.۵۸و۱)	(۰.۰۶و۰.۵۶و۱)	(۰.۰۹و۰.۵۰و۱)	Qatar
(۰.۰و۰.۱۳و۰.۶)	(۰.۰و۰.۱۶و۰.۶)	(۰.۰۳و۰.۳۶و۰.۸)	(۰.۰۱و۰.۳۰و۰.۸)	(۰.۰و۰.۲۱و۰.۶)	Bahrain

قدم ۵) یافتن گزینه ایده‌آل فازی و گزینه ضد ایده‌آل فازی

جدول ۸: گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل فازی

سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
(۰.۱۸ و ۰.۵۴)	(۰.۰۶ و ۰.۵۳)	(۰.۰۹ و ۰.۵۸)	(۰.۰۶ و ۰.۵۶)	(۰.۱۸ و ۰.۶۵)	گزینه ایده‌آل فازی
(۰ و ۰.۱۳)	(۰ و ۰.۱۶)	(۰.۰۳ و ۰.۳۶)	(۰ و ۰.۳۰)	(۰ و ۰.۲۱)	گزینه ضد ایده‌آل فازی

قدم ۶) محاسبه فاصله از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل فازی:

جدول ۹: فاصله از گزینه ایده‌آل مثبت

S^+	سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
0.0058	0	0	0.0058	0	0	Emirates
0.5287	0.1765	0.0726	0.0058	0.1938	0.0799	Tg
0.2234	0.0722	0.0488	0	0	0.1024	Qatar
1.3897	0.3437	0.3179	0.1758	0.1938	0.3584	Bahrain

جدول ۱۰: فاصله از گزینه ایده‌آل منفی

S^-	سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
1.3856	0.3437	0.3179	0.1716	0.1938	0.3584	Emirates
0.9178	0.1673	0.2734	0.1716	0	0.3054	Tg
1.2446	0.2987	0.2874	0.17584	0.1938	0.2888	Qatar
0	0	0	0	0	0	Bahrain

قدم ۷ و ۸) محاسبه شاخص شباهت و رتبه‌بندی گزینه‌ها

جدول ۱۱: شاخص شباهت و رتبه‌بندی

RANK	CC_i	
1	0.9958	Emirates
3	0.6345	Tg
2	0.8478	Qatar
4	0	Bahrain