

به نام خدا



مجموعه تحقیقات درس:

# برنامه ریزی پیشرفته خطی

دکتر مهدی شیرویہ زاد

دانشجویان مهندسی صنایع

اردیبهشت ۹۲

## فهرست مقالات

|     |  |
|-----|--|
| ۳   | ..... ۱. DEA و داده های بازه‌ای            |
| ۱۷  | ..... ۲. Ordinal Data و DEA                |
| ۲۶  | ..... ۳. AHP و DEA                         |
| ۴۴  | ..... ۴. TOPSIS و DEA                      |
| ۵۷  | ..... ۵. DEA و تحلیل حساسیت                |
| ۶۷  | ..... ۶. QFD و DEA                         |
| ۷۸  | ..... ۷. DEA دو مرحله‌ای                   |
| ۸۷  | ..... ۸. NETWORK DEA                       |
| ۹۷  | ..... ۹. Bench Marking و DEA               |
| ۱۱۱ | ..... ۱۰. DEA و زنجیره تامین               |
| ۱۲۱ | ..... ۱۱. FUZZY RANKING و DEA              |
| ۱۳۱ | ..... ۱۲. DEA و مونت کارلو                 |
| ۱۳۹ | ..... ۱۳. Robust و DEA                     |
| ۱۴۷ | ..... ۱۴. DEA و شاخص مالم کوئیست           |
| ۱۵۶ | ..... ۱۵. MODM و DEA                       |
| ۱۶۴ | ..... ۱۶. DEA و رتبه بندی داده های بازه‌ای |
| ۱۷۲ | ..... ۱۷. DEA و شبیه سازی                  |
| ۱۸۵ | ..... ۱۸. DEA داده‌های فازی و تحلیل حساسیت |
| ۱۹۶ | ..... ۱۹. رتبه‌بندی با MAJ                 |
| ۲۰۲ | ..... ۲۰. FUZZY DEA و BCC و CCR            |
| ۲۲۲ | ..... ۲۱. DEA و شبکه های عصبی              |

## DEA & Interval Data

### تحلیل پوششی داده ها:

تحلیل پوششی داده ها (DEA) یک رویکرد داده محور برای ارزیابی عملکرد یک مجموعه از موجودیت های مشابه به نام واحدهای تصمیم گیری می باشد که ورودی های چندگانه را به خروجی های چندگانه تبدیل می نماید.

فارل در سال 1957 برای اولین بار تخمین کارایی به روش ناپارامتریک را مطرح کرد و پیشنهاد کرد که بهتر است عملکرد یک بنگاه یا سازمان را با عملکرد بهترین بنگاه ها یا سازمان های موجود در آن صنعت مقایسه کنیم. وی کارایی سیستمی با دو ورودی و یک خروجی را با یک روش ناپارامتری اندازه گیری کرد و کارایی های فنی و تخصیصی را معرفی کرد..

در سال 1978 چارنز، کوپر و رودز الگوی تحلیل پوششی داده ها (مدل CCR) را جهت ارزیابی عملکرد و محاسبه ی کارایی ارائه دادند که توانایی اندازه گیری کارایی سیستم هایی با چندین ورودی و چندین خروجی را داشت.

در سال 1984 مفهوم بازده به مقیاس به وسیله ی بنکر، چارنز و کوپر در مدل های DEA مطرح شد و مدل جدیدی در تحلیل پوششی داده ها به نام مدل BCC ارائه شد. بازده به مقیاس در مدل CCR ثابت و در مدل BCC متغیر فرض می شود.

در سال 1985 چارنز و همکارانش مدل جمعی را مطرح کردند. همچنین چارنز و همکارانش به منظور ثبت تغییرات کارایی در طول زمان تکنیکی تحت عنوان تحلیل پنجره ای را مطرح کردند.

در ایران نیز تحلیل پوششی داده ها در سال 1994 با رساله ی دکترای محمدرضا علیرضایی با عنوان ارزیابی اریب کارایی در تحلیل پوششی داده ها شروع شد و به دنبال آن از DEA در ارزیابی و اندازه گیری عملکرد در زمینه های زیادی استفاده شد.

تحلیل پوششی داده ها متشکل از برخی مدل‌های ریاضی مشترک در اصل پوششی بودن است و هدف آن ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده ی متغیر با استفاده از داده های ورودی و خروجی متغیر است.

استفاده از مدل‌های تحلیل پوششی داده ها علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف سازمانها را در شاخص های مختلف مشخص کرده و با ارائه ی میزان مطلوب آن ها، خط مشی سازمان را به سوی ارتقای کارایی و بهره وری مشخص می کند. همچنین الگوهای کارا که ارزیابی واحدهای ناکارا بر اساس آنها انجام گرفته است به واحدهای ناکارا معرفی می شوند (موسسه ی تحقیق در عملیات بهین گستر گیتی، ۱۳۸۸)

مدل پوششی داده ها (DEA) ابزار مفیدی در سنجش کارایی چندین واحد تصمیم گیری با ساختار تولید مشابه است (اذر، ۱۳۸۲) بیان ساده مدل تحلیل پوششی داده ها را می توان حداکثر کردن ترکیب موزون خروجی ها به شرط ثابت نگه داشتن مجموع موزون ورودی ها تعریف کرد. (Wang et al., 2005).

مدل تحلیل پوششی داده ها به عنوان ابزاری در تعیین کارایی بنگاه ها مدل مناسب را جهت سنجش کارایی در اختیار محققان قرار می دهد: زمانی که با یک داده و یک خروجی روبرو هستیم برای محاسبه کارایی می توان از رابطه (۱) استفاده نمود:

$$E = \text{OUTPUT} / \text{INPUT}$$

رابطه (۱)

در این حالت هر چه مخرج کسر کوچکتر و هر چه کسر بزرگتر باشد میزان کارایی واحد تصمیم گیری افزایش می یابد. به عبارت ساده تر با استفاده از ورودی کمتر میزان خروجی بیشتری را می توان بدست آورد. (فارل، ۱۹۷۵)

کارایی و بهره وری مفاهیمی اند که تعیین کننده نسبت های ورودی و خروجی یک سیستم اقتصادی می باشد. مدل تحلیل پوششی داده ها ابزاری مناسب برای محاسبه کارایی یک واحد تصمیم گیری می باشد.

### انواع مدل های DEA

به طور کلی مدل‌های تحلیل پوششی داده ها به دو گروه ورودی محور و خروجی محور تقسیم می شوند. چارنز، کوپ و رودز (1981) کارایی را با توجه به این دو دیدگاه به صورت زیر تعریف کردند. (مهرگان، ۱۳۸۷)

• در یک مدل ورودی محور، یک واحد در صورتی ناکاراست که امکان کاهش هر یک از ورودی ها بدون افزایش ورودی های دیگر یا کاهش هر یک از خروجی ها وجود داشته باشد.

• در یک مدل خروجی محور، یک واحد در صورتی ناکاراست که امکان افزایش هر یک از خروجی ها بدون کاهش خروجی های دیگر یا افزایش در هر یک از ورودی ها وجود داشته باشد. بر این اساس یک واحد وقتی کارا خواهد بود اگر و فقط اگر هیچ یک از دو مورد فوق تحقق نیابد.



مدلهای CCR, BCC و مدل جمعی مهمترین مدل‌های DEA هستند که در فرمهای مضربی و پوششی و نیز در حالات ورودی محور و خروجی محور به کار می‌روند. در ادامه مدل‌های نسبت CCR و مضربی CCR در حالت ورودی محور معرفی می‌شوند.

## مدل CCR

بر اساس پیشنهاد فارل، در بررسی کارایی  $m$  واحد که هر کدام دارای  $m$  ورودی و  $s$  خروجی هستند باشد، کارایی واحد  $j$  با استفاده از رابطه (۲) محاسبه می‌گردد:

$$\text{کارایی واحد } j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$$

اما مدل CCR به عنوان تعمیمی بر کار فارل، نخستین بار در سال ۱۹۷۸ توسط چارلز، کوپر و رودز بیان شد. آنها اندازه‌ی پیشنهادی خود برای کارایی هر واحد تصمیم‌گیری را به صورت ماکزیمم نسبت خروجی‌های موزون به ورودی‌های موزون تعریف کردند با این شرط که نسبت‌های مشابه برای هر واحد کوچکتر یا مساوی با یک باشد (Charns et al., 1978) به عبارت دقیق‌تر:

$$\text{Max } E_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$$

S.T:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j=1,2,\dots$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall \quad i, r \quad \text{رابطه (3)}$$

مدل (3) به مدل نسبت CCR ورودی محور معروف است. با تبدیل مدل کسری (3) به مدل خطی، مدل مضربی CCR ورودی محور به فرم مدل (4) به دست می‌آید:

$$\text{Max } E_j = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}$$

s.t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad ; \quad j=1,2,\dots,n$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall \quad i, r$$

مدل‌های پوششی دوگان مدل‌های مضربی می‌باشند که کارایی را بر اساس تخمین تابع تولید و مقایسه‌ی واحد تحت ارزیابی با مرز کارایی محاسبه می‌کنند.

کارآیی و بهره‌وری مفاهیمی اند که تعیین‌کننده‌ی نسبت‌های ورودی و خروجی یک سیستم اقتصادی است. مدل تحلیل پوششی داده‌ها ابزاری مناسب برای محاسبه کارآیی یک سازمان یا یک بنگاه می‌باشد، اما یکی از اشکالات این مدل این است که تصمیم‌گیرنده قادر به دخالت دادن شرایط ریسک و عدم قطعیت در نتایج به دست آمده نمی‌باشد.

از سویی تصمیم‌گیرنده به شدت با شرایط ریسک و عدم قطعیت روبه‌روست .

روش تحلیل پوششی داده‌های بازه‌ای ( IDEA ) یک ابزار مفید در سنجش کارآیی چندین سازمان یا بنگاه با در نظر گرفتن شرایط ریسک و عدم قطعیت و داده‌های غیر دقیق می‌باشد.

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از شیوه‌های مفید مدیریت و ابزار خوبی برای تصمیم‌گیری می‌باشد . نتایج شگفت‌آوری از گسترش مبانی نظری ، متدولوژی و کاربرد این مدل‌ها به دست آمده است .

در مدل‌های سنتی فرض بر این است که اطلاعات مربوط به همه ورودیها و خروجیها کاملاً شناخته شده ، قطعی و دقیق است . اما این فرض در دنیای واقعی ممکن است درست نباشد .

در پژوهشهایی که از روش تحلیل پوششی با داده‌های قطعی ( کلاسیک ) که شامل مدل‌های BCC , CCR می‌باشد اشکالات زیادی وجود دارد . یکی از این اشکالات این است که در روشهای متداول تحلیل پوششی داده‌ها ، از داده‌های قطعی و دقیق برای سنجش کارآیی استفاده می‌شود ولی از آنجایی که در بخشهای مختلف به دلیل وجود ریسک تصمیم‌گیرنده با داده‌های غیر دقیق روبروست و یا به عبارت دیگر در شرایط عدم قطعیت قرار دارد . لذا استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها به صورت کلاسیک در چنین بخش‌هایی مناسب به نظر نمی‌رسد. این امر باعث می‌شود محققان در پی تکنیک‌های جدیدی برای محاسبه کارآیی واحدهای تصمیم‌گیرنده در شرایط ریسک و عدم قطعیت باشند. یکی از تکنیک‌ها روش تحلیل پوششی داده‌های بازه‌ای می‌باشد که از تکنیک‌های بسیار جدید و مناسب در محاسبه کارآیی واحدهای تصمیم‌گیرنده در شرایط عدم قطعیت است .

باید توجه داشت که اطلاعات غیر دقیق را می‌توان در قالب اعداد فازی و یا بازه‌ای بیان نموده و آنها را در مدل در نظر گرفت.

#### معرفی مدل تحلیل پوششی داده‌های بازه‌ای ( IDEA ) :

به طور کلی در مدل‌های DEA متداول از داده‌های دقیق و قطعی برای سنجش کارآیی واحدهای تصمیم‌گیری ( Dmu ) استفاده می‌شود . به منظور محاسبه‌ی کارآیی هر یک از واحدها ، برای مثال واحد تصمیم‌گیری ( Dmu<sub>j0</sub> ) ، باید میزان کارایی نسبی موزون هر یک از واحدها را با توجه به کارایی نسبی موزون واحدهای دیگر حداکثر نمود . همان‌طور که در مدل CCR توضیح داده شد بیان جبری این موضوع را می‌توان در رابطه (5) مشاهده نمود.

$$E_{j0} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij0}} = \text{MAX}_{\text{DMU}(j0)}$$

$$DMU_j : E_j = \frac{\sum_{r=1}^s U_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1$$

رابطه (5)

در رابطه (5)  $s$  و  $m$  به ترتیب معرف تعداد ورودی ها و تعداد خروجی ها می باشد. با حل مدل برنامه ریزی غیر خطی (برنامه ریزی کسری) نشان داده شده در رابطه (5) میزان کارایی هر یک از واحدهای تصمیم گیری را با توجه به کارایی سازمان های دیگر می توان محاسبه نمود.

همان طور که از مدل برنامه ریزی رابطه (5) نتیجه می شود متغیرهای تصمیم در این مدل  $v_i, u_r$  هستند که به ترتیب اوزان داده شده به مقادیر ورودی ها و خروجی ها می باشند و با حل مدل محاسبه می شوند.

از آنجایی که حل مدل برنامه ریزی رابطه (5) به دلیل غیر خطی بودن بسیار مشکل است لذا مدل برنامه ریزی مذکور با استفاده از یک سری تکنیک های ریاضی همانند رابطه (6) به فرم خطی تبدیل می گردد.

رابطه (6)

$$E_{j_0} \rightarrow \text{MAX}_{DMU(j_0)} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0}$$

s.t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 ; \quad J=1,2,\dots,n$$

مدلی که در بالا توضیح داده شد مدل DEA متداول برای محاسبه و سنجش کارایی هر یک از واحدهای تصمیم گیری است.

اما از آنجایی که در دنیای واقعی تصمیم گیرنده با شرایط ریسک و عدم قطعیت روبروست نمی توان مقادیر دقیق و مطمئنی

برای هر یک از ورودی ها و خروجی ها مشخص نمود و این کار دقت و صحت مدل را زیر سوال می برد.

برای رفع این نقص و وارد کردن شرایط ریسک و عدم اطمینان به منظور تعیین کارایی هر یک از واحدهای تصمیم گیری می

توان از روش DEA بازه ای استفاده کرد. (اکبری وهمکاران، ۱۳۸۷)

در مدل IDEA مقادیر هر یک از ورودی ها و خروجی ها را می توان درون یک بازه قرار داد، بدین مفهوم که مقدار ورودی یا

خروجی مورد نظر می تواند در این بازه متغیر باشد.

اگر هر یک از  $n$  واحد موجود از  $m$  ورودی مختلف برای تولید  $s$  خروجی مختلف استفاده کنند انگاه  $DMU_j, J=1,2,\dots,n$

مقادیر  $X_j = \{x_{ij}\}, i=1,2,\dots,m$  از ورودی ها را برای تولید  $Y_j = \{y_{rj}\}, r=1,2,\dots,n$  به کار می گیرد.

حال اگر از داده های اماری مربوط به دوره های زمانی مختلف استفاده کنیم وحد بالا و پایین ورودی ها و خروجی ها را در نظر بگیریم نگاه می توان برای واحد  $j$  ام ورودی  $i$  ام را به صورت  $[X_{ij}^L, X_{ij}^U]$  و خروجی  $r$  ام را به صورت  $[Y_{rj}^L, Y_{rj}^U]$  نشان داد جایی که  $X_{ij}^L, X_{ij}^U$  مقادیر حد پایین یا بدبینانه ترین حالت و  $Y_{rj}^L, Y_{rj}^U$  مقادیر حد بالا یا خوشبینانه ترین حالت برای ورودی ها و خروجی ها در طی دوره مورد بررسی هستند و نیز  $X_{ij}^U, Y_{rj}^U \geq 0$ .

حال به منظور محاسبه کارایی هر یک از واحدهای تصمیم گیری در شرایط عدم اطمینان وبا وجود داده های غیر دقیق ، با توجه به اینکه برای محاسبه کارایی واحد  $j$  ام باید از رابطه (7) استفاده شود.

$$E_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

به جای مقادیر دقیق و قطعی ورودی ها و خروجی ها در رابطه (8) مقادیر بازه ای و غیر دقیق آنها را جایگزین کرد که حاصل آن رابطه (8) می باشد

$$E_j = \frac{\sum_{r=1}^s U_r [Y_{rj}^L, Y_{rj}^U]}{\sum_{r=1}^s V_r [X_{ij}^L, X_{ij}^U]} = \frac{[\sum_{r=1}^s U_r Y_{rj}^U, \sum_{r=j}^s U_r Y_{rj}^L]}{[\sum_{i=1}^m V_i X_{ij}^U, \sum_{i=1}^{ms} V_i Y_{ij}^L]}$$

$$= \left[ \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^l}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^u}, \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l} \right]$$

با توجه به عملیات ریاضی صورت گرفته در رابطه (8) واضح است که  $E_j$  ;  $j=1, 2, \dots, n$  باید به صورت بازه ای تبدیل گردد که در این حالت  $E_j^L$  معرف حد پایین کارایی واحد تصمیم گیری  $j$  ام بوده و باید همواره عددی بزرگتر از صفر باشد و  $E_j^U$  معرف حد بالای واحد تصمیم گیری مورد نظر بوده و مقدار آن باید کوچکتر یا مساوی واحد گردد . بیان جبری این موضوع را می توان در رابطه (9) مشاهده نمود. (Wang et al. , 2005)

$$E_j = [E_j^L, E_j^U] = \left[ \frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{rj}^L}{\sum_{i=1}^m V_i X_{ij}^U}, \frac{\sum_{r=1}^s U_r Y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^m V_i X_{ij}^L} \right] \subseteq (0, 1] \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (9)}$$

از انجایی که  $E_j$  همواره باید در بازه  $[0,1]$  واقع شود، می توان از این مطلب نتایج زیر را به دست آورد:

$$E_j^u = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l} \leq 1; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (10)}$$

$$E_j^l = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^l}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^u} > 0; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (11)}$$

با توجه به مطالب ذکر شده در قسمت های قبل وبه منظور محاسبه حدود بالا و پایین کارایی واحد تصمیم گیری (برای مثال  $DMU_{jo}$ ) باید یک جفت مدل برنامه ریزی کسری برای تصمیم گیرنده مورد نظر محاسبه گردد. مدل برنامه ریزی کسری برای محاسبه حد بالا و پایین کارایی واحد تصمیم گیری  $DMU_{jo}$  را می توان به ترتیب در روابط (۱۲) و (۱۳) مشاهده نمود.

(Wang et al., 2005)

$$\text{Maximize : } E_j^u = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l}$$

st:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l} \leq 1; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (12)}$$

$$U_r, v_i \geq 0$$

$$\text{Maximize } E_{jo}^l = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rjo}^l}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ijo}^l}$$

St:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l} \leq 1; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (13)}$$

$$U_r, v_i \geq 0$$

به منظور حل راحت تر مدل های نشان داده شده در روابط (12) و (13) و جلوگیری از پیچیدگی هایی که در حل مدل های برنامه ریزی غیر خطی حاصل می شود ، باید مدل های غیرخطی فوق را با تکنیک های ذکر شده در قسمت های قبل به فرم مدل برنامه ریزی خطی تبدیل نمود . فرم خطی شده برای محاسبه حد بالا و پایین کارایی واحد تصمیم گیری  $DMU_{jo}$  را به ترتیب می توان در روابط (14) و (15) مشاهده کرد.

$$\text{Maximize : } E_{jo} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rjo}^u$$

s.t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l \leq 0 \quad ; \quad J=1,2,\dots,n \quad \text{رابطه (14)}$$

$$U_r, v_i \geq 0$$

$$\text{Maximize : } E_{jo} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rjo}^l$$

s.t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^u = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^u - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^l \leq 0 \quad ; \quad J=1,2,\dots,n \quad \text{رابطه (15)}$$

$$U_r, v_i \geq 0$$

باحل دو مدل برنامه ریزی خطی فوق برای هر یک از واحدهای تصمیم گیری ( $DMU$ ها) یک بازه برای کارایی هر یک از واحدهای تصمیم گیری از روابط نشان داده شده در رابطه (16) استفاده می گردد:

$$E^{++} = \{j \in J \mid E_j^L = 1\}$$

| ورودی | معیار | خروجی | معیار |
|-------|-------|-------|-------|
|-------|-------|-------|-------|

$$E^+ = \{j \in J \mid E_j^L < 1 \& E_j^U = 1\}$$

$$E^- = \{j \in J \mid E_j^U < 1\}$$

در صورتی که  $E_j^L = 1$  باشد واحد تصمیم گیری زام به ازای همه مقادیر موجود در بازه ورودی ها و خروجی ها کاراست اما اگر  $E_j^L < 1 \& E_j^U = 1$  باشد ، واحد تصمیم گیری زام تنها به ازای مقادیر حد بالای بازه ی ورودی ها و خروجی ها کارایی دارد و در حالتی که  $E_j^U < 1$  باشد واحد تصمیم گیری زام به ازای هیچکدام از مقادیر موجود در بازه ورودی ها و خروجی ها کارایی ندارد .

در مرحله اخر به منظور رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری مورد نظر بر اساس میزان کارایی آنها از رابطه (17) استفاده می گردد و بدین ترتیب رتبه هر یک از واحدهای تصمیم گیری را می توان مشاهده نمود (Wang etal , 2005)

$$MIN_i\{MAX(DMU_i)\} = MIN_i\{\{MAX(E_j^u) - E_j^l, 0\}\} \quad i \neq j$$

نمونه ای از تحلیل پوششی داده های بازه ای:

مسعود مصدق خواه و همکارانش عملکرد گروه های آموزشی دانشگاه ها را با استفاده از تحلیل پوششی داده های بازه ای ارزیابی کردند.

ورودیها و خروجیهای تحقیق با استفاده از اوزان نسبی به دست آمده از روش AHP برای هر یک از زیرمعیارها، با هم تلفیق شده و در نهایت 7 معیار ورودی و 7 معیار خروجی به شرح جدول 1 مورد استفاده قرار گرفت.

|  |                |  |                |
|--|----------------|--|----------------|
|  |                |  |                |
| تعداد کتب  | O <sub>1</sub> | هزینه ها                                   | I <sub>1</sub> |
| تعداد مقالات   | O <sub>2</sub> | تعداد هیأت علمی تمام وقت                   | I <sub>2</sub> |
| تعداد فارغ التحصیلان                                 | O <sub>3</sub> | تعداد منابع علمی موجود                     | I <sub>3</sub> |
| تعداد دوره‌های جدید تصویب شده                        | O <sub>4</sub> | ارزش سرمایه های فیزیکی                     | I <sub>4</sub> |
| مجموع کل واحدهای آموزشی<br>انتخاب شده توسط دانشجویان | O <sub>5</sub> | متوسط معدل مقطع قبلی<br>دانشجویان ورودی    | I <sub>5</sub> |
| متوسط معدل فارغ التحصیلی<br>دانش آموختگان            | O <sub>6</sub> | متوسط طول مدت تحصیل<br>فارغالتحصیلان دکتری | I <sub>6</sub> |
| تعداد قبولی در مقطع دکتری                            | O <sub>7</sub> | متوسط طول مدت تحصیل<br>فارغالتحصیلان ارشد  | I <sub>7</sub> |

اجرای مدل در این مرحله با استفاده از نرم افزار GAMS بازه های کارایی واحدها را محاسبه شده است. خلاصه نتایج این مرحله که در جدول 2 آمده است حاصل حل 80 مدل برنامه ریزی خطی است (از مدل CCR استفاده شده است، چهل DMU موجود می باشد و کارایی بالا و پایین بازه باید تعیین گردد) که هر یک شامل 41 قید و 14 متغیر هستند.

جدول ۲. بازه های کارایی برای واحدهای تصمیم گیری

| DMU             | Interval Efficiency | DMU             | Interval Efficiency |
|-----------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| G <sub>1</sub>  | [0.812,1]           | G <sub>21</sub> | [0.778,1]           |
| G <sub>2</sub>  | [0.840,1]           | G <sub>22</sub> | [0.748,0.993]       |
| G <sub>3</sub>  | [0.709,0.914]       | G <sub>23</sub> | [0.818,1]           |
| G <sub>4</sub>  | [0.733,1]           | G <sub>24</sub> | [0.753,1]           |
| G <sub>5</sub>  | [0.759,1]           | G <sub>25</sub> | [0.863,1]           |
| G <sub>6</sub>  | [0.802,1]           | G <sub>26</sub> | [0.825,1]           |
| G <sub>7</sub>  | [0.799,1]           | G <sub>27</sub> | [0.773,1]           |
| G <sub>8</sub>  | [0.711,0.893]       | G <sub>28</sub> | [0.792,1]           |
| G <sub>9</sub>  | [0.777,1]           | G <sub>29</sub> | [0.768,1]           |
| G <sub>10</sub> | [0.736,1]           | G <sub>30</sub> | [0.740,0.998]       |
| G <sub>11</sub> | [0.839,1]           | G <sub>31</sub> | [0.802,1]           |
| G <sub>12</sub> | [0.716,1]           | G <sub>32</sub> | [0.784,1]           |
| G <sub>13</sub> | [0.695,0.966]       | G <sub>33</sub> | [0.726,1]           |
| G <sub>14</sub> | [0.731,0.930]       | G <sub>34</sub> | [0.784,1]           |
| G <sub>15</sub> | [0.830,1]           | G <sub>35</sub> | [0.790,1]           |
| G <sub>16</sub> | [0.753,1]           | G <sub>36</sub> | [0.771,1]           |
| G <sub>17</sub> | [0.764,1]           | G <sub>37</sub> | [0.761,1]           |



|                 |           |                 |           |
|-----------------|-----------|-----------------|-----------|
| G <sub>18</sub> | [0.744,1] | G <sub>38</sub> | [0.745,1] |
| G <sub>19</sub> | [0.777,1] | G <sub>39</sub> | [0.774,1] |
| G <sub>20</sub> | [0.788,1] | G <sub>40</sub> | [0.809,1] |

بر اساس جدول 2، مجموعه ی واحدها به سه زیرمجموعه تفکیک می شوند:

$$E^{++} = \{j \in J \mid E_j^L = 1\} = \{\emptyset\}$$

$$E^+ = \{j \in J \mid E_j^L < 1 \ \& \ E_j^U = 1\} = \{1,2,4,5,6,7,9,10,11,12,15,16,17,18,19,20,21, \\ 23,24,25,26,27,28,29,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40\}$$

$$E^- = \{j \in J \mid E_j^U < 1\} = \{3,8,13,14,22,30\}$$

همانطور که ملاحظه می شود واحدی وجود ندارد که به ازای که به ازای تمام مقادیر موجود در بازه ی ورودی ها و خروجی ها کارا باشد واحدهای 3,8,13,14,22,30 به ازای که هیچ یک از مقادیر موجود در بازه ی ورودی ها و خروجی ها کارا نیستند و 34 واحد دیگر تنها به ازای مقادیر حد بالای بازه ی ورودی ها و خروجی ها کارا هستند.

برای مقایسه و رتبه بندی کارایی واحدها ابتدا حداکثر اتلاف در کارایی برای هر واحد را حساب می کنیم. به عنوان مثال برای واحد اول داریم:

$$MAX [ MAX (1, 1, 0.914, 1, 1, \dots, 1) - 0.812, 0 ] = 0.812$$

با محاسبه حداکثر اتلاف در کارایی برای همه واحدها، واحدی که دارای کمترین مقدار حداکثر اتلاف در کارایی باشد بهترین واحد است فرض می کنیم این واحد DMU<sub>j1</sub> باشد، در گام دوم DMU<sub>j1</sub> را از واحد های تحت بررسی حذف می کنیم و حداکثر اتلاف در کارایی را برای n-1 واحد دیگر بدست می آوریم واحدی که کمترین مقدار حداکثر اتلاف در کارایی باشد بهترین واحد است، بدین ترتیب DMUها رتبه بندی می شوند. (مسعود مصدق خواه وهمکاران، ۱۳۹۰)

جدول 3. رتبه بندی DMUها 0.305

| RANK | DMU | حداکثر اتلاف در کارایی | RANK | DMU | حداکثر اتلاف در کارایی |
|------|-----|------------------------|------|-----|------------------------|
| 1    | G25 | 0.137                  | 21   | G27 | 0.227                  |
| 2    | G2  | 0.16                   | 22   | G36 | 0.229                  |
| 3    | G11 | 0.161                  | 23   | G29 | 0.232                  |
| 4    | G15 | 0.17                   | 24   | G17 | 0.236                  |
| 5    | G26 | 0.175                  | 25   | G37 | 0.239                  |
| 6    | G23 | 0.182                  | 26   | G5  | 0.241                  |
| 7    | G1  | 0.188                  | 27   | G16 | 0.247                  |
| 8    | G40 | 0.191                  | 28   | G24 | 0.247                  |
| 9    | G6  | 0.198                  | 29   | G22 | 0.252                  |
| 10   | G31 | 0.198                  | 30   | G38 | 0.255                  |
| 11   | G7  | 0.201                  | 31   | G18 | 0.256                  |
| 12   | G28 | 0.208                  | 32   | G30 | 0.26                   |
| 13   | G35 | 0.21                   | 33   | G10 | 0.264                  |
| 14   | G20 | 0.212                  | 34   | G4  | 0.267                  |
| 15   | G32 | 0.216                  | 35   | G14 | 0.269                  |
| 16   | G34 | 0.216                  | 36   | G33 | 0.274                  |
| 17   | G21 | 0.222                  | 37   | G12 | 0.284                  |
| 18   | G9  | 0.223                  | 38   | G8  | 0.289                  |
| 19   | G19 | 0.223                  | 39   | G3  | 0.291                  |
| 20   | G39 | 0.226                  | 40   | G13 | 0.305                  |

### فهرست منابع

ارزیابی عملکرد با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، موسسه ی تحقیق در عملیات بهین گستر گیتی، ۱۳۸۸.

اذر، عادل و قربانی (۱۳۸۲) تعیین کارایی نسبی دانشکده های مدیریت با رویکرد تحلیل پوششی داده ها ، فصلنامه مدیریت صنعتی ، شماره ۶.

مهرگان، محمدرضا، مدل‌های کمی در ارزیابی عملکرد سازمانها (تحلیل پوششی داده ها) . دانشکده مدیریت دانشگاه

تهران، تهران، ۱۳۸۷.

اکبری، نعمت اله، زاهدی، کیوان، منفردیان، مهدی (۱۳۸۷) بررسی عملکرد کارایی صنعت در سطح کشور ، نشریه پژوهش های اقتصادی ، سال هشتم، شماره ۳

مصدق خواه، مسعود، ایزدی خواه، محمد، حسینی، سیدعلی، ملایی، مهدی، (۱۳۹۰) ارزیابی عملکرد گروه های آموزشی دانشگاه ها با استفاده از تحلیل پوششی داده های بازه ای (IDEA) سومین همایش ملی تحلیل پوششی داده ها، دانشگاه آزاد اسلامی واحد

فیروزکوه

Wang ,Y.M.,Greatbanks,R.,Yang , J.B. Interval efficiency assessment using  
. 2005, 347-370 . pp, 153, Envelopment analysis , fuzzy sets and systems

Charnes., Cooper,W.W.,Rhodes,E.Measuring the efficiency of decision makin.  
Units,European Jornal of Operational Research ,2,PP,429-444,1978

Farrell,M.J.(1975)The measurement Of Productive Efficiency ,Journal Of The Royal Statistical  
Society, series A ,120,part 3 .

## DEA & Ordinal Data

### مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک ابزار تصمیم‌گیری مناسب برای ارزیابی عملکرد نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تحت ارزیابی است که کاربردهای وسیعی دارد. در مدل‌های DEA اولیه همواره فرض بر این است که داده‌های ورودی و خروجی کمی و معین هستند. اما در جهان واقعیت این فرض همواره برقرار نیست. در واقع در ارزیابی عملکرد، اغلب اوقات با مواردی روبرو می‌شویم که عامل‌های ورودی و خروجی کیفی نامعین هستند. این متغیرهای کیفی را متغیرهای مقوله‌ای می‌نامند و می‌توان آن‌ها را با مقیاس ترتیبی اندازه‌گیری کرد. عامل‌های کیفی معمولاً با مقیاس ترتیبی اندازه‌گیری می‌شوند. در این مقیاس میزان بهتر بودن سطح قبلی از بعدی مشخص نیست، بنابراین برای حل مدل‌های DEA با داده کیفی که با مقیاس ترتیبی اندازه‌گیری شده‌اند، مساله پیدا کردن مقادیر مناسب برای این سطوح می‌باشد. همچنین کوک و ژو و ونگ هر کدام روش‌هایی را برای حل مدل‌های DEA با داده‌های ترتیبی ارائه دادند. یکی از معایب این روش‌ها این است که برای دو سطح متوالی مقدار مثبت و کوچک  $\sigma$  در نظر گرفته می‌شود. هرچند از لحاظ ریاضی مقدار کوچک  $\sigma$  رابطه ترتیبی را منعکس می‌کند، اما در واقعیت این اختلاف کوچک معنادار نیست. برای رفع این مشکل کائو و لین برای هر یک از سطوح کیفی با توجه به نظر متخصصین عدد فازی را نسبت دادند و برای اعمال رابطه ترتیبی سطوح مختلف کیفی، مدل‌های جدیدی را ارائه دادند.

**حل مدل DEA با داده‌های ترتیبی به روش تغییر متغیر**

$N$  واحد تصمیم گیری را در نظر گرفته که هر یک دارای  $R_1$  خروجی معمولی و  $R_2$  خروجی ترتیبی،  $L_1$  ورودی معمولی و  $L_2$  ورودی ترتیبی هستند، به طوریکه  $DMU_k$  دارای خروجی های  $Y_k^1 = (y_{rk}^1)$ ،  $Y_k^2 = (y_{rk}^2)$  (به ترتیب با ابعاد  $R_1$  و  $R_2$ ) و ورودی های  $X_k^1 = (x_{lk}^1)$  و  $X_k^2 = (x_{lk}^2)$  (به ترتیب با ابعاد  $L_1$  و  $L_2$ ) می باشد. در این حالت مدل CCR برای  $DMU_k$  تحت ارزیابی به صورت زیر تبدیل می شود:

$$E_k = \max \sum_{r \in R_1} \mu_r^1 y_{rk}^1 + \sum_{r \in R_2} \mu_r^2 y_{rk}^2$$

$$st. \quad \sum_{i \in L_1} v_i^l x_{ik}^l + \sum_{i \in L_2} v_i^2 x_{ik}^2 = 1$$

$$\sum_{r \in R_1} \mu_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r \in R_2} \mu_r^2 y_{rj}^2 - \sum_{i \in L_1} v_i^l x_{ij}^l - \sum_{i \in L_2} v_i^2 x_{ij}^2 \leq 0 \quad (1)$$

$$all j, \mu_r^1, \mu_r^2, v_i^l, v_i^2 \geq \varepsilon, all r, j.$$

در حالت کلی فرض کنیم  $DMU_k$  برای هر یک از عامل های ترتیبی ( $r \in R_2, i \in L_2$ ) در یکی از  $L$  سطحه که  $L \leq N$  قرار گیرد.

برای سادگی بردار های واحد  $L$  بعدی  $\gamma_{rj} = (\gamma_{rj}(l))$  و  $\delta_{ij} = (\delta_{ij}(l))$  را به صورت زیر تعریف میکنیم:

$$\gamma_{rj}(l) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } DMU_j \text{ روی خروجی } r \text{ در موقعیت } l \text{ ام باشد قرار گرفته} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$\delta_{ij}(l) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } DMU_j \text{ روی ورودی } i \text{ در موقعیت } l \text{ ام باشد قرار گرفته} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

بنابر این  $\gamma_{rj}^2$  را می توانیم به صورت زیر نمایش دهیم:

$$y_{rj}^2 = y_r^2(l_{rj}) = \sum_{l=1}^L y_r^2(l) \gamma_{rj}(l) \quad (2)$$

$l_{rj}$  رتبه ای است که  $DMU_j$  در خروجی  $r$  ام، کسب کرده است و  $y_r^2(l)$  مقدار یا ارزشی است که به  $DMU$  در خروجی  $r$  ام با رتبه  $l$  اختصاص داده می شود. که مقادیر یا ارزش های  $\{y_r^2(l)\}$ ،  $\{x_i^2(l)\}$  بایستی در شرایط

$$y_r^2(l) > y_r^2(l+1) \text{ و } x_i^2(l) < x_i^2(l+1) \text{ صدق کنند.}$$

بنا بر این مدل (۱) با تعریف بالا به صورت زیر باز نویسی می شود :

$$E_k = \max \sum_{r \in R_1} \mu_r^1 y_{rk}^1 + \sum_{r \in R_2} \sum_{l=1}^L \mu_r^2 y_r^2(l) \gamma_{rj}(l)$$

$$st. \quad \sum_{i \in I_1} v_i^l x_{ik}^l + \sum_{i \in I_2} \sum_{l=1}^L v_i^2 x_i^2(l) \delta_{ik}(l) = 1$$

$$\sum_{r \in R_1} \mu_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r \in R_2} \sum_{l=1}^L \mu_r^2 y_r^2(l) \gamma_{rj}(l) - \sum_{i \in I_1} v_i^l x_{ij}^l - \sum_{i \in I_2} \sum_{l=1}^L v_i^2 x_i^2(l) \delta_{ik}(l) \leq 0 \quad (3)$$

$$\{Y_r^2 = y_r^2(l), X_i^2 = x_i^2(l)\} \in \varphi, \mu_r^1, \mu_r^2 \geq \varepsilon, \text{ all } r, j.$$

$\Phi$  نمایش مربوط به بردار هایی است که شرایط  $y_r^2(l) > y_r^2(l+1)$  و  $x_i^2(l) < x_i^2(l+1)$  را برآورده می کنند و به صورت زیر نمایش داده می شود :

$$\varphi = \{(Y_r^2, X_i^2) | \{Y_r^2 - y_r^2(l) \geq \sigma, l = 1, \dots, L-1, y_r^2(L) \geq \sigma, X_i^2 - x_i^2(l) \geq \sigma, l = 1, \dots, L-1, x_i^2(L) \geq \sigma\} \} (4)$$

که  $\sigma$  توسط تصمیم گیرنده تعیین می شود و می تواند وابسته به  $l$  باشد. برای تبدیل مدل (۳) به یک مساله برنامه ریزی خطی از تغییر متغیر های  $w_{rl}^1 = \mu_r^2 y_r^2(l)$  و  $w_{il}^2 = v_i^2 x_i^2(l)$  استفاده می کنیم. بنابراین مدل خطی به صورت زیر تبدیل می شود :

$$E_k = \max \sum_{r \in R_1} \mu_r^1 y_{rk}^1 + \sum_{r \in R_2} \sum_{l=1}^L w_{rl}^1 \gamma_{rj}(l)$$

$$st. \quad \sum_{i \in I_1} v_i^l x_{ik}^l + \sum_{i \in I_2} \sum_{l=1}^L w_{il}^2 \delta_{ik}(l) = 1$$

$$\sum_{r \in R_1} \mu_r^1 y_{rj}^1 + \sum_{r \in R_2} \sum_{l=1}^L w_{rl}^1 \gamma_{rj}(l) - \sum_{i \in I_1} v_i^l x_{ij}^l - \sum_{i \in I_2} \sum_{l=1}^L w_{il}^2 \delta_{ik}(l) \leq 0 \quad (3)$$

$$w_{rl}^1 - w_{r,l+1}^1 \geq \mu_r^2 \sigma, l = 1, \dots, L-1, \text{ all } r \in R_2$$

$$w_{rl}^1 \geq \mu_r^2 \sigma, l = 1, \dots, L-1, \text{ all } r \in R_2$$

$$w_{il}^1 - w_{i,l+1}^1 \geq v_i^2 \sigma, l = 1, \dots, L - 1, \text{ all } i \in I_2$$

$$w_{il}^1 \geq v_i^2 \sigma, \text{ all } i \in I_2$$

$$\mu_r^1, \mu_r^2 \geq \varepsilon, v_i^1, v_i^2 \text{ all } r, i$$

### تبدیل داده ترتیبی به داده بازه ای

فرض می کنیم  $L=N$ . بدون از دست دادن کلیت فرض می کنیم که فقط خروجی اول ترتیبی باشد و همچنین برای سادگی در نمایش رابطه ترتیبی را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$y_{11} \geq y_{12} \geq \dots \geq y_{1n} \quad (6)$$

با توجه به این که مدل های DEA نسبت به تغییر واحد پایدار می باشند بنابراین رابطه ترتیبی را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد :

$$1 \geq \tilde{y}_{11} \geq \tilde{y}_{12} \geq \dots \geq \tilde{y}_{1n} \geq \delta \quad (7)$$

که  $\delta$  مقدار مثبت کوچک است و منعکس کننده نسبت مینیمم مقدار ممکن از  $\{y_{1j} | j = 1, \dots, n\}$  به ماکزیمم مقدار ممکن آن می باشد و توسط تصمیم گیرنده تخمین زده می شود. می توان با در نظر گرفتن  $\tilde{y}_{1j} \in [\delta, 1], j = 1, \dots, n$  داده ترتیبی ضعیف را به داده بازه ای تبدیل کرد. در صورتی که رابطه ترتیبی (7) به صورت اکید برقرار باشد یعنی

$$1 \geq \tilde{y}_{11} > \tilde{y}_{12} > \dots > \tilde{y}_{1n} > \delta \quad (8)$$

رابطه ترتیبی اکید  $\tilde{y}_{1j} > \tilde{y}_{1j+1}, j = 1, \dots, n$  را میتوان با در نظر گرفتن پارامتر ارجحیت  $x > 1$  که توسط تصمیم گیرنده معین می شود و در رابطه  $\delta \leq x^{1-n}$  صدق می کند، به رابطه ترتیبی ضعیف  $\tilde{y}_{1j} \geq x\tilde{y}_{1j+1}, j = 1, \dots, n$  تبدیل کرد و با در نظر گرفتن  $\tilde{y}_{1j} \in [\delta x^{n-j}, x^{1-j}], j = 1, \dots, n$  داده ترتیبی اکید را به داده بازه ای تبدیل کرد.

با داده های ترتیبی ضعیف و اکید به داده بازه ای برای بدست آوردن حد بالا و پایین بازه کارایی  $DMU_k$  می توان از دو مدل زیر استفاده کرد که در این مدل ها فرض شده است  $x_{ij} \in [x_{ij}^L, x_{ij}^U], y_{rj} \in [y_{rj}^L, y_{rj}^U]$ .

$$\text{Max } E_k^U = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}^U$$

$$\text{st. } \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^L = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \text{ all } j, v_i, u_r$$

$$\geq \varepsilon \text{ all } r, i$$

(9)

$$\text{Max } E_k^L = \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}^L$$

st.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^U = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L \leq 0, \text{ all } j, v_i, u_r$$

$$\geq \varepsilon \text{ all } r, i$$

(10)

این روش داده ترتیبی ضعیف  $\tilde{y}_{11} > \tilde{y}_{12} > \dots > \tilde{y}_{1n}$  را به بازه یکسانی تبدیل می کند و تمایزی برای آن ها قائل نمی شود و چون برای بدست آوردن حد پایین بازه کارایی،  $\tilde{y}_{1k} = \delta$  در نظر گرفته می شود و  $\tilde{y}_{1j} = 1, j = k + 1, \dots, n$  تعیین می شود، رابطه ترتیبی (Y) رعایت نمی شود.

### تعیین کارایی در بهترین شرایط

بدون از دست دادن کلیت و برای سادگی فرض می کنیم که فقط اولین خروجی، داده ترتیبی بوده و روابط ترتیبی (Y) برقرار باشند. با اختصاص بزرگترین مقدار ممکن به خروجی اول  $DMU_k$  و کمترین مقدار ممکن به خروجی اول  $DMU$  های دیگر می توان کران بالای بازه کارایی  $DMU_k$  را محاسبه نمود. لذا با قرار دادن  $\tilde{y}_{1j} = \sigma, j = k + 1, \dots, n$  و  $y_{1j} = 1, j = 1, \dots, k$  این کران بالا از مدل زیر بدست می آید:

$$E_k^U = \max u_1 + \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$$

$$\text{st. } \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$u_1 + \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, k$$

$$u_1 \sigma + \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = k + 1, \dots, n$$

$$v_i, u_r \geq \varepsilon \text{ all } r, i.$$

(11)



گزاره  $y_{2j} = 1, j = 1, \dots, k, \tilde{y}_{2j} = \sigma, j = k + 1, \dots, n$  و یک جواب بهینه مساله زیر است :

$$E_k^U = \max u_1 y_{1k} + \sum_{r=2}^s u_r y_{rk}$$

$$st. \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1$$

$$u_1 y_{1j} + \sum_{r=2}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, n, \quad (12)$$

$$1 \geq y_{11} \geq y_{12} \geq \dots \geq y_{1n} \geq \sigma,$$

$$v_i, u_r \geq \varepsilon \text{ all } r, i.$$

اثبات : فرض می کنیم که  $(y_{1j}^*, v_i^*, u_r^*)$  جواب بهینه مدل (۱۱) باشد.  $u_1^*$  را به  $\tilde{u}_1$  کاهش داده به طوری که رابطه  $u_1^* y_{1k}^* = \tilde{u}_1$  برقرار باشد.

$$u_1^* y_{1j}^* \geq u_1^* y_{1k}^* = \tilde{u}_1 \quad j = 1, \dots, k \quad (13)$$

با توجه به رابطه (۱۲) رابطه زیر برقرار است :

$$\tilde{u}_1 + \sum_{r=2}^s u_r^* y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} \leq u_1^* y_{1j} + \sum_{r=2}^s u_r^* y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, k, \quad (14)$$

همچنین روابط زیر برقرار است :

$$\tilde{u}_1 \sigma + \sum_{r=2}^s u_r^* y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} \leq u_1^* y_{1j} + \sum_{r=2}^s u_r^* y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i^* x_{ij} \leq 0, j = k + 1, \dots, n \quad (15)$$

$$u_1^* y_{1k}^* + \sum_{r=2}^s u_r^* y_{rk} = \tilde{u}_1 + \sum_{r=2}^s u_r^* y_{rk} \quad (16)$$

بنا بر روابط 15 - 14 حکم ثابت می شود. و با توجه به گزاره به سادگی می توان نشان داد مقدار بهینه مدل (11) و (12) برابر هستند.

## روش فازی

بدون از دست دادن کلیت فرض می کنیم که فقط اولین خروجی کیفی است و برای این عامل کیفی  $L$  سطح وجود دارد که سطح با ضریب کوچکتر دارای رتبه بالاتری است. بردار  $L$ -بعدی  $B_j^{(l)}$  را به صورت زیر تعریف می کنیم :

$$B_j^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{اگر } DMU_j \text{ روی خروجی اول در سطح } l \text{ قرار گرفته باشد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

همچنین فرض کنید  $\tilde{Z}_l$  عدد فازی دوزنقه ای است که به سطح  $l$  نسبت داده شده است لذا  $\tilde{Y}_{1j} = \sum_{l=1}^L \tilde{Z}_l B_j^{(l)}$  و با مساوی قرار دادن  $u_1 \tilde{Z}_l = \tilde{W}_l u_1 \tilde{Y}_{1j} = \sum_{l=1}^L \tilde{W}_l B_j^{(l)}$ ، بنابراین برای ارزیابی عملکرد  $DMU_k$  مدل فازی زیر را داریم :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_k &= \max u_1 \tilde{Y}_{1k} + \sum_{r=2}^s u_r Y_{rk} \\ \text{st. } \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} &= 1 \\ u_1 \tilde{Y}_{1j} + \sum_{r=2}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} &\leq 0 \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (17)$$

$$v_i, u_r \geq \varepsilon \quad \text{all } r, i.$$

از آنجائیکه  $\tilde{Y}_{1j}$  اعداد فازی هستند بنابراین  $\tilde{E}_k$  نیز یک عدد فازی است که برای تعیین آن بایستی تابع عضویت آن مشخص شود. بر طبق اصل گسترش لطفی زاده تابع عضویت  $\tilde{E}_k$  به صورت زیر است :

$$\mu_{\tilde{E}_k}(e) = \sup_{y_{11}, \dots, y_{1n}} \min \left\{ \mu_{\tilde{y}_{1j}}(y_{1j}), \quad j = 1, \dots, n \mid e = E_k(x, y) \right\} \quad (18)$$

که  $E_k(x, y)$  کارایی  $DMU_k$  به ازای مشاهدات  $(x, y)$  است. کائو روشی روشی را به وسیله  $\alpha$  - برش ها برای تبدیل مدل فازی به مجموعه ای از مدل های DEA معمولی ارائه کردند که  $(E_k)_\alpha^U$  و  $(E_k)_\alpha^L$  به ازای  $\alpha \in [0, 1]$  به صورت زیر تعیین می شوند :

$$(E_k)_\alpha^U = \max_{(Y_{1j})_\alpha^L \leq y_{1j} \leq (Y_{1j})_\alpha^U} E_k(x, y) \quad (19)$$

$$(E_k)_\alpha^L = \min_{(Y_{1j})_\alpha^L \leq y_{1j} \leq (Y_{1j})_\alpha^U} E_k(x, y) \quad (20)$$

که  $(Y_{1j})_{\alpha} = [(Y_{1j})_{\alpha}^L, (Y_{1j})_{\alpha}^U]$  . نکته قابل توجه ای است که در این روش فرض بر این است که مشاهدات از یکدیگر مستقل هستند . بنابراین کائو و لین برای اعمال شرط ترتیبی سطوح کیفی ،  $(E_k)_{\alpha}^L$  و  $(E_k)_{\alpha}^U$  را به صورت زیر تعیین کردند :

$$(E_k)_{\alpha}^U = \max \sum_{l=1}^L W_l B_k^{(l)} + \sum_{r=2}^s u_r Y_{rk}$$

$$st. \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1$$

$$\sum_{l=1}^L W_l B_k^{(l)} + \sum_{r=2}^s u_r Y_{rk} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} \leq 0 \quad (21)$$

$$u_1(Z_l)_{\alpha}^L \leq W_l \leq u_1(Z_l)_{\alpha}^U, \quad l = 1, \dots, L$$

$$W_l \leq W_{l+1} \quad l = 1, \dots, l-1$$

$$W_l \geq 0, v_i, u_r \geq \varepsilon, r = 2, \dots, s, i = 1, \dots, m.$$

9

$$(E_k)_{\alpha}^L = \min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right)$$

st.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} + s_i^- = \theta X_{ik}, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \sum_{l=1}^L Z_l B_j^{(l)} - s_i^+ = \sum_{l=1}^L Z_l B_k^{(l)}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - s_i^+ = Y_{rk}, \quad r = 2, \dots, s \quad (22)$$

$$(Z_l)_{\alpha}^L \leq Z_l \leq (Z_l)_{\alpha}^U, \quad l = 1, \dots, L$$

$$Z_l \leq Z_{l+1} \quad l = 1, \dots, l-1$$

$$Z_l \geq 0, \quad s_i^+, s_i^-, \lambda_j \geq 0, \text{ all } r, i, j, \quad \theta \text{ آزاد در علامت}$$

- [1] Charnes, A., Cooper, W.W., Rodes, E. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operation Research* 2(1978)429-444.
- [2] Cook, W.D., Kress, M., Seiford, L. On the use of ordinal data in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society* 44(1993)133-140.
- [3] Cook, W.D., Zhu, J. Rank order data in DEA: A general framework, *European Journal of Operation Research* 174(2006)1021-1038.
- [4] Cooper, W.W., Park, K.S., Yu, G. IDEA and AR-DEA: Models for dealing with imprecise data in DEA. *Management Science* 45(1999)597-607.
- [5] Despotis, D. K., Smirlis, Y.G. Data envelopment analysis with imprecise data. *European Journal of Operation Research* 140(2002)24-36.
- [6] Kao, C., Lin, P.H. Qualitative factors in data envelopment analysis: A fuzzy number approach. *European Journal of Operation Research* 211(2011)586-593
- [7] Kao, C., Liu, S.P. Fuzzy efficiency measures in data envelopment analysis. *Fuzzy Sets and Systems* 113(2000)427-437.
- [8] Zhu, J. Efficiency evaluation with strong ordinal input and output measures. *European Journal of Operation Research* 146(2003)477-485.
- [9] Wang, Y. M., Greatbanks, R., Yang, J. B. Interval efficiency assessment using data envelopment analysis. *Fuzzy Sets and Systems* 153(2005)347-370.

## DEA & AHP

### مقدمه

تکنیکهای تحلیل پوششی داده ها (AED) و فرآیند تحلیل سلسله مراتبی به عنوان دو ابزار قدرتمند جهت تجزیه و تحلیل در اختیار تصمیم گیرندگان می باشد. در این مبحث ابتدا هر کدام از این دو روش معرفی می گردند و در این میان مزایا و محدودیتهای این روشها هم ذکر می شود. در ادامه نحوه تلفیق این دو روش و اینکه تا چه حد می توانند محدودیتهای یکدیگر را بیوشانند آورده می شود.

### ۱. تحلیل پوششی داده ها:

تحلیل پوششی داده ها تکنیکی است که از تمامی مشاهدات گردآوری شده برای اندازه گیری کارایی استفاده می کند. حال برای بررسی بیشتر موضوع یک سری از مفاهیم و تعاریف اولیه را در اینجا ارایه می دهیم [۲]:

#### تولید

منظور از تولید، هر نوع تغییر و تبدیل مستقیمی است که مطلوبیت کالا را افزایش دهد. این تغییر گاهی بصورت تغییر و تبدیل مواد صورت می گیرد و گاهی با تغییر و تبدیل در زمان صورت می گیرد.

#### محصول

نتیجه یک فعالیت تولیدی ناشی از تغییر و تبدیل را محصول می نامند.

#### منابع تولید

مواد و کالای مورد استفاده در تولید محصول را منابع تولید می نامند.

## تابع تولید

تابع تولید نشان دهنده رابطه موجود بین منابع تولیدی مورد استفاده یک موسسه تولیدی (ورودی ها) و کالاها یا خدمات بدست آمده (خروجی ها) در یک زمان واحد بدون در نظر گرفتن قیمت هاست. تابع تولید ممکن است به شکل های مختلفی از توابع ریاضی باشد.

## بازده به مقیاس

بازده به مقیاس مفهومی است بلند مدت که منعکس کننده نسبت افزایش در خروجی به ازای افزایش در میزان ورودی هاست. این نسبت می تواند ثابت افزایش یا کاهشی باشد.

## مرز تولید

مرز تولید بیانگر حداکثر محصولی است که به ازای میزان متفاوتی از منابع بدست می آید.

مجموعه امکان تولید

تمامی ترکیبات ممکن از ورودی ها و خروجی ها را مجموعه امکان تولید می نامند.

و  $S$  خروجی  $\{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}\}$  ورودی مختلف با  $M(J=0 \dots N)$  مجموعه امکان تولید  $N$  بنگاه

$$Y_j = \{y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj}\}$$

به صورت زیر و با نماد  $T$  تعریف می شود.

$$T = \{(x, y) | x \text{ ایجاد شود} \}$$

مجموعه امکان تولید دارای ویژگی هایی از قبیل تحدب، امکانپذیری و ... میباشد.

کارایی اقتصادی

کارایی اقتصادی عبارت است از نسبت میزان محصول تولیدی قابل استفاده به میزان منافع تولیدی که برای ساخت آن محصول به کار رفته است.

$$\text{کارایی} = \frac{\text{مجموع موزون خروجی ها}}{\text{مجموع موزون ورودی ها}}$$

۱.۱ مدل های پایه ای تحلیل پوششی داده ها:

اندازه گیری کارایی به خاطر اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه بوده است. ابتدا در سال ۱۹۵۷ آقای فارل جهت اندازه گیری یک واحد تولیدی با یک ورودی و یک خروجی اقدام کرد. در ادامه چارلز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و مدلی را ارایه کردند که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و چندین خروجی را داشت. این مدل تحلیل پوششی داده ها نامیده شد. اولین مدل تحلیل پوششی داده ها CCR نام گرفت.

بسته به اینکه مدل ورودی محور یا خروجی محور باشد و نیز با توجه به مشخصات مجموعه امکان تولید جهت اندازه گیری کارایی مدل‌های گوناگونی به وجود آمده است که در همه آنها هدف یک چیز است و آن تمایز واحدهای کارا از ناکارای می باشد. لازم به ذکر است که این کارایی نسبی می باشد و نه مطلق. در ادامه اقدام به معرفی تعدادی از مدل‌های تحلیل پوششی داده ها می کنیم.

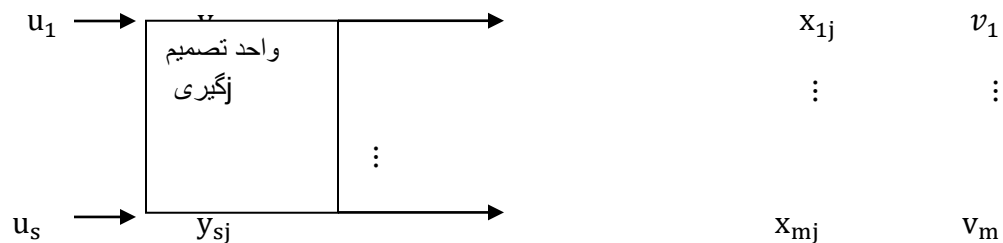
### مدل CCR ورودی محور ضربی

در صورتی که هدف بررسی کارایی n واحد باشد و هر واحد دارای m ورودی و s خروجی باشد، کارایی واحد j ام

به صورت زیر محاسبه میشود:

$$\text{کارایی واحد } j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}$$

که با توجه به شکل زیر



میزان ورودی نام برای واحد j ام  $(i = 1 \dots m)$   $x_{ij}$

میزان خروجی نام برای واحد j ام  $(r = 1 \dots s)$   $y_{rj}$

وزن داده شده به خروجی نام  $u_r$

وزن داده شده به ورودی نام  $v_i$

میزان ورودی و خروجی واحد تصمیم‌گیری تحت بررسی  $x_{ip}, y_{rp}$

$$\text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i \leq 0, (j = 1 \dots n)$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

### مدل BCC ورودی محور مضربی

$$\text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + w$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m x_{ij} v_i + w \leq 0, (j = 1 \dots n)$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad w \text{ آزاد در علامت}$$

مدلهای دیگر شامل مدل‌های خروجی محور، پوششی، اصلاح شده و ... می باشد که معرفی همه آنها در این مختصر نگنجد.

#### ۲.۱ محدودیتهای تحلیل پوششی داده‌ها [۳]:

-تحلیل پوششی داده‌ها در ارزیابی واحدهای مختلف نسبت به هم آنها را فقط به دو دسته کارا و ناکارا طبقه بندی می کند.  
-از نقاط دیگر ضعف مدل تحلیل پوششی داده‌ها عدم توانایی این مدل در تشخیص و تفکیک کافی میان نتایج ارایه شده به خصوص هنگامی که تعداد واحدهای تصمیم گیرنده نسبت به تعداد ورودی و خروجی کم است . یکی از مهمترین پیامدهای این فقدان تشخیص، کارا ظاهر شدن تعداد زیادی از واحدهای تصمیم گیرنده است.

-همچنین به علت آنکه تحلیل پوششی داده‌ها یک معیار شعاعی سنجش کارایی است، لذا این فرض تحلیل پوششی داده‌ها که یک واحد ناکارا جهت کارا شدن باید تمام ورودی هایش (خروجی هایش) را به یک نسبت کاهش (افزایش) دهد یا به عبارتی دیگر، در یک واحد ناکارا تمام ورودی‌ها به یک اندازه ناکارا هستند فرضی غیر واقعی و غیر ضروری است.



## ۲. تحلیل سلسله مراتبی:

روش تحلیل سلسله مراتبی یک روش جذاب برای ترکیب نظرات گروه متخصصین در جهت انتخاب نهایی می باشد.

روش تحلیل سلسله مراتبی در سال ۱۹۸۰ توسط توماس ساعتی ارائه شد. در این روش، مساله تصمیم گیری به سطوح مختلف هدف، معیارها و زیر معیارها و گزینه ها تقسیم می شود تا تصمیم گیرنده بتواند براحتی در کوچکترین تصمیم گیری دقت کند. روش مذکور برای تعیین اهمیت نسبی معیارها یا گزینه ها از مقایسه زوجی عناصر تصمیم گیری با در نظر گرفتن معیارها یا گزینه ها بهره می گیرد و شامل مراحل زیر میباشد [۱]:

### ساختن نمودار سلسله مراتبی

در این نمودار به ترتیب هدف، معیارها (و در صورت وجود زیر معیارها) و گزینه ها نشان داده می شوند. نمودار سلسله مراتبی تصمیم، عوامل مورد مقایسه و گزینه های رقیب مورد ارزیابی در تصمیم را نشان می دهد. برای این منظور ایجاد یک نمایش گرافیکی از مساله که در آن هدف، معیارها و گزینه ها نشان داده می شوند ضروری است.

### ماتریس های مقایسات زوجی

در این مرحله عناصر هر سطح نسبت به سایر عناصر مربوطه خود در سطح بالاتر به صورت زوجی مقایسه شده و ماتریس های مقایسه زوجی تشکیل می شوند. امتیازات عددی مربوطه به مقایسه زوجی اهمیت دو گزینه یا دو شاخص بر اساس جدول زیر توسط توماس ساعتی و الکساندر در سال ۱۹۸۱ ابداع شده است، صورت می گیرد:

### جدول ۱: طبقه بندی کمی و کیفی برای مقایسه زوجی معیارها

| امتیاز عددی | مقایسه نسبی شاخص ها (قضایات شفاهی) |
|-------------|------------------------------------|
| ۹           | اهمیت مطلق                         |
| ۷           | اهمیت خیلی قوی                     |
| ۵           | اهمیت قوی                          |
| ۳           | اهمیت ضعیف                         |
| ۱           | اهمیت یکسان                        |
| ۲،۴،۶،۸     | ترجیحات بین فاصله های بالا         |

یک ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر نشان داده می شود:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

که در آن  $A_{ij}$  ترجیح عنصر  $i$  نسبت به عنصر  $j$  می باشد. در مقایسه زوجی معیارها نسبت به یکدیگر شرط معکوسی رابطه زیر برقرار است:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$$

ماتریس مقایسه زوجی، یک ماتریس  $n \times n$  بوده که  $n$  تعداد عناصری است که مورد مقایسه قرار گرفته اند. برای هر ماتریس مقایسه زوجی  $n \times n$ ، عناصر روی قطر مساوی یک بوده و نیازی به ارزیابی نیست، ولی سایر درایه ها نسبت به قطر، معکوس یکدیگرند.

### محاسبه وزن عناصر در روش تحلیل سلسله مراتبی

در روش تحلیل سلسله مراتبی، عناصر هر سطح نسبت به هر یک از عناصر سطح بالاتر به صورت زوجی مقایسه شده و وزن آنها محاسبه میشود، این وزنها را وزن نسبی میگویند. پس از تعیین ماتریس مقایسه زوجی، وزن نسبی عناصر محاسبه می شود که برای اینکار از روش های مختلفی از قبیل حداقل مربعات، روش بردار ویژه و... استفاده می شود.

محاسبه وزن نهایی

وزن نهایی هر گزینه در یک فرایند سلسله مراتبی، از مجموع حاصلضرب وزن هر معیار در امتیاز گزینه مورد نظر به دست می آید. مجموع امتیازات به دست آمده برای هر گزینه از رابطه زیر حاصل می شود:

$$A_{AHP_{score}} = \sum_{j=1}^n a_{ij} w_j \quad i = 1, 2, \dots, m$$

که در آن بیانگر میزان اهمیت نسبی گزینه  $i$  به ازای معیار  $j$  و  $w_j$  نشانگر اهمیت معیار  $j$  می باشد. همچنین لازم است که مقادیر گزینه ها و وزن شاخصها نرمال شوند.

محاسبه نرخ ناسازگاری

پس از تکمیل ماتریس های مقایسه زوجی برای مقایسه ها بایستی شاخص ناسازگاری محاسبه شود:

$$\text{ناسازگاری} = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} = \text{شاخص}$$

$$\text{نسبت ناسازگاری} = \frac{\text{شاخص ناسازگاری}}{\text{شاخص ناسازگاری تصادفی}}$$

| 12   | 11   | 10   | 9    | 8    | 7    | 6    | 5    | 4   | 3    | 2 | 1 | n                           |
|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|------|---|---|-----------------------------|
| ۱.۵۳ | 1.51 | 1.45 | 1.45 | 1.41 | 1.32 | 1.24 | 1.12 | 0.9 | 0.58 | 0 | 0 | شاخص<br>ناسازگاری<br>تصادفی |

که  $n$  اندازه ماتریس می باشد. و  $\lambda_{\max}$  برای هر ماتریس با روشهای مختلف قابل محاسبه می باشد و  $\lambda_{\max}$  بزرگترین مقدار ویژه ماتریس می باشد. چنانچه میزان ناسازگاری بیشتر از  $0.1$  باشد بهتر است در قضاوتها تجدید نظر شود.

۳. تلفیق تحلیل پوششی داده ها با تکنیک تحلیل سلسله مراتبی:

فلسفه وجودی این روش تلفیقی عبارت است از:

۱- یکی از مشکلات AHP که معمولا موجب نگرانی تصمیم گیرندگان می شود، وجود قضاوتهای ذهنی در ماتریس مقایسات زوجی است که در اینجا با بکارگیری DEA این مشکل مرتفع می شود [۲].

۲- داشتن اندازه کارایی در خیلی از مواقع به تنهایی کافی نیست آنچه مهم است که بدانیم این است که کدام یک از ورودی ها (منابع) موجب ناکارایی شده و تا چه اندازه می تواند بهبود یابد [۳].

۳- در بسیاری از مسایل ما با دو نوع کیفی و کمی داده ها مواجه هستیم که جهت اندازه گیری تاثیر داده های کیفی از AHP و جهت اندازه گیری داده های کمی از DEA استفاده می کنیم [۲].

۴- در موارد زیادی در رتبه بندی واحدها ما با تعداد زیادی (صدها یا هزاران) از واحدها مواجه هستیم که در این موارد AHP عملا کارایی خود را از دست می دهد که وانگ و همکاران برای حل این مشکل از یک روش DEA-AHP ادغام شده استفاده کرده اند و نیز توشی یوکی سویوشی روش دیگر را برای حل این دو گونه مسایل ارائه کرده اند [۷].

۵- گاهی نیاز است که تکنیکهای MCDM را با استفاده از یک روش مناسب با یکدیگر مقایسه کنیم که آقای علی یوسفی و همکاران در مساله انتخاب اتومبیل یک مطالعه ای موردی را در این باره انجام داده اند [۶].

حال به ترتیب موارد بالا بصورت جزئی شرح داده می شود.

۱.۳ رتبه بندی کامل با استفاده از DEA/AHP:

در این قسمت با یک مدل دو مرحله ای برای رتبه بندی کامل واحدهای تصمیم گیرنده با چندین خروجی آشنا می شوید. در این مدل DEA برای هر زوج از واحدها، بدون در نظر گرفتن سایر واحدها، حل می شود. سپس با استفاده از نتایج بدست آمده از حل مدل های DEA به شیوه ای که گفته خواهد شد یک ماتریس مقایسات زوجی تشکیل و با یک مدل فرآیند تحلیل سلسله مراتبی (AHP) یک سطحی، رتبه بندی کامل انجام می شود [۲].

مرحله اول، تشکیل ماتریس مقایسات زوجی با استفاده از DEA:

برای هر زوج از واحدهای A و B مدل CCR اجرا می شود.

$$E_{AA} = \text{Max } Z_{AA} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rA}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{iA} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rA} \leq 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rB} - \sum_{i=1}^m v_i x_{iA} \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

این مدل دارای  $m+s$  متغیر و سه محدودیت است. از آنجا که مساله دارای سه محدودیت است و تعداد متغیرهای اساسی با محدودیت ها برابر است، تنها یک  $i$  از معادله ۱ و دو متغیر برای محدودیت‌های (۲، ۳) مثبت خواهند شد. اگر  $A$  کارا باشد ( $Z_{AA}=1$ ) آنگاه محدودیت دوم بایستی بصورت تساوی برقرار شود و در نتیجه  $s_2 = 0$  خواهد شد و اگر واحد  $A$  کارا نباشد، از آنجا که کارایی نسبی محاسبه می شود، واحد  $B$  کارا است، بنابراین باید

$$\left( \frac{\sum_{r=1}^s y_{rB} u_r}{\sum_{i=1}^m v_i x_{iB}} = 1 \right)$$

باشد و محدودیت سوم به صورت تساوی ( $s_3 = 0$ ) برقرار شود. در نتیجه اگر  $s_2 = 0$  باشد، واحد  $A$  کارا و واحد  $B$  ناکارا و اگر  $s_3 > 0$  است و اگر  $s_3 = 0$  باشد واحد  $B$  کارا و واحد  $A$  ناکارا و  $s_2 > 0$  است.

برای محاسبه کارایی متقاطع، مدل زیر باید حل شود.

مسئله ۲:

$$E_{BA} = \text{Max } Z_{BA} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rB}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{iB} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rB} \leq 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rA} - E_{AA} \sum_{i=1}^m v_i x_{iA} = 0$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

که  $E_{AB}$  مقدار بهینه ارزیابی واحد B است.

متقارن با دو مساله ۱ و ۲ دو مساله دیگر نیز باید حل شود تا  $E_{AB}$  (مشابه مساله ۲ با این تفاوت که کارایی B نسبت به A سنجیده می شود) و  $E_{AB}$  (مشابه مساله ۳ ولی حسب A) محاسبه می شود. به این ترتیب چهار مساله حل می شود و مقادیر  $E_{AA}$ ،  $E_{AB}$ ،  $E_{BA}$ ،  $E_{BB}$  به دست می آید. با بکارگیری نتایج مدل‌های فوق و با استفاده از رابطه زیر، ماتریس مقایسات زوجی، که هر عنصر آن از رابطه زیر بدست می آید، تشکیل می شود.

$$a_{jk} = \frac{E_{jj} + E_{jk}}{E_{kk} + E_{kj}}, a_{ij} = 1$$

ماتریس مقایسات برای هر دو واحد به شیوه ای که برای دو واحد A و B گفته شد تکمیل و تشکیل می شود. در این ماتریس

$$a_{kj} = \frac{1}{a_{jk}}$$

خواهد بود.

مرحله دوم، رتبه بندی با استفاده از AHP

در این مرحله یک مدل AHP با استفاده از ماتریس مقایسات زوجی تشکیل یافته حل و رتبه بندی انجام می شود. لازم است محاسبات زیر را انجام دهید.

الف) مجموعه اعداد هرستون را انجام دهید.

ب) هر عنصر را بر مجموع آن ستون تقسیم کنید و یک ماتریس جدید به این صورت به دست می آید و آن را ماتریس نرمال شده بنامید.

پ) میانگین هر سطر ماتریس نرمال شده را محاسبه کنید. میانگین بدست آمده وزن رتبه ای هر واحد را نشان می دهد.

۲.۳ تحلیل پوششی داده ها و روش نوین AHP/IEP جهت رتبه بندی کامل واحدهای تصمیم گیرنده:

۱- در این روش ابتدا بایستی معلوم کنیم که کدام خروجی(ها) حاصل از کدام ورودی(ها) می باشد سپس برای هر کدام از ورودی ها با خروجی مرتبط با آن یک مدل DEA حل می شود و عدد کارایی بدست آمده نشان دهنده درصد کارایی برای آن ورودی می باشد. سپس نتایج مدل‌های حل شده برای همه گزینه ها در یک جدول بصورت مثالی که در ادامه می آید گردآوری می شود [۲].

۲- به کارگیری AHP :

الف) با استفاده از نتایج مرحله قبل، ماتریس مقایسات زوجی واحدها را بر مبنای هر معیار بدست می آوریم.

ب) ماتریس مقایسات زوجی شاخصها را نیز بدست می آوریم.

پ) اکنون با بدست آوردن ماتریس مقایسات زوجی، مراحل مختلف جهت بدست آوردن اوزان ورتبه بندی واحدها را با استفاده از AHP انجام می دهیم.

مثال: مساله انتخاب یک نیروگاه برق در یکی از ۶ کشور ایتالیا، بلژیک، آلمان، بریتانیا، پرتغال و فرانسه با توجه به ۶ معیار زیر:

الف) ورودی ها

۱- نیروی انسانی مورد نیاز ( $X_1$ )

۲- هزینه ساخت برچسب میلیون دلار ( $X_2$ )

۳- هزینه نگهداری سالانه بر حسب میلیون دلار ( $X_3$ )

۴- تعداد دهکده هایی که باید خالی شوند ( $X_4$ )

ب: خروجی ها

۱- مقدار برق تولید شده بر حسب مگاوات ( $Y_1$ )

۲- سطح امنیت ( $Y_2$ )

داده های مساله در جدول زیر آمده است (جدول نگاره ص ۴۵)

جدول ۲: داده های مسئله مکان یابی جهت ایجاد نیروگاه برق

|  | $Y_2$ | $Y_1$ | $X_4$ | $X_3$ | $X_2$ | $X_1$ | معیار / کشور |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
|  | ۵     | ۹۰    | ۸     | ۵۴    | ۶۰۰   | ۸۰    | ایتالیا      |
|  | ۱     | ۵۸    | ۱     | ۹۷    | ۲۰۰   | ۶۵    | بلژیک        |
|  | ۷     | ۶۰    | ۴     | ۷۲    | ۴۰۰   | ۸۳    |              |

|    |    |   |    |      |    |          |
|----|----|---|----|------|----|----------|
|    |    |   |    |      |    | آلمان    |
| ۱۰ | ۸۰ | ۷ | ۷۵ | ۱۰۰۰ | ۴۰ | بریتانیا |
| ۸  | ۷۲ | ۳ | ۲۰ | ۶۰۰  | ۵۲ | پرتغال   |
| ۶  | ۹۶ | ۵ | ۳۶ | ۷۰۰  | ۹۴ | فرانسه   |

ورودی های ۱،۲ و ۳ مرتبط با هر دو خروجی بوده و ورودی چهارم فقط با خروجی دوم مرتبط است.

نتایج حل مدل DEA برای هر معیار ورودی با خروجی مرتبط با آن (تست مدل پرو فایل) در جدول زیر آمده است.

جدول ۳: نتایج مدل درصد کارایی برای هر ورودی

| معیار<br>کشور | ۱X  | ۲X  | ۳X  | ۴X   |
|---------------|-----|-----|-----|------|
| ایتالیا       | ۵۶  | ۷۰  | ۴۶  | ۲۳   |
| بلژیک         | ۴۵  | ۱۰۰ | ۱۷  | ۳۷.۵ |
| آلمان         | ۳۶  | ۱۰۰ | ۲۴  | ۶۶   |
| بریتانیا      | ۱۰۰ | ۵۷  | ۳۳  | ۵۴   |
| پرتغال        | ۶۹  | ۷۸  | ۱۰۰ | ۱۰۰  |
| فرانسه        | ۵۱  | ۶۷  | ۷۴  | ۴۵   |

ماتریس مقایسات زوجی واحدهای مبنا و ورودی های مختلف به صورت زیر بدست می آوریم.

جدول ۴: ماتریس مقایسات زوجی کشورها با توجه به  $X_1$

|          |                  |                  |                  |                  |                  |                  |
|----------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| $X_1$    | ایتالیا          | بلژیک            | آلمان            | بریتانیا         | پرتغال           | فرانسه           |
| ایتالیا  | ۱                | $\frac{56}{45}$  | $\frac{56}{36}$  | $\frac{56}{100}$ | $\frac{56}{69}$  | $\frac{56}{51}$  |
| بلژیک    | $\frac{45}{56}$  | ۱                | $\frac{45}{36}$  | $\frac{45}{100}$ | $\frac{45}{69}$  | $\frac{45}{51}$  |
| آلمان    | $\frac{36}{56}$  | $\frac{36}{45}$  | ۱                | $\frac{36}{100}$ | $\frac{36}{69}$  | $\frac{36}{51}$  |
| بریتانیا | $\frac{100}{56}$ | $\frac{100}{45}$ | $\frac{100}{36}$ | ۱                | $\frac{100}{69}$ | $\frac{100}{51}$ |
| پرتغال   | $\frac{69}{56}$  | $\frac{69}{45}$  | $\frac{69}{36}$  | $\frac{69}{100}$ | ۱                | $\frac{69}{51}$  |
| فرانسه   | $\frac{51}{56}$  | $\frac{51}{45}$  | $\frac{51}{36}$  | $\frac{51}{100}$ | $\frac{51}{69}$  | ۱                |

با استفاده از نظر متخصصان ماتریس مقایسات زوجی شاخصهای ورودی نسبت به هم به صورت جدول زیر بدست آمده است .

جدول ۵: ماتریس مقایسات زوجی شاخص های ورودی نسبت به هم

|       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | $X_4$ |
| $X_1$ | ۱     | ۵     | ۷     | ۳     |
| $X_2$ | ۰.۲   | ۱     | ۵     | ۰.۲   |
| $X_3$ | ۰.۱۴  | ۰.۲   | ۱     | ۰.۱۴  |
| $X_4$ | ۰.۳۳  | ۵     | ۷     | ۱     |

دست آخر با طی مراحل مختلف AHP رتبه بندی کشورها انجام می گیرد که نتایج بصورت زیر آمده است.

$$P \gg UK \gg F \gg G \gg B \gg I$$

۳.۳ حالتی که با دو نوع کیفی و کمی از داده ها روبرو هستیم.

آزاده و همکاران یک شبیه سازی یکپارچه و تحلیل چند متغیره را برای بهبود و بهینه سازی راه آهن نشان داده اند. این مدل یکپارچه بر پایه DEA و AHP بنا شده است که با شبیه سازی کامپیوتری ادغام شده است [۴].

در مطالعه موردی یک مسیر ۸۰۰ راه آهن در نظر گرفته شده است. هدف مدل افزایش قابلیت اطمینان به جدول زمانی قطارهای باری می باشد.



شاخصهای مورد استفاده عبارت است از: قابلیت اطمینان مرتبط با جدول زمانی قطارهای مسافری، زمان سفر قطارهای مسافری، زمان سفر قطارهای باری، زمان توقف برنامه ریزی نشده قطارهای باری خطای انسانی یا سرعت غیر مجاز و هزینه های مرتبط با نسب تجهیزات جدید که در شاخص اخیر بصورت کیفی می باشد.

سپس سناریوهای مختلف طی تحقیق از خبرگان حوزه راه آهن بدست آمده است و شامل ۲۲ سناریو از قبیل کنترل اتوماتیک قطارهای مسافرتی نیمه سریع السیر، کنترل اتوماتیک قطارهای سریع السیر، کنترل اتوماتیک قطارهای باری و ... می باشد. زمانبندی حرکت قطارها یکی از مسایل برنامه ریزی بسیار پیچیده است.

مدل DEA/AHP یکپارچه در زیر آورده می شود:

ابتدا با شبیه سازی کامپیوتری سیستم مورد بررسی قرار می گیرد و داده های کمی مرتبط با مساله از آن استخراج می شود. از AHP برای کمی کردن داده های کیفی و بدست آوردن بردار وزنی اظهار شده اهمیت نسبی گزینه ها برای هر یک از معیارها می باشد.

داده های کمی بدست آمده از شبیه سازی و نتایج AHP به عنوان ورودی ها و خروجی ها برای استفاده در یک مدل پوششی ترکیبی تحلیل پوششی داده ها مورد استفاده قرار می گیرد و سناریوهای بهینه انتخاب می شود [۴].

۴.۳ رتبه بندی تعداد بسیار زیاد واحدها در حالتی که دیگر AHP جوابگو نیست:

در این حالت دو روش معرفی شده است:

۱.۴.۳۱ ارایه یک روش یکپارچه DEA-AHP برای ارزیابی ریسک پلها توسط وانگ و همکاران:

تحلیل سلسله مراتبی فقط تعداد بسیار محدودی از گزینه ها را می تواند مقایسه کند که معمولا تا ۱۶ گزینه می باشد. در این تحقیق برای اولویت بندی تعمیر و نگهداری صدها و یا هزاران ساختمان پل های در معرفی از یک روش یکپارچه DEA-AHP استفاده شده است [۷].

### خلاصه روش:

۱- انتخاب معیارهای تصمیم گیری و در صورت وجود زیر معیارها و بنا نهادن یک چهارچوب سلسله مراتبی برای مساله MCDM تحت تحقیق.

۲- محاسبه اوزان معیارها و زیر معیارها با استفاده از AHP.

۳- تعریف یک مجموعه از درجات ارزیابی برای هر معیار یا زیر معیار و نظر خواهی از خبرگان از حوزه های مختلف برای ارزیابی گزینه ها با استفاده از درجات ارزیابی تعریف شده بادر نظر گرفتن هر معیار بصورت نشان داده شده در جدول زیر

جدول ۶: محاسبات اوزان کلی

| گزینه ها | وزن کلی  |     |          |     |          | معیارهای تصمیم گیری                |
|----------|----------|-----|----------|-----|----------|------------------------------------|
|          | $C_1$    | ... | $C_j$    | ... | $C_m$    |                                    |
|          | $w_1$    | ... | $w_j$    | ... | $w_m$    |                                    |
| $A_1$    | $w_{11}$ | ... | $w_{1j}$ | ... | $w_{1m}$ | $w_{A1} = \sum_{j=1}^m w_{1j} w_j$ |
|          |          |     |          |     |          | ⋮                                  |
| $A_i$    | $w_{i1}$ | ... | $w_{ij}$ | ... | $w_{im}$ | $w_{Ai} = \sum_{j=1}^m w_{ij} w_j$ |
|          |          |     |          |     |          | ⋮                                  |
| $A_n$    | $w_{n1}$ | ... | $w_{nj}$ | ... | $w_{nm}$ | $w_{An} = \sum_{j=1}^m w_{nj} w_j$ |

۴- حل مدل زیر برای هر معیار یا زیر معیار جهت بدست آوردن وزن هر گزینه با لحاظ کردن معیار یا زیر معیارها با استفاده از معادلات زیر

$$v_{ij} = \sum_{k=1}^{K_j} s(H_{jk}) NE_{ijk}, \quad i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m.$$

Max  $\alpha$

s.t.

$$\alpha \leq v_{ij} = \sum_{k=1}^{K_j} s(H_{jk}) NE_{ijk}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$s(H_{j1}) \geq 2s(H_{j2}) \geq \dots \geq K_j s(H_{jK_j}) \geq 0,$$

۵- جمع کردن وزن های محلی هر گزینه با لحاظ کردن معیارها یا زیر معیارهای مختلف و بدست آوردن یک وزن کلی با معادله زیر

$$V(A_i) = \sum_{j=1}^m w_j v_{ij}^* = \sum_{j=1}^m w_j \left( \sum_{k=1}^{K_j} s^*(H_{jk}) NE_{ijk} \right), \quad i = 1, \dots, n,$$

۶-رتبه بندی گزینه ها با وزن کلی.گزینه با وزن بیشتر دارای رتبه بهتر خواهد بود.

۷-انجام تحلیل حساسیت روی اوزان معیارها در صورت لزوم.

محاسن روش:

- مقایسات زوجی کمتر

- محاسبات کمتر

- نا محدود بودن تعداد درجات رتبه بندی کلامی

۲.۴.۳. ارایه یک روش جهت اولویت بندی فروشگاههای نیازمندحسابرسی داخلی توسط توشی یوکی سویوشی [۵]:

در این تحقیق از قابلیت‌های AHP و DEA برای کشف واحدهای نیازمند حسابرسی داخلی شده است. حسابرسی داخلی در مقابل حسابرسی خارجی یک روس حسابرسی می باشد که توسط مالکان شرکتها جهت بررسی درجه تکامل، دقت و میزان، انحراف از روشهای استاندارد سازماندهی می شود.

بر اساس نتایج حسابرسی، شرکتها می توانند توصیه نامه یا رهنمودهایی تهیه کنند. با توجه به محدودیت منابع و نیروی انسانی شرکت ها اغلب یک بخش کوچکی از واحدهای کسب و کار را که در معرض ریسک بالا هستند را حسابرسی می کنند.

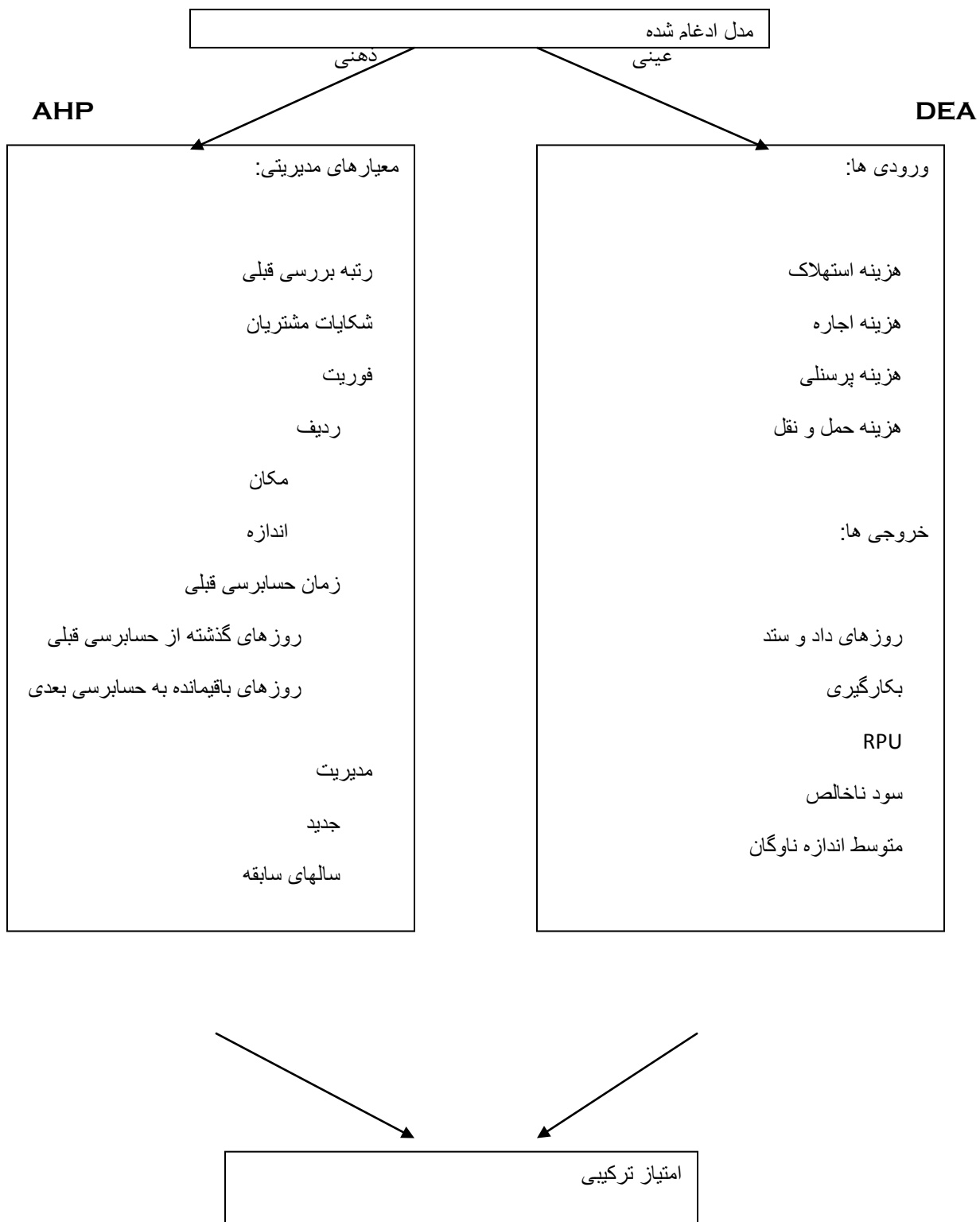
مطالعه موردی در شرکت اجاره ماشین که از این پس آن را RSC می نامیم انجام شده است که شامل ۱۰۰۰ شرکت می باشد. نوع فعالیت این شرکت ها به دو نوع کلی است که عبارتند از فروشگاههای دارای مالک و فروشگاههای فرانسیزی

درآمد شرکت شامل ۸۴ درصد از فروشگاههای دارای مالک و ۱۶ درصد از فروشگاههای فرانسیزی بابت لیزینگ خودرو و خدمات می باشد. لازم به ذکر است که مکان فعالیت فروشگاههای دارای مالک در فرودگاههای اصلی و فروشگاههای فرانسیزی در مناطق محلی می باشد.

با توجه به استراتژی درآمدی شرکت و اینکه عمده درآمد از فروشگاههای دارای مالک می باشد پس عمده کنترل هم بروی عملیات آنها می باشد. زمان حسابرسی اینگونه فروشگاهها بیشتر از نوع فرانسیزی می باشد. بنابراین و با توجه به محدودیت منابع گروه حسابرسی نیازمند یک راه کار جهت تخصیص بهینه منابع خود می باشد.

در این تحقیق از یک مدل ترکیبی DEA-AHP استفاده شده است. معیارهای مورد استفاده برای ارزیابی شامل اندازه متوسط ناوگان، فراوانی حسابرسی، تاریخ آخرین حسابرسی، حاشیه سود، خدمت دهی، درآمد هر واحد، شکایات مشتریان، درجه کنترل، درجه کیفیت و مدیر می باشد.

مدل کارایی عملیاتی، عملکرد مالی و منحنی ریسک را برای هر فروشگاه مشخص می کند و فروشگاهها را اولویت بندی می کند و بر روی فروشگاههای دارای ریسک بالا تمرکز می کند. شکل زیر چهار چوب مدل پیشنهادی را نشان می دهد.



شکل ۱: چهارچوب پیشنهادی

در این مدل از AHP برای اندازه گیری شاخصهای کیفی واز مدل BCC تحلیل پوششی داده ها برای اندازن گیری شاخصهای کمی استفاده شده است.

نتایج AHP و DEA در قالب نمودار ریسک بصورت شکل زیر نمایش داده می شود.

|   |                          |                            |
|---|--------------------------|----------------------------|
|   |                          | زیاد                       |
| د | ریسک کم                  | ریسک زیاد<br>مستعد حسابرسی |
|   | ریسک کم<br>مستعد حسابرسی | ریسک زیاد                  |
|   |                          | کم                         |

## ورودیهای مدیریتی

شکل ۲: نمودار ریسک

محور افقی این شکل تحت عنوان داده های مدیریتی از نتایج رتبه بندی AHP استفاده می کند و محور عمودی تحت عنوان کارایی از نتایج DEA استفاده می کند و شرکتهای تحت بررسی را در چهار منطقه دسته بندی می کند و با توجه به این نمودار می توان شرکتهای نیازمند حسابرسی فوری را تشخیص داد [۵].

۵.۳ مقایسه تکنیکها MCDM با یکدیگر با استفاده از DEA:

آقای علی یوسفی و همکاران از روشهای مختلف MCDM برای بدست آوردن شاخصهای مهم در انتخاب اتومبیل استفاده کرده اند که در آن برای مقایسه این روشها با هم از DEA استفاده شده است [۶].

- [۱] اعطایی محمد (۲۰۱۰). تصمیم گیری چند معیاره، شاهرود: دانشگاه صنعتی شاهرود
- [۲] مهرگان محمدرضا (۲۰۱۲). تحلیل پوششی داده ها، تهران: نشر کتاب دانشگاهی
- [۳] صارمی محمود و شهریار سلطانی (۲۰۰۴). تحلیل پوششی داده ها و روش نوین AHP/IEP جهت رتبه بندی کامل واحدهای تصمیم گیرنده. دانش مدیریت، شماره ۶۳، ص ص. ۳۹-۵۱
- [4] Azadeh, A., Ghaderi, S.F., and Izadbakhsh, H. (2008). Integration of DEA and AHP with computer simulation for railway system improvement and optimization, Applied Mathematics and Computation, Vol. 195, pp. 775-785
- [5] Sueyoshi, T., Shang, J., and Chiang, W. (2009). A decision support framework for internal audit prioritization in a rental car company: A combined use between DEA and AHP, European Journal of Operational Research, Vol. 199, pp. 219-231
- [6] Yousefi, A., and Hadi, A. (2010). An integrated group decision making model and evaluation by DEA for automobile industry, Expert System with Applications, Vol. 37, pp. 8543-8556
- [7] Wang, Y.M., Liu, J., and Elhag, T. (2008). An integrated AHP-DEA methodology for bridge risk assessment, Computer & Industrial Engineering, Vol. 54, pp. 513-525

## DEA + TOPSIS

### مقدمه

TOPSIS یک روش تصمیم گیری چند شاخصه برای اولویت بندی می باشد. این روش در سال ۱۹۹۲ توسط چن و هوانگ مطرح شده است. الگوریتم TOPSIS یک تکنیک تصمیم گیری چند شاخصه جبرانی بسیار قوی برای اولویت بندی گزینه ها از طریق شبیه نمودن به جواب ایده آل می باشد که به نوع تکنیک وزن دهی، حساسیت بسیار کمی داشته و پاسخ های حاصل از آن، تغییر عمیقی نمی کند. در این روش، گزینه انتخاب شده، می باید کوتاهترین فاصله را از جواب ایده آل و دورترین فاصله را از ناکارآمدترین جواب داشته باشد. [۱] مهمترین مزایای این روش عبارتند از:

- ۱- معیارهای کمی و کیفی در ارزیابی به صورت همزمان دخالت دارند.
- ۲- تعداد قابل توجهی معیار در نظر گرفته می شود.
- ۳- این روش به سادگی و با سرعت مناسب اعمال می گردد.
- ۴- عملکرد سیستم به صورت مطلوب و قابل قبول است.
- ۵- مطلوبیت شاخص های مورد نظر در حل مسئله، به طور یکنواخت افزایشی (یا کاهش) می باشند.

۶- اولویت بندی در این روش با منطق شباهت به جواب ایده آل انجام می شود. بر این اساس که گزینه انتخابی کوتاهترین فاصله را از جواب ایده آل و دورترین فاصله را از بدترین جواب داشته باشد.

۷- اگر بعضی از معیارها از نوع هزینه ای باشند و هدف کاهش آنها و برخی دیگر از نوع سود بوده و هدف افزایش آنها باشد، روش TOPSIS به آسانی جواب ایده آل را که ترکیبی از بهترین مقادیر قابل دستیابی همه معیارها می باشد می یابد.  
[۲]

سابقه استفاده از مدل TOPSIS در ایران با طیف های کاربردی در زمینه های امکان سنجی ، اولویت بندی و ارزیابی عملکرد، از آغاز دهه ۱۳۷۰ به شکل محدود آغاز شده است.

### مواد و روش ها:

به طور اجمالی در روش TOPSIS ، ماتریس  $n \times m$  که دارای  $m$  گزینه و  $n$  معیار می باشد ، مورد ارزیابی قرار می گیرد . در این الگوریتم ، فرض می شود هر شاخص و معیار در ماتریس تصمیم گیری دارای مطلوبیت افزایشی و یا کاهشی یکنواخت است و به بیان دیگر مقادیر زیادتری که معیارها در این ماتریس کسب می کنند ، اگر از نوع سود بود ، هر چه مقدار آن بیشتر باشد ، دارای مطلوبیت بالاتر و اگر از نوع هزینه بود ، دارای مطلوبیت پایینتری می باشد. از امتیازات مهم این روش آن است که به طور همزمان می توان از شاخص ها و معیارهای عینی و ذهنی استفاده نمود . با این حال لازم است در این مدل جهت محاسبات ریاضی، تمامی مقادیر نسبت داده شده به معیارها از نوع کمی بوده و در صورت کیفی بودن به کمی تبدیل شوند.

### مراحل اجرای روش TOPSIS:

مرحله اول: تشکیل ماتریس داده ها بر اساس  $m$  گزینه و  $n$  شاخص

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

مرحله دوم : بی مقیاس نمودن داده ها و تشکیل ماتریس استاندارد از طریق رابطه زیر:

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m a_{kj}^2}} R_{ij} = \begin{pmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix}$$

مرحله سوم : تعیین وزن هر یک از شاخص ها ( $w_i$ ) بر اساس  $\sum w_i = 1$  . در این راستا شاخص های دارای اهمیت بیشتر از وزن بالاتری نیز برخوردارند.

$$V_{ij} = \begin{pmatrix} w_1 r_{11} & \cdots & w_n r_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{m1} & \cdots & w_n r_{mn} \end{pmatrix}$$



مرحله چهارم : تعیین فاصله  $i$  امین گزینه از گزینه ایده آل که آن را با  $A^+$  نشان می دهند.

$$A^+ = \{(\max v_{ij}|j \in J), (\min v_{ij}|j \in J')\} = \{v_1^+, \dots, v_n^+\}$$

مرحله پنجم : تعیین فاصله  $i$  امین گزینه از گزینه ضد ایده آل که آن را با  $A^-$  نشان می دهند.

$$A^- = \{(\min v_{ij}|j \in J), (\max v_{ij}|j \in J')\} = \{v_1^-, \dots, v_n^-\}$$

مرحله ششم : تعیین معیار فاصله ای برای گزینه ایده آل و گزینه ضد ایده آل.

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2}$$

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}$$

مرحله هفتم : تعیین معیار نزدیکی نسبی.

$$cl_i^* = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}$$

مرحله هشتم : رتبه بندی گزینه ها بر اساس شاخص  $Cl_i^*$ . میزان فوق همواره بین صفر و یک در نوسان است .

$$cl_i^* = 1 \text{ نشان دهنده بالاترین رتبه و } cl_i^* = 0 \text{ نشان دهنده کمترین رتبه است. [۱]}$$

DEA یک روش نا پارامتریک و مبتنی بر برنامه ریزی ریاضی می باشد که برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیری مشابه DMU که چندین ورودی و چندین خروجی دارد به کار می رود [۳] تحلیل پوششی داده ها از جمله روش هایی است که علاوه بر سنجش و ارزیابی کارایی و عملکرد ، شیوه های بهبود آن را نیز به طور تفکیکی با استفاده از نسبت ستاده به داده برای هر سطح جداگانه پیشنهاد و نحوه افزایش بهره وری را در تمام سطوح ارائه می دهد. [۴]

اگر تابع تولید که در اقتصاد رابطه بین ورودی و خروجی را بیان می کند در دسترس و معلوم باشد بیان نسبت های ورودی و خروجی ساده خواهد بود ولی در بسیاری مواقع این تابع در دسترس نیست در این مواقع روش تحلیل پوششی داده ها که در زمره روش های غیر پارامتریک است را می توان بکار برد . یکی از مهمترین مزایای این روش تلفیق متغیرهایی با واحدهای سنجش متفاوت است . [۵]

روش DEA اقدام به تخمین مرز کارایی می کند و یک تابع مرزی به دست می دهد که در آن تمام داده ها تحت پوشش قرار می گیرند و به همین دلیل آن را تحلیل پوششی داده ها می نامند . مرز فوق در واقع درجه عدم کارایی هر واحد تصمیم گیرنده را به میزان فاصله واحد مزبور تا مرز کارایی نشان می دهد ، بدین وسیله واحدهای کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می شوند. [۶]

بر اساس دو جهت گیری کلی در DEA : تمرکز بر ورودی ها در مدل های ورودی محور و تمرکز بر خروجی ها در مدل های خروجی محور . چارنز و کوپر و رودز کارایی را به صورت زیر تعریف می کنند :

۱- در یک مدل ورودی محور ، یک واحد در صورتی ناکاراست که امکان کاهش هر یک از ورودی ها بدون افزایش در ورودی های دیگر یا کاهش هر یک از خروجی ها وجود داشته باشد.

۲- در یک مدل خروجی محور ، یک واحد در صورتی ناکاراست که امکان افزایش هر یک از خروجی ها بدون افزایش یک ورودی یا کاهش یک خروجی دیگر وجود داشته باشد.

یک واحد تصمیم گیری کاراست اگر و تنها اگر هیچ کدام از دو مورد فوق تحقق نیابد . در این صورت امتیاز کارایی آن برابر ۱ خواهد بود . کارایی کمتر از یک برای یک واحد بیانگر آن است که ترکیب خطی واحدهای دیگر می تواند همان مقدار خروجی را با ورودی های کمتر تولید کند که چنین واحدی را ناکارا می نامند [۴].

روش های ناپارامتری در محاسبه کارایی و ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده توسط فارل معرفی شد . سیستم پیشنهادی فارل بر اساس دو ورودی و یک خروجی به تحلیل عملکرد واحدها پرداخت . در سال ۱۹۷۸ چارنز ، کوپر و رودز با استفاده از برنامه ریزی ریاضی روش فارل را برای سیستمی با ورودی ها و خروجی های چندگانه تصمیم دادند که تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها نام گرفت و به مدل CCR که از حروف اول نام این سه فرد گرفته شده معروف گردید. [۷] در سال ۱۹۸۴ نبر ، چارنز و کوپر با تغییر در مدل CCR مدل جدید را عرضه کردند که بر اساس بازده به مقیاس متغیر طراحی شده بود که به مدل BCC معروف شد. [۸]

اگر چه تعداد مدل های تحلیل پوششی داده ها روز به روز افزایش یافته ، اما مبنای همه آنها مدل CCR و BCC است که در ادامه آورده شده است.

### مدل CCR :

این مدل یک الگوی برنامه ریزی خطی است که به دنبال حداکثر کردن کارایی نسبی واحد  $p$  از طریق انتخاب مجموعه ای از اوزان برای تمامی ورودی ها و خروجی هاست ، به طوریکه امتیاز هر واحد باید کوچکتر یا مساوی ۱ شود .

مدل CCR مضربی ورودی محور:

$$\text{Max } e_p = \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}$$

$$\text{s. t: } \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m$$

مدل فوق برای هر یک از واحد ها باید اجرا شود.

اگر در مدل CCR تعداد واحد ها در مقایسه با مجموع تعداد ورودی ها و خروجی ها اختلاف چندانی نداشته باشد پس از حل مسئله خواهیم دید که اکثر واحدها کارا خواهد شد و مدل غیر واقعی خواهد بود. برای اجتناب از این مشکل از مدل دوگان استفاده می شود. علاوه بر این، حل مدل دوگان راحتتر نیز می باشد و مهمتر اینکه متغیرهای دوگان، بهبودهای هدف را برای یک واحد ناکارا مستقیماً تولید می کنند.

مدل CCR پوششی ورودی محور:

$$\text{Min } z_p = \theta$$

$$\text{s. t: } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{ip} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij} \geq y_{rp} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad \theta \text{ آزاد در علامت و}$$

به منظور اطمینان از اینکه به هیچ وزنی عدد صفر تعلق نگیرد و بتوانیم تمام ورودی ها و خروجی ها را در حل مدل داشته باشیم با استفاده از  $\epsilon$  که معمولاً مقدار کوچکی مثل ۰/۰۰۱ یا ۰/۰۰۰۱ در نظر گرفته می شود مدل به صورت زیر اصلاح می شود.

مدل CCR مضربی اصلاح شده:

$$\text{Max } e_p = \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}$$

$$\text{s. t: } \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s$$

$$v_i \geq \varepsilon \quad i = 1, \dots, m$$

مدل CCR پوششی اصلاح شده:

$$\text{Min } z_p = \theta - \varepsilon \left[ \sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^- \right]$$

$$\text{s. t: } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{ip} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij} - s_r^+ = y_{rp} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad s_r^+ \text{ و } s_i^- \geq 0$$

**مدل BCC:**

این مدل با اضافه کردن قید  $\sum \lambda_j = 1$  به برنامه ریزی خطی اولیه CCR حاصل می شود. بدین ترتیب بازده به مقیاس می تواند ثابت، افزایشی و یا کاهششی باشد. افزودن این محدودیت به مدل CCR باعث ظاهر شدن متغیر جدیدی (w) در مدل دوگان BCC خواهد شد.

مدل BCC مضربی ورودی محور:

$$\text{Max } e_p = \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + w$$

$$\text{s. t: } \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m, \quad w \text{ آزاد در علامت}$$

مدل BCC پوششی ورودی محور:

$$\text{Min } z_p = \theta$$

$$\text{s. t: } \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{ip} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rp} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad \theta \text{ آزاد در علامت}$$

در تحلیل پوششی داده ها فرض بر این است که واحد تصمیم گیری های کارا همیشه بهتر از واحد تصمیم گیری های ناکارا عمل می نمایند. اگر در حالتی که از دیدگاه بدترین کارایی ممکن به مسئله نگاه کنیم، واحد تصمیم گیری کارای ما کارایی کمتری از واحد تصمیم گیری ناکارای ما داشته باشد، آیا هنوز می توان گفت که واحد تصمیم گیری کارا بهتر از واحد تصمیم گیری ناکارا عمل می نماید؟

در چنین حالتی به طور قطع نتیجه گیری ما نامطمئن خواهد بود. پس آشکار است که برای یک ارزیابی صحیح باید به نحوی بهترین و بدترین میزان کارایی یک واحد تصمیم گیری را در کنار هم قرار داد.

با توجه به محدودیت فوق روش تحلیل پوششی داده ها و همچنین محدودیت اربب کارایی این روش، می توان از مدل ترکیبی DEA-TOPSIS استفاده کرد.

این مدل ابتدا توسط وانگ و لو مطرح شد و سپس توسط وو بهبود یافت. در این روش از دو واحد تصمیم گیری مجازی، I و A به ترتیب برای تعیین بهترین و بدترین میزان کارایی نسبی هر واحد تصمیم گیری استفاده خواهیم کرد.

از دو مقدار به دست آمده برای کارایی، به کمک روش TOPSIS برای ایجاد یک شاخص به نام نزدیکی نسبی (RC) به I استفاده می کنیم. از شاخص RC برای ارزیابی تمام واحدهای تصمیم گیری و رتبه بندی آنها استفاده خواهیم نمود. [۸]

IDMU و ADMU به صورت زیر تعریف می شوند:

IDMU یک DMU مجازی است که می تواند با استفاده از حداقل ورودی ها بیشترین خروجی ها را تولید کند در حالیکه ADMU یک DMU می باشد که بیشترین ورودی را مصرف می کند تا حداقل خروجی ها را تولید کند. [۹]

$x_i^{\min}$  و  $x_i^{\max}$  حداقل و حداکثر  $i$  امین ورودی و  $y_i^{\min}$  و  $y_i^{\max}$  حداقل و حداکثر  $i$  امین خروجی تعریف می شوند بنابراین داریم:

$$IDMU = \{x_i^{\min} = \min_j \{x_{ij}\} \text{ and } y_r^{\max} = \max_j \{y_{rj}\} , i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s\}$$

$$ADMU = \{x_i^{\max} = \max_j \{x_{ij}\} \text{ and } y_r^{\min} = \min_j \{y_{rj}\} , i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s\}$$

کارایی واحد تصمیم گیری ایده آل به صورت زیر تعیین می شود:

$$Max \theta_{IDMU} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{\max}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{\min}}$$

s. t:

$$\theta_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{مدل 1})$$

کارایی واحد تصمیم گیرنده دیگر بر اساس واحد تصمیم گیری ایده آل بصورت زیر تعیین می شود:

در واقع جواب مدل ۱ را در مدل ۲ می گذاریم و کارایی  $DMU_0$  را به دست می آوریم:

$$Max \theta_{j_0} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj_0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij_0}}$$

$$s. t: \theta_{IDMU}^* = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{\max}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{\min}}$$

$$\theta_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{مدل 2})$$

$j_0$  همان واحد تصمیم گیری مورد بررسی است و  $\theta_{IDMU}^*$  بهترین بهره وری ممکن IDMU است.

دو مدل بالا مدل های برنامه ریزی کسری بودند که می توان آنها را به مدل های برنامه ریزی خطی زیر تبدیل کرد:

$$Max \theta_{IDMU} = \sum_{r=1}^s u_r y_r^{\max}$$

s. t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_i^{min} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (3 \text{ مدل})$$

9

$$\text{Max } \theta_{j0} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj0}$$

$$\text{s. t: } \sum_{i=1}^m v_i x_{ij0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_r^{max} - \sum_{i=1}^m v_i (\theta_{IDMU}^* x_i^{min}) = 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (4 \text{ مدل})$$

کارایی واحد تصمیم گیرنده ضد ایده آل به صورت زیر تعیین می گردد:

$$\text{Min } \varphi_{ADMU} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{min}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{max}}$$

$$\text{s. t: } \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{max}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{min}} \geq \gamma, \gamma \in [1, \theta_{IDMU}^*]$$

$$\theta_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (5 \text{ مدل})$$

واضح است که کارایی ADMU بدتر از هر DMU دیگری است ، بنابراین  $\gamma$  بین ۱ و کارایی واحد تصمیم گیری ایده آل تعیین می شود تا مقدار کارایی واحد تصمیم گیری ضد ایده آل از مقدار کارایی واحد تصمیم گیری ایده آل کمتر گردد.

کارایی واحد های تصمیم گیری دیگر بر اساس واحد تصمیم گیری ضد ایده آل به صورت زیر تعیین می شود:

$$\text{Max } \varphi_{j0} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij0}}$$

$$\text{s. t: } \theta_{\text{ADMU}}^* = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_r^{\min}}{\sum_{i=1}^m v_i x_i^{\max}}$$

$$\theta_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{مدل 6})$$

مدل های خطی دو مدل قبل به صورت زیر می باشد:

$$\text{Min } \varphi_{\text{ADMU}} = \sum_{r=1}^s u_r y_r^{\min}$$

$$\text{s. t: } \sum_{i=1}^m v_i x_i^{\max} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{مدل 7})$$

9

$$\text{Min } \varphi_{j0} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj0}$$

$$\text{s. t: } \sum_{i=1}^m v_i x_{ij0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_r^{\min} - \sum_{i=1}^m v_i (\varphi_{\text{IDMU}}^* x_i^{\min}) = 0 \quad j = 1, \dots, n$$



$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon \quad r = 1, \dots, s, \quad i = 1, \dots, m \quad (\text{مدل 8})$$

نتایج حاصل از مدل های بالا را در فرمول شاخص RC (نزدیکی نسبی) قرار می دهیم تا مقدار RC مربوط به هر واحد تصمیم گیری را به دست آوریم:

$$RC_{j0} = \frac{\varphi_{j0}^* - \varphi_{ADMU}^*}{(\varphi_{j0}^* - \varphi_{ADMU}^*) - (\theta_{IDMU}^* - \theta_{j0}^*)}$$

واضح است که تفاوت بیشتر بین  $\varphi_{j0}^*$  و  $\varphi_{ADMU}^*$  و تفاوت کمتر بین  $\theta_{IDMU}^*$  و  $\theta_{j0}^*$  نشان دهنده عملکرد بهتر  $DMU_0$  است، پس بزرگتر بودن  $RC_{j0}$  نشان دهنده عملکرد بهتر  $DMU_0$  است. [۸]

در ادامه روش دیگری که DEA و TOPSIS را تلفیق می کند شرح داده می شود:

#### رتبه بندی واحدهای کارا در DEA با استفاده از تکنیک TOPSIS:

فرض کنید که تعدادی DMU کارا داشته باشیم، سوال این است که، کدام یک از DMU های کارا باید در موقعیت بالاتری قرار گیرد؟

روش های رتبه بندی زیادی برای رتبه بندی DMU ها وجود دارد. مسئله مهم انتخاب مناسب ترین روش می باشد. اما رتبه بندی با روش های مختلف ممکن است نتیجه یکسانی را نداشته باشد. از طرفی انتخاب بهترین روش به راحتی ممکن نیست زیرا هر یک از روش ها مزیت های خاص خودشان را دارند، اما می توان نتایج روش های مختلف رتبه بندی را با هم ترکیب کرد.

فرض کنید مطابق جدول زیر  $m$  DMU کارا با  $n$  روش رتبه بندی، رتبه بندی شده باشند، بطوریکه  $\theta_{ij}$  رتبه محاسبه شده از  $DMU_i$  با استفاده از روش  $j$  باشد:

|       | Method 1      | Method 2      | ... | Method n      |
|-------|---------------|---------------|-----|---------------|
| DMU 1 | $\theta_{11}$ | $\theta_{12}$ | ... | $\theta_{1n}$ |
| DMU 2 | $\theta_{21}$ | $\theta_{22}$ | ... | $\theta_{2n}$ |
| ⋮     | ⋮             | ⋮             | ⋮   | ⋮             |
| DMU m | $\theta_{m1}$ | $\theta_{m2}$ | ... | $\theta_{mn}$ |

در این حالت تصمیم گیرنده می تواند روش های مختلف رتبه بندی را به عنوان معیار و DMU ها را به عنوان گزینه در نظر بگیرد. در نتیجه تصمیم گیرنده با یک مسئله تصمیم گیری چند معیاره روبرو است که روش TOPSIS روش خوبی برای حل آن می باشد.

این روش را با یک مثال توضیح می دهیم:

فرض کنید ۶ واحد با دو ورودی و دو خروجی مطابق جدول زیر داریم:

|   | Inputs |     | Outputs |       | CCR Efficiency |
|---|--------|-----|---------|-------|----------------|
| A | 150    | 0.2 | 14000   | 3500  | 1              |
| B | 400    | 0.7 | 14000   | 21000 | 1              |
| C | 320    | 1.2 | 42000   | 10500 | 1              |
| D | 520    | 2.0 | 28000   | 42000 | 1              |
| E | 350    | 1.2 | 19000   | 25000 | 0.978          |
| F | 320    | 0.7 | 14000   | 15000 | 0.868          |

DMU های A و B و C و D و E و F ناکارا هستند، DMU های کارا را با استفاده از بعضی روش های رتبه بندی که در جدول زیر آورده شده رتبه بندی می کنیم:

| DEA ranking methods |                            |
|---------------------|----------------------------|
| M1                  | AP                         |
| M2                  | Changing the reference set |
| M3                  | Maj                        |
| M4                  | Modified Maj               |
| M5                  | LJK                        |
| M6                  | SBM                        |
| M7                  | SA DEA                     |
| M8                  | L Infinity                 |
| M9                  | CSW1                       |
| M10                 | CSW2                       |
| M11                 | Cross Efficiency           |

جدول زیر رتبه مربوط به DMU های مورد نظر با استفاده از روش های رتبه بندی نشان می دهد:

|   | M1           | M2        | M3       | M4           | M5           | M6         | M7           | M8            | M9         | M10           | M11          |
|---|--------------|-----------|----------|--------------|--------------|------------|--------------|---------------|------------|---------------|--------------|
| A | 2            | 0.84<br>1 | 1.1      | 1.5          | 1.05         | 1.416<br>7 | 1.90705<br>1 | 0.0825        | 1.002<br>5 | 1.0296        | 0.1          |
| B | 1.42857<br>1 | 0.99<br>7 | 1.1<br>4 | 1.7          | 1.07127<br>7 | 1.166<br>7 | 1.27884<br>6 | 0.070707<br>1 | 0.864<br>5 | 0.684210      | 0.07         |
| C | 1.40625<br>3 | 0.92<br>5 | 1.2<br>7 | 1.00166<br>7 | 1.125<br>1   | 1.203<br>2 | 1.27031<br>6 | 0.134020<br>1 | 1.502<br>8 | 0.902777<br>2 | 0.07031      |
| D | 1.13076<br>9 | 0.93<br>8 | 1.1<br>7 | 1.00122<br>3 | 1.09166<br>7 | 1.061<br>4 | 1.05628<br>2 | 0.061371<br>8 | 1.000<br>2 | 0.730337<br>1 | 0.05653<br>8 |

و در جدول زیر معیار فاصله ای برای گزینه ایده آل و ضد ایده آل و معیار نزدیکی نسبی محاسبه شده و در نهایت رتبه گزینه ها مشخص شده است. [۱۰]

|   | $d^+$    | $d^-$    | s        | The Proposed rank |
|---|----------|----------|----------|-------------------|
| A | 0.478136 | 0.596213 | 0.554953 | 1                 |
| B | 0.625103 | 0.313919 | 0.334304 | 3                 |
| C | 0.458159 | 0.548758 | 0.544988 | 2                 |
| D | 0.774329 | 0.076027 | 0.089406 | 4                 |

## مراجع:

۱. طاهرخانی، مهدی. (۱۳۸۶) "کاربرد تکنیک TOPSIS در اولویت بندی مکانی استقرار صنایع تبدیلی کشاورزی در مناطق روستایی" فصلنامه پژوهش های اقتصادی، سال ششم، شماره ۳
۲. ملک زاده، غلامرضا. (۱۳۷۸) "ارزیابی و رتبه بندی سطح فناوری شش شاخه صنعتی منتخب استان خراسان با استفاده از روش TOPSIS" مجله دانش و توسعه، سال پانزدهم، شماره ۲۲
۳. اسفندیار، محمد و همکاران (۱۳۹۰) "طراحی مدل تلفیقی برای ارزیابی عملکرد کارکنان دانشگاه ها با استفاده از تحلیل پوششی داده ها و مجموعه های فازی" فصلنامه مدیریت، سال هشتم، شماره ۲۲
۴. عالم تبریز اکبر و همکاران. (۱۳۸۹) "ارزیابی کارایی دانشکده های دانشگاه شهید بهشتی با رویکرد تحلیل پوششی داده ها و مدل برنامه ریزی آرمانی" فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، سال هشتم، شماره ۱۹
۵. آذر، عادل، غلامرضایی، داود. (۱۳۸۵) "رتبه بندی استان های کشور با رویکرد تحلیل پوششی داده ها" فصلنامه پژوهش های اقتصادی ایران، سال هشتم، شماره ۲۷
۶. آذر، عادل، موتمنی علیرضا. (۱۳۸۳) "اندازه گیری بهره وری در شرکت های تولیدی به وسیله مدل های تحلیل پوششی داده ها" دو ماهنامه علمی پژوهشی دانشور رفتار، سال یازدهم، شماره ۸
۷. عیسی زاده، یوسف، خسروی، بهزاد. (۱۳۹۰) "رتبه بندی مخابرات استان های کشور با رویکرد تحلیل پوششی داده ها" مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال هشتم، شماره ۳
۸. طلوعی اشلقی، عباس و همکاران. (۱۳۸۹) "استفاده از تکنیک ترکیبی TOPSIS-DEA به منظور ارائه رویکردی در جهت ارزیابی چند دوره ای شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران" مجله حسابداری، سال سوم، شماره ۴
۹. رستمی، محمدرضا و همکاران. (۱۳۹۰) "ارزیابی عملکرد مالی بانک های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار (بکارگیری منطق TOPSIS در تحلیل پوششی داده ها)" مجله حسابداری مدیریت، سال چهارم، شماره ۸
10. Hosseinzadeh Lotfi, F & et al. (2011) "Ranking Efficient Units in DEA by Using TOPSIS Method", Applied Mathematical Sciences

## تحلیل حساسیت DEA+

### تحلیل حساسیت DEA با داده ی بازه ای

یکی از مباحث مهم و جالب در تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) تحلیل حساسیت و تحلیل پایداری واحد تصمیم گیرنده (DMU) تحت ارزیابی می‌باشد. DMU. های کارا مهم ترین بخش DEA هستند، چون آن ها سازنده مرز کارایی می‌باشند. در این مقاله یک روش تحلیل حساسیت برای DMU های کارای واقع در اشتراک ابر صفحه قوی و ابر صفحه ضعیف در مدل CCR اصلاح شده بیان می‌شود. برای اندازه‌گیری میزان دقیق کارایی DMU های واقع بر ابر صفحه ضعیف یا DMU هایی که کارایی آن ها نسبت به ابر صفحه ضعیف تعیین می‌شود مرز را اصلاح می‌کنند.

تحلیل حساسیت DEA با داده ی بازه ای به وسیله ی برنامه ریزی خطی پیشرفته در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحقیق تحلیل حساسیت در حالت کلی بحث می‌شود. برای این منظور مدل هایی ارائه می‌شود که توسط آن مدل ها نوع بازه و ناحیه ی پایداری طبقه‌بندی بازه مشخص می‌شود. اثر تغییرات خروجی روی مدل CCR ماهیت ورودی و اثر تغییرات ورودی روی مدل CR ماهیت خروجی در نظر گرفته می‌شود.

تحلیل پوششی داده ها با ارائه مدل CCR توسط چارلز و همکاران ابداع شد. سپس مدل CCR توسط بنکر و همکاران به مدل BC گسترش یافت. (مهرگان ۱۳۸۳) هدف این دو مدل طبقه بندی واحد های تصمیم گیرنده به دو طبقه کارا و ناکارا می‌باشد. یکی از موضوعات بسیار مهم در تحلیل پوششی داده ها مشخص کردن نوع بازده به مقیاس (RTS) می‌باشد. بنکر و همکاران با استفاده از دو مدل BCC نوع بازده به مقیاس را مشخص کردند. سپس فار و همکاران با استفاده از مقدار کارایی نوع بازده به مقیاس را مشخص کردند. مدل های ارائه شده فوق بازده به مقیاس واحد های تصمیم گیرنده را به سه دسته صعودی، نزولی و ثابت طبقه بندی می‌کنند. از آن جا که نوع بازده به مقیاس در تحلیل پوششی داده ها به صورت موضعی است، بنابراین تحقیق در مورد پایداری بازده به مقیاس یک موضوع بسیار مهمی است. سیفورد و همکاران تحلیل حساسیت DEA با داده ی بازه ای را با در نظر

گرفتن دو شرط محاسبه می کند. در این تحقیق بدون در نظر گرفتن این دو شرط ناحیه پایداری داده ی بازه ای را محاسبه می کنیم. ذیلاً چندین مدل برنامه ریزی خطی برای محاسبه پایداری بازه برای واحد های ناکارا را ارائه می دهیم. طبقه بندی بازده به مقیاس بر اساس مدل CCR ماهیت ورودی و خروجی برای واحد تصمیم گیرنده ای امکان دارد متفاوت باشد. برای این منظور تحلیل حساسیت بازده به مقیاس برحسب مدل CCR ماهیت ورودی و ماهیت خروجی محاسبه می گردد. مدیران و دانشمندان اقتصادی در قرن اخیر، به ارزیابی علمی و دقیق کارایی واحدهای اقتصادی احساس نیاز کرده اند. به همین دلیل تمایل به استفاده از روش های علمی تخمین کارایی از جمله تحلیل پوششی داده ها افزایش یافت. هنگامی که شخص نیاز به هدف رفتاری همراه با اطلاعاتی از قیمت داشته باشد کارایی کلی تعریف و اندازه گیری می شود. (آریانزاد ۱۳۸۱) که این اهداف، ماکزیمم کردن درآمد، مینیمم کردن هزینه و ماکزیمم کردن سود می باشد. یکی از مفاهیم بسیار جالب بحث تحلیل حساسیت و یافتن بازه پایداری برای هر واحد تصمیم گیرنده می باشد. در این مقاله، بازه های پایداری برای حفظ دسته بندی کارایی هزینه و کارایی درآمد ارائه می شود یعنی با تغییر ورودی ها و خروجی های هر DMU دسته کارایی هزینه و درآمد برای DMU ها تغییر نمی کند. برای به دست آوردن بازه پایداری از مدل های برنامه ریزی چند هدفه استفاده می کنیم و برای حل مدل های فوق از روش برنامه ریزی آرمانی استفاده می کنیم. زمانی که شخص نیاز به هدف رفتاری همراه با اطلاعاتی از قیمت داشته باشد، کارایی کلی تعریف و اندازه گیری می شود که این اهداف، ماکزیمم کردن درآمد، مینیمم کردن هزینه و ماکزیمم کردن سود می باشند. (Zomo 1990)

## ۱. مفاهیم اولیه

فرض کنیم  $DMU_j$  که در آن  $(j=1,2,\dots,n)$  واحد متجانس هستند که با به کار بردن بردار ورودی  $x_j$  بردار خروجی  $y_j$  که در آن  $(j=1,2,\dots,n)$  تولید می نمایند و  $x \in R^{m \geq 0}$  و  $y \in R^{s \geq 0}$  که در آن  $(j=1,2,\dots,n)$  مدل CCR در ماهیت ورودی توسط چارنز و همکاران به صورت زیر معرفی شد:

Min  $\theta$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io} ; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad , r=1,2,\dots,s \quad (1)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad , j=1,2,\dots,n$$

مدل (۱) همواره شدنی است و  $0 \leq \theta^* \leq 1$

هم چنین مدل CCR در ماهیت خروجی را می توان به صورت زیر نوشت:

MAX  $\varphi$

s.t

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} \quad , i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \varphi y_{ro} \quad , r=1,2,\dots,s \quad (2)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad , j=1,2,\dots,n$$

بنکر و همکاران با استفاده از جواب های بهینه ی مدل (۱) نوع بازده به مقیاس را به صورت زیر مشخص کردند: (فتحی هفشجان) (۱۳۸۴)

$DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است اگر و فقط اگر حداقل در یکی از جواب ها بهینه رابطه ی  $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* = 1$  برقرار باشد.  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است اگر و فقط اگر برای تمام جواب های بهینه رابطه ی  $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* < 1$  برقرار باشد.  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی است اگر و فقط اگر برای تمام جواب های بهینه رابطه ی  $\sum_{j=1}^n \lambda_j^* > 1$  برقرار باشد

## ۲. تحلیل حساسیت داده ی بازه ای بر حسب مدل CCR در ماهیت ورودی

تحت مدل CCR در ماهیت ورودی اگر  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت باشد، آن گاه کاهش و افزایش خروجی ها نوع بازده به مقیاس ثابت را تغییر می دهد. اگر  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی باشد، کاهش خروجی ها نوع بازده به مقیاس صعودی را تغییر نمی دهد. به همین ترتیب اگر  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی باشد افزایش خروجی ها نوع بازده به مقیاس نزولی را تغییر نمی دهد تا هنگامی که  $DMU_0$  به مرز BCC برسد. بنابراین افزایش خروجی ها برای  $DMU_0$  هایی که دارای بازده به مقیاس صعودی می باشند در نظر گرفته می شود. کاهش خروجی ها برای  $DMU_0$  هایی که دارای بازده به مقیاس نزولی می باشند در نظر گرفته می شود و افزایش و کاهش خروجی ها برای  $DMU_0$  هایی که دارای بازده به مقیاس ثابت می باشند در نظر گرفته می شود. تناسب افزایش خروجی با  $\alpha \geq 1$  و تناسب کاهش خروجی با  $\beta \leq 1$  برای  $DMU_0$  ممکن است. (باوریان و همکاران ۱۳۸۱)

افزایش و کاهش خروجی ها به ترتیب توسط  $\alpha$  و  $\beta$  به صورت  $\alpha y_{r0}$  و  $\beta y_{r0}$  که در آن  $r=1,2,\dots,s$  می باشد، نمایش داده می شود. مقدار  $\alpha$  و  $\beta$  به نحوی محاسبه می شود که نوع بازده به مقیاس تغییری نکند. برای محاسبه کردن  $\alpha$  و  $\beta$  ابتدا مجموعه های  $E_0$  و  $E'_0$  و  $E_0''$  و  $T_0$  و  $T'_0$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$E_0 = \{ DMU \text{ های کارای CCR} \}$$

$$E'_0 = \{ DMU \text{ های کارای CCR که دارای بازده به مقیاس چپ صعودی هستند} \}$$

$$E_0'' = \{ DMU \text{ های کارای BCC که دارای بازده به مقیاس صعودی هستند} \}$$

$$(x, y) : \sum_{j \in E_0} \lambda_j x_j \leq x, \sum_{j \in E_0} \lambda_j y_j \geq y, \sum_{j \in E_0} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j \in E_0 \cup T$$

$$(x, y) : \sum_{j \in E_0''} \lambda_j x_j \leq x, \sum_{j \in E_0''} \lambda_j y_j \geq y, \sum_{j \in E_0''} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j \in E_0''$$

بر اساس این دو مجموعه مقادیر زیر تعریف می شود:

$$\varphi_0^* = MAX \{ \varphi_0 : (x_0, \varphi_0 y_0) \in T_0 \} \quad (3)$$

$$\phi_0^* = MAX \{ \phi_0 : (x_0, \phi_0 y_0) \in T'_0 \} \quad (4)$$

### قضیه ۱.

آ)  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است اگر و فقط اگر  $\varphi_0^* = 1$  یا  $\phi_0^* = 1$  یا  $\varphi_0^* > 1$  و  $\phi_0^* < 1$  باشد  
 ب)  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی است اگر و فقط اگر  $\varphi_0^* < 1$  باشد  
 پ)  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است اگر و فقط اگر  $\phi_0^* > 1$  باشد

برهان.

الف) فرض  $\phi_0^* = 1$  مشاهده شود  $\Leftarrow$  (\*)

فرض  $\phi_0^* = 1$  ابتدا متغیرهای جدید را معرفی می کنیم:  $\Leftarrow$  (\*\*)

$$\hat{\phi}_0 = \hat{\theta} \phi_0 = 1 \Rightarrow \hat{\theta} = \phi_0^{-1} > 0$$

$$\hat{\lambda}_j = \hat{\theta} \lambda_j \quad (j \in E_0'')$$

تمام محدودیت های (۴) را در  $\hat{\theta}$  ضرب می کنیم و از این رو داریم:

Min  $\hat{\theta}$

s.t  $, i=1,2,\dots,m$

$$\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j x_{ij} \leq \hat{\theta} x_{i0}$$

$$\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j y_{rj} \geq y_{r0}, \quad r=1,2,\dots,s \quad (5)$$

$$\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j = \sum_{j \in E_0''} \lambda_j \phi_0^{-1} = \phi_0^{-1} = \hat{\theta}$$

$$\hat{\lambda}_j, \lambda_j \geq 0 \quad j \in E_0''$$

بنابراین  $\phi_0^* = 1$  و  $\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j^* = 1$  و  $\hat{\theta}^* = 1$  یعنی در مدل CCR در ماهیت ورودی داریم:  $\phi_0^* = 1$  و  $\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j^* = 1$  لذا  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است.

اگر  $\phi_0^* < 1$  و  $\phi_0^* > 1$  آن گاه  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است.

اگر  $\phi_0^* < 1$  آن گاه  $(x_0, \phi_0^* y_0) DMU'_0$  را ارزیابی می کنیم و مقدار بهینه ی آن برابر با ۱ می باشد. بنابراین  $(x_0, \phi_0^* y_0) DMU'_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت می باشد. پس  $DMU_0$  نمی تواند دارای بازده به مقیاس صعودی باشد (نمی توان مقدار خروجی ها را کاهش داد و باعث شد که  $DMU_0$  بی که دارای بازده به مقیاس صعودی است به  $DMU_0$  بی که دارای بازده به مقیاس ثابت است، تبدیل شود).

اگر  $\phi_0^* > 1$  باشد آن گاه  $(x_0, \phi_0^* y_0) DMU'_0$  را ارزیابی می کنیم و مقدار بهینه ی آن برابر با ۱ می باشد. نتیجتاً  $(x_0, \phi_0^* y_0) DMU'_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است. پس  $DMU_0$  نمی تواند دارای بازده به مقیاس نزولی باشد (نمی توان مقدار خروجی ها را افزایش داد و باعث شد که  $DMU_0$  بی که دارای بازده به مقیاس نزولی است به  $DMU_0$  بی با بازده به مقیاس ثابت تبدیل گردد).

بنابر مطالب اخیر حاصل می شود که  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت می باشد.

فرض می شود که  $\phi_0^* < 1$  آن گاه اگر  $(x_0, \phi_0^* y_0) DMU'_0$  را توسط مدل CCR در ماهیت ورودی ارزیابی کنیم مقدار بهینه آن برابر با ۱ است.

بنابراین  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت می باشد. پس  $DMU_0$  نمی تواند دارای بازده به مقیاس نزولی باشد (نمی توان مقدار خروجی ها را کاهش داد و باعث شد که  $DMU_0$  بی که دارای بازده به مقیاس نزولی است به  $DMU_0$  بی که دارای بازده به مقیاس

ثابت است تبدیل شود). هم چنین  $DMU_0$  نمی تواند دارای بازده به مقیاس ثابت باشد زیرا نتیجه حاصل شد که  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت نیست اگر و فقط اگر  $\varphi_0^* \neq 1$  و  $\varphi_0^* \neq 1$  و  $\varphi_0^* > 1$  یا  $\varphi_0^* < 1$ .  $\varphi_0^* < 1$  بنابراین  $\varphi_0^* \neq 1$  می دانیم که  $\varphi_0^* < 1$  بنابراین  $\varphi_0^* \neq 1$  پس  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت نیست. بنابراین  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی است.

اگر فرض شود که  $\varphi_0^* > 1$  آن گاه اگر  $(x_0, \varphi_0^* y_0) DMU'_0 =$  را توسط مدل CCR در ماهیت ورودی ارزیابی نمود مقدار بیهینه ی آن برابر با ۱ می شود.

بنابراین  $DMU'_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است. پس  $DMU_0$  نمی تواند دارای بازده به مقیاس نزولی باشد. (نمی توان مقدار خروجی ها را کاهش داد و باعث شد که  $DMU$  یی که دارای بازده به مقیاس نزولی است به  $DMU$  یی که دارای بازده به مقیاس ثابت است تبدیل شود) هم چنین  $DMU_0$  نمی تواند دارای بازده به مقیاس ثابت باشد زیرا نتیجه حاصل شد که  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت نیست اگر و فقط اگر

$\varphi_0^* \neq 1$  و  $\varphi_0^* \neq 1$  و  $\varphi_0^* > 1$  یا  $\varphi_0^* < 1$ .  $\varphi_0^* > 1$  بنابراین  $\varphi_0^* \neq 1$ . می دانیم که  $1 < \varphi_0^* \leq \varphi_0^*$  بنابراین  $\varphi_0^* \neq 1$  پس  $DMU_0$  دارا بازده به مقیاس ثابت نیست. بنابراین  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است. برهان خلف،  $\varphi_0^* > 1$  نباشد بنابراین  $\varphi_0^* = 1$  یا  $\varphi_0^* < 1$ . اگر  $\varphi_0^* = 1$  آن گاه نتیجه حاصل می شود که  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است که این تناقض است. اگر  $\varphi_0^* < 1$  آن گاه متغیرهای جدید را معرفی می کنیم:

$$\hat{\varphi}_0 = \hat{\theta} \varphi_0 = 1 \Rightarrow \hat{\theta} = \varphi_0^{-1} > 0$$

$$\hat{\lambda}_j = \hat{\theta} \lambda_j (j \in E_0'')$$

اگر تمام محدودیت های (۴) را در  $\hat{\theta}$  ضرب کنیم آن گاه داریم:

Min  $\hat{\theta}$

$$\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j x_{ij} \leq \hat{\theta} x_{i0}$$

$$\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j y_{rj} \geq y_{r0}, \quad r=1,2,\dots,s \quad (5)$$

$$\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j = \sum_{j \in E_0''} \lambda_j \varphi_0^{-1} = \varphi_0^{-1} > 1$$

$$\hat{\lambda}_j, \lambda_j \geq 0 \quad j \in E_0''$$

از این که  $\varphi_0^* > 1$  نتیجه می شود  $\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j > 1$  یعنی در مدل CCR در ماهیت ورودی داریم:  $\hat{\theta}^* = 1$  و  $\sum_{j \in E_0''} \hat{\lambda}_j > 1$  است و این تناقض با صعودی بودن بازده به مقیاس است.

قضیه ۲. فرض می شود که  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی است. اگر خروجی ها به  $\hat{y}_{r0} = \beta y_{r0}$  تبدیل شوند که  $\varphi_0^* < \beta \leq 1$  آن گاه  $(x_0, \hat{y}_0) DMU'_0 =$  دارای بازده به مقیاس نزولی است. ( $\beta$  ضریب کاهش خروجی هاست).

فرض می شود  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است. اگر خروجی ها به  $\hat{y}_{r0} = \alpha y_{r0}$  تبدیل شوند که  $1 < \alpha \leq \varphi_0^*$  آن گاه



$DMU'_0(x_0, \hat{y}_0)$  = دارای بازده به مقیاس صعودی است. ( $\alpha$  ضریب افزایش خروجی هاست) برهان. برهان خلف اگر  $DMU'_0$  بازده به مقیاس صعودی نداشته باشد بنابراین در ارزیابی  $DMU'_0$  با مدل، مدل زیر حاصل می گردد،  $1 \geq \phi_0^*$  از این رو داریم:

قضیه ۳. فرض کنید  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است. اگر خروجی ها به  $\hat{y}_{r0} = \alpha y_{r0}$  تبدیل شوند که  $1 <$   $\alpha \leq \phi_0^*$  آن گاه

$DMU'_0(x_0, \hat{y}_0)$  = دارای بازده به مقیاس صعودی است. ( $\alpha$  ضریب افزایش خروجی هاست). برهان. برهان خلف، اگر  $DMU'_0$  بازده به مقیاس صعودی نداشته باشد، بنابراین در ارزیابی  $DMU'_0$  با مدل (۴) به دست می آوریم  $1 \geq \hat{\phi}_0^*$  از این رو داریم:

$$\phi_0^* = \text{MAX } \hat{\phi}_0$$

s.t

$$\sum_{j \in E_0''} \lambda_j x_j \leq x_{i0} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j \in E_0''} \lambda_j y_j \geq \hat{\phi}_0 \alpha y_{r0}$$

$$\sum_{j \in E_0''} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j \in E_0''$$

که  $\hat{\phi}_0^* = \frac{\phi_0^*}{\alpha}$  جواب بهینه مدل (۴) در ارزیابی  $DMU_0$  می باشد.

$$\hat{\phi}_0^* = \frac{\phi_0^*}{\alpha} = 1 \Leftrightarrow \phi_0^* = \alpha$$

$$\hat{\phi}_0^* = \frac{\phi_0^*}{\alpha} < 1 \Leftrightarrow \phi_0^* < \alpha$$

$$\hat{\phi}_0^* \leq \alpha$$

در نتیجه نا مساوی اخیر حاصل می گردد که این در تناقض است با  $1 < \alpha \leq \phi_0^*$ .

قضیه ۴. فرض کنید  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است. اگر خروجی ها به  $\hat{y}_{r0} = \beta y_{r0}$  تبدیل شوند که  $\phi_0^* < \beta \leq \phi_0^*$  آن گاه

$DMU'_0(x_0, \hat{y}_0)$  = دارای بازده به مقیاس ثابت است. ( $\beta$  ضریب تغییرات خروجی هاست).

برهان. برهان خلف، اگر  $DMU'_0$  بازده به مقیاس ثابت نداشته باشد بنابراین دارای بازده به مقیاس نزولی و یا صعودی است.

حال اگر دارای بازده به مقیاس صعودی باشد، بنابراین در ارزیابی  $DMU'_0$  با مدل (۴) به دست می آوریم:

$$1 > \hat{\phi}_0^* \text{ بنابراین داریم:}$$

$$\hat{\phi}_0^* = \text{MAX } \hat{\phi}_0$$

$$\begin{aligned}
& \text{s.t.} \\
& \sum_{j \in E_0''} \lambda_j x_j \leq x_{i0} \quad i = 1, \dots, m \\
& \sum_{j \in E_0''} \lambda_j y_{rj} \geq \widehat{\theta}_0 \bar{x} y_{r0} \quad i = 1, \dots, m \\
& \sum_{j \in E_0''} \lambda_j = 1 \\
& \lambda_j \geq 0 \quad j \in E_0''
\end{aligned}$$

که این در تناقض است با:  $\widehat{\theta}_0^* < \alpha$ .  
 $\widehat{\theta}_0^* = \frac{\theta_0^*}{\alpha}$  که  $\theta_0^*$  جواب بهینه مدل (۴) در ارزیابی  $DMU_0$  می باشد. حال اگر  $\widehat{\theta}_0^* < 1$ ، آن گاه  $\widehat{\theta}_0^* = \frac{\theta_0^*}{\alpha}$  بزرگ تر از ۱ می شود

#### ۴. تحلیل حساسیت طبقه بندی داده ی بازه ای برحسب مدل CCR در ماهیت خروجی

اکنون آشفتگی ورودی به جای تغییرات خروجی  $DMU_0$  در نظر گرفته می شود. توجه می شود تحت مدل CCR ماهیت خروجی اگر  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت باشد، آن گاه کاهش و افزایش ورودی ها بازده به مقیاس ثابت را تغییر می دهد. اگر  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی باشد آن گاه افزایش ورودی ها بازده به مقیاس نزولی را تغییر نمی دهد. به همین ترتیب، اگر  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی باشد آن گاه کاهش ورودی ها بازده به مقیاس صعودی را تغییر نمی دهد تا هنگامی که  $DMU_0$  به مرز CCR برسد. بنابراین فقط افزایش و کاهش ورودی ها را برای  $DMU$  های به ترتیب دارای بازده به مقیاس صعودی و نزولی را در نظر گرفته و افزایش و کاهش ورودی ها را برای  $DMU$  هایی که دارای بازده به مقیاس ثابت می باشند را در نظر می گیریم. (رفیق دوست ۱۳۸۶) توجه می شود که تناسب افزایش ورودی با  $\eta \geq 1$  و تناسب کاهش ورودی با  $\varepsilon \leq 1$  برای  $DMU_0$  ممکن است. افزایش و کاهش ورودی ها را به ترتیب توسط  $\eta$  و  $\varepsilon$  به صورت  $\eta y_{r0}$  و  $\varepsilon y_{r0}$  که در آن  $r=1, \dots, s$  نمایش داده می شود. حال مقدار  $\eta$  و  $\varepsilon$  به نحوی محاسبه می شود که نوع بازده به مقیاس تغییر نکند. در رابطه با محاسبه  $\eta$  و  $\varepsilon$  ابتدا مجموعه های  $F_0$  و  $F'_0$  و  $T_0'''$  و  $\Psi_0$  و  $\zeta_0$  به صورت زیر تعریف می گردد:

$$F_0 = \{ \text{DMU های کارای CCR که دارای بازده به مقیاس راست نزولی} \}$$

$$F'_0 = \{ \text{DMU های کارای BCC که دارای بازده به مقیاس راست نزولی هستند} \}$$

$$T_0''' = \{ (x, y) : \sum_{j \in F_0''} \lambda_j x_j \geq x, \sum_{j \in F_0''} \lambda_j y_j \geq y, \sum_{j \in E_0''} \lambda_j = 1, \lambda_j \in F'_0 \}$$

$$\Psi_0^* = \text{MAX} \{ \Psi_0 : (\Psi_0 x_0, y_0) \in T_0''' \}$$

$$\zeta_0^* = \min\{\zeta_0 : (\zeta_0 x_0, y_0) \in T_0\}$$

به طوری که  $(x_0, y_0)$  نشان دهنده ی بردار ورودی و خروجی  $DMU_0$  می باشد.  
قضیه ۵.

الف.  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است اگر و فقط اگر  $\Psi_0^* = 1$  یا  $\zeta_0^* = 1$  یا  $\zeta_0^* < 1$  یا  $\Psi_0^* > 1$

ب.  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است اگر و فقط اگر  $\zeta_0^* > 1$

ج.  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است اگر و فقط اگر  $\Psi_0^* < 1$

برهان. با توجه به برهان قضیه (۱) بدیهی است.

قضیه ۶. فرض می شود  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است. اگر ورودی ها به  $\eta x_{i0} \hat{x}_{i0}$  تبدیل شوند که  $\zeta_0^* > \eta > 1$  آن گاه

$DMU'_0(x_0, y_0) = DMU_0$  دارای بازده به مقیاس صعودی است.

برهان. با توجه به برهان قضیه (۳) بدیهی است.

قضیه ۷. فرض کنید  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی است. اگر ورودی ها به  $\varepsilon x_{i0} \hat{x}_{i0}$  تبدیل شوند که  $1 \leq \Psi_0^* < \varepsilon$ ، آن گاه

$DMU'_0(x_0, y_0) = DMU_0$  دارای بازده به مقیاس نزولی است.

برهان. با توجه به برهان قضیه (۲) بدیهی است.

قضیه ۸. فرض کنید  $DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است. اگر ورودی ها به  $\beta x_{i0} \hat{x}_{i0}$  تبدیل شوند که  $\Psi_0^* \leq \zeta_0^* < \beta$ ، آن گاه

$DMU'_0(x_0, y_0) = DMU_0$  دارای بازده به مقیاس ثابت است. ( $\beta$  ضریب تغییرات ورودی هاست).

برهان. با توجه به برهان قضیه (۴) بدیهی است.

توجه می شود که قضیه (۵) تنها تحلیلی برای پایداری طبقه بندی بازده به مقیاس نیست بلکه طبقه بندی بازده به مقیاس را نیز نشان می دهد.

## ۵. مثال عددی.

فرض می شود مجموعه ی داده ها شامل ۱۰ عدد  $DMU$  است. هر کدام دارای یک ورودی و یک خروجی می باشند. مقدار داده ها در جدول زیر نشان داده شده اند:

| DMU              | ۱ | ۲ | ۳ | ۴    | ۵   | ۶ | ۷ | ۸ | ۹   | ۱۰ |
|------------------|---|---|---|------|-----|---|---|---|-----|----|
| $(x_j)$<br>ورودی | ۲ | ۳ | ۶ | ۷    | ۸   | ۶ | ۸ | ۹ | ۱۰  | ۸  |
| $(y_j)$<br>خروجی | ۱ | ۲ | ۴ | ۴.۲۵ | ۴.۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴.۴ | ۴  |

$DMU_2$  و  $DMU_3$  دارای کارایی CCR هستند و  $E'_0 = \{DMU_2\}$  و  $E''_0 = \{DMU_1, DMU_2\}$  و  $DMU_1$  و  $DMU_1$  دارای بازده به مقیاس ثابت هستند و  $DMU_1$  و  $DMU_1$  دارای بازده به مقیاس صعودی هستند و  $DMU_1$  و  $DMU_1$  دارای بازده به

مقیاس نزولی می باشند. جدول زیر مقدار حساسیت بازده به مقیاس DMU های ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ را هنگامی که مقدار خروجی را تغییر می دهیم نشان می دهد.

| DMU    | ۶                   | ۷                                       | ۸  | ۹                              | ۱۰                             |
|--------|---------------------|---|--|--------------------------------|--------------------------------|
| حساسیت | $\phi_0^* = 2$      | $\phi_0^* = 2, \phi_0^* = 1$            | $\phi_0^* = \frac{4}{3}, \phi_0^* = \frac{2}{3}$ | $\phi_0^* = \frac{4}{4.4}$     | $\phi_0^* = 1, \phi_0^* = 0.5$ |
| نتیجه  | $\alpha \in [1, 2)$ | $\aleph \in [\frac{2}{3}, \frac{4}{3}]$ | $\aleph \in [\frac{4}{4.4}, 1]$                  | $\beta \in (\frac{4}{4.4}, 1]$ | $\aleph \in [0.5, 1]$          |

### ۶. نتیجه گیری.

مدل هایی ارائه شد که توسط آن مدل ها ناحیه ی پایداری طبقه بندی بازده به مقیاس برای داده ی بازه ای مشخص شد. اثر تغییرات خروجی روی مدل CCR در ماهیت ورودی و اثر تغییرات ورودی روی مدل CCR ماهیت خروجی را در نظر گرفتیم. هم چنین مدل هایی که ارائه دادیم نوع بازده به مقیاس را به دست می آورد. بایستی توجه داشت که آشفنگی های واحد های کارا ممکن است طبقه بندی بازده به مقیاس را تغییر دهد. با توجه به اهمیت کارایی هزینه و کارایی درآمد در بخش های مدیریتی و اقتصادی، مدل های توانمندی در تحلیل ها ابداع شد. در این تحقیق برای اولین بار ناحیه DMU پوششی داده ها جهت محاسبه کارایی هزینه و کارایی درآمد پایداری مناسب جهت حفظ دسته بندی کارایی هزینه و کارایی درآمد به دست آوردیم. از مزایای روش ارائه داده شده این است که تحلیل حساسیت در زمینه کارایی هزینه و کارایی درآمد به مدیر یا ارزیاب کمک می کند که از دید اقتصادی تا چه میزان ورودی و خروجی واحد های تحت ارزیابی را تغییر دهد به گونه ای که کم ترین هزینه و بیش ترین است و برای ما حداکثر درآمد را داشته باشد. با توجه به این که روش ارائه داده شده جهت محاسبه بازه پایداری به صورت حل آن از روش برنامه ریزی آرمانی استفاده شده است.

1. Seiford, L.M., Zhu, J., (1999). Sensitivity and stability of the classifications of return to scale in data envelopment analysis. *Journal of Productivity analysis* 12, 55-77
2. Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operation Research* 2, 429-444
3. Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W.W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science* 30, 1078-1092.
4. Banker, R. D., Thrall, R. M., (1992). Estimation of return to scale using data envelopment analysis. *European Journal of Operation Research* 62, 74-84.
5. Fare, r., Grosskopf, S., Lovell, C. A. K., (1985). *The measurement of efficiency of production.* Boston: Kluwer Nijhoff.
6. Fare, R., Grosskopf, s., Lovell, C. A. K., (1994). *Production frontiers.* Cambridge University Press.
۶. آذر، عادل و مؤتمنی، علیرضا (۱۳۸۳)، اندازه‌گیری بهره‌وری در شرکتهای تولیدی بوسیله مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها؛ دو ماهنامه علمی- پژوهشی دانشور رفتار، دانشگاه شاهد، سال یازدهم، شماره ۸، صفحات ۴۱-۵۴.
۷. مهرگان، محمد رضا و رحمانی، محمد (۱۳۸۲)، ارزیابی عملکرد و تجزیه و تحلیل بهره‌وری صنعت ایران طی سالهای ۱۳۷۹-۱۳۵۹: رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها؛ فصلنامه مدیریت صنعتی، شماره ۳
۸. نجات، سید امیر رضا (۱۳۸۷)، بهبود کارآیی و رتبه‌بندی با الگوی تحلیل پوششی داده‌ها؛ دو ماهنامه توسعه انسانی پلیس، سال پنجم، شماره ۲۰، صفحات ۴۵-۶۳.
۹. امامی میبیدی، علی (۱۳۸۰)، اصول اندازه‌گیری کارآیی و بهره‌وری (علمی-تجربی)
۱۰. میربهادر قلی آریانزاد و جعفر سجادی (۱۳۸۱) برنامه ریزی خطی انتشارات دانشگاه علم و صنعت تهران چاپ یکم

## DEA & QFD

### DEA چیست:

واژه DEA مخفف Data Envelopment Analysis می باشد که به معنی تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحد های تصمیم گیرنده ای (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود.

چارلز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارایه کردند که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها، نام گرفت و اول بار، در رساله دکترای ادوارد رودز و به راهنمایی کوپر تحت عنوان ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس ملی آمریکا در سال ۱۹۷۶، در دانشگاه کارنگی مورد استفاده قرار گرفت (مهرگان: ۱۳۸۳)

از آن جا که این الگو توسط چارلز، کوپر و رودرز ارائه گردید، به الگوی (CCR) که از حروف اول نام سه فرد یاد شده تشکیل شده است، معروف گردید و در سال ۱۹۷۸ در مقاله ای با عنوان اندازه گیری کارایی واحد های تصمیم گیرنده ارائه شد (چارلز: ۱۹۷۷).

در واقع تحلیل پوششی داده ها مبتنی بر یک سری بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی می باشد که به آن روش ناپارامتریک نیز گفته می شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که بوسیله برنامه ریزی خطی تعیین می شود ایجاد می گردد. برای تعیین این نقاط می توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه ریزی خطی پس از یک سری بهینه سازی مشخص می کند که آیا واحد تصمیم گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟ بدین وسیله واحد های کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می شوند. تکنیک DEA تمام داده ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده ها نامیده شده است. (معین الدینی ۱۳۸۲)

یکی از ابتدایی ترین و در عین حال معمول ترین روش های اندازه گیری کارایی، استفاده از نسبت ها می باشد. ای نسبت ها در زمینه های مختلف مالی، اقتصادی و صنعتی بکار گرفته می شوند. در صورتی که کارایی به عنوان نسبتی از خروجی ها به ورودی ها تعریف شود، محاسبه و تحلیل آن برای واحدهای تک ورودی-تک خروجی آسان خواهد بود اما در اکثر مسادل دنیای واقعی با واحدهایی با چندین ورودی و خروجی رو به رو بوده و در نتیجه نیازمند روش هایی هستیم که با ترکیب ورودی ها و خروجی ها به صورت یک شاخص واحد، به معیار مناسبی جهت سنجش کارایی دست یابیم.

## دو مشخصه اساسی برای الگوی تحلیل پوششی داده ها:

، برای ارزیابی نسبی واحدها، نیازمند تعیین دو مشخصه اساسی، ماهیت الگو و بازده به مقیاس الگو DEA استفاده از

می باشد. که در زیر به تشریح هر یک پرداخته میشود؛ ماهیت الگوی مورد استفاده:

الف: **ماهیت ورودی**، در صورتی که در فرایند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح خروجی ها، سعی در حداقل سازی ورودی ها داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده ورودی است.

ب: **ماهیت خروجی**، در صورتی که در فرایند ارزیابی با ثابت نگه داشتن سطح ورودی ها، سعی در افزایش سطح خروجی داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده خروجی است.

در الگوی DEA، با دیدگاه ورودی، به دنبال به دست آوردن ناکارایی فنی به عنوان نسبتی می باشیم که بایستی در ورودی ها کاهش داده شود تا خروجی، بدون تغییر بماند و واحد در مرز کارایی قرار گیرد. در دیدگاه خروجی، به دنبال نسبتی هستیم که باید خروجی ها افزایش یابند، بدون آنکه تغییر در ورودی ها به وجود آید تا واحد مورد نظر به مرز کارایی برسد.

در الگوی CCR، مقادیر به دست آمده برای کارایی در دو دیدگاه مساوی هستند ولی در مدل BCC این مقادیر متفاوت هستند. علت انتخاب دیدگاه برای یک الگو DEA، در ارزیابی نسبی عملکرد واحدها ای است که در بعضی موارد مدیریت واحد هیچ کنترلی بر میزان خروجی ندارد و مقدار آن از قبل مشخص و ثابت می باشد. و برعکس در بعضی از موارد میزان ورودی ثابت و مشخص است و میزان تولید (خروجی) متغیر تصمیم است و در چنین شرایطی، دیدگاه خروجی مناسب می باشد. در نهایت انتخاب ماهیت ورودی و خروجی بر اساس میزان کنترل مدیر، بر هر یک از ورودی ها و خروجی ها تعیی می گردد (کولی و باتیس : 1998)

### **بازده به مقیاس الگوی مورد استفاده:**

بازده به مقیاس بیانگر پیوند بین تغییرات ورودی ها و خروجی های یک سیستم می باشد. یکی از توانایی های روش DEA، کاربرد الگوهای مختلف متناظر با بازده به مقیاس های متفاوت و همچنین اندازه گیری بازده به مقیاس واحدهاست.

**الف: بازده به مقیاس ثابت:** یعنی هر مضربی از ورودی ها همان مضرب از خروجی ها را تولید می کند. الگوی CCR بازده به مقیاس واحد را ثابت فرض می کند. بنابراین واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می شوند.

**ب: بازده به مقیاس متغیر:** یعنی هر مضربی از ورودی ها، می تواند همان مضرب از خروجی ها یا کمتر از آن و یا بیشتر از آن را، در خروجی ها تولید کند. الگوی BCC بازده به مقیاس را متغیر فرض می کند (بانکر و ترال: ۱۹۹۲)



توانمندی‌های DEA :

### ۱- مدیریت چند ورودی - چند خروجی

تحلیل پوششی داده‌ها روشی برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده است. با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها می‌توان واحدهای تصمیم‌گیرنده با چندین ورودی و چندین خروجی تعریف کرده و کارایی آن‌ها را محاسبه کرد. امکان تعامل با چندین خروجی یکی از مهم‌ترین تفاوت‌های تحلیل پوششی داده‌ها با روش‌های رایج اقتصادی است.

### ۲- تابع تولید ناپارامتری

تابع تولید در تحلیل پوششی داده‌ها از قبل تعیین نمی‌شود، بلکه براساس وضعیت واحدهای تصمیم‌گیرنده یک چند وجهی بی‌کران به عنوان تابع تولید ایجاد می‌شود.

### ۳- مبنای بودن بر LP

مدل‌های اساسی تحلیل پوششی داده‌ها، مدل‌های ریاضی هستند و به سادگی توسط نرم افزارهای حل مساله قابل حل هستند. مدل‌های اساسی تحلیل پوششی داده‌ها همیشه شدنی بوده و جواب بهینه به دست می‌آید. البته با تغییر فرض‌های تکنولوژی امکان ایجاد مدل‌های دیگری نیز وجود دارد

### مفهوم QFD

مدل [QFD](#) یک رویکرد در طراحی است که در سال ۱۹۹۶ توسط آکائی در ژاپن معرفی شد. این رویکرد نخست در کارخانه کشتی سازی کوبه میتسوبیشی در سال ۱۹۷۲ مورد استفاده قرار گرفت. سپس در سال ۱۹۸۳ وارد آمریکا شد و اکنون در کشورهای بسیاری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از QFD می توان به عنوان ماشین مترجم «نیازمندی های مشتریان» به «مشخصات فنی و مهندسی» یا به عبارتی مبدل تقاضاهای مشتریان به ویژگی های کیفیت و آماده ساختن یک طرح کیفیت برای محصول نهایی از طریق گسترش سیستماتیک روابط بین تقاضاهای مشتری و ویژگی های کیفیت محصول، تعریف نمود. این فرایند معمولاً با کیفیت اجزای عملکردی آغاز گشته و سپس به کیفیت همه قسمت‌ها و فرآیندها گسترش می یابد.

توسعه عملکرد کیفیت (QFD) یکی از مهمترین ابزار مدیریت کیفیت است که برای طراحی و توسعه محصول مفید است. همواره در طی مطالعات گوناگون برای بهتر شدن عملکرد این تکنیک وحل برخی از مشکلات موجود درسی شده تا با استفاده از QFD ترکیب روشهای مختلف با QFD و یا ابداع راهکارهای ابتکاری بر این مشکلات غلبه کنند. (پایل دی وان: ۲۰۰۷)

زمانی که QFD برای طراحی محصول استفاده شود، ارتباط بین نیازهای مشتریان و مشخصه‌های فنی طراحی از طریق ماتریس خانه کیفیت برقرار میگردد. ماتریس خانه کیفیت شامل ورودی های گوناگونی است که شامل اهمیت نیازهای مشتریان و رابطه بین این نیازها و مشخصه‌های فنی و همبستگی بین مشخصه‌های فنی مختلف با یکدیگر است. (تانگ: ۲۰۰۹)

تکنیک QFD با متدهایی نظیر سی ماتریسی، هجده ماتریسی و چهار ماتریسی و غیره در دنیا معرفی و شناخته شده است. در این بین متد چهار ماتریسی که انستیتوی تامین کنندگان آمریکا هم آنرا مورد تائید و استفاده قرار داده به علل زیر مورد توجه بیشتر قرار گرفته است:

۱- رواج بیشتر نسبت به سایر دیدگاه های موجود در بین متخصصان و کاربران QFD

۲- سادگی یادگیری و خلاصه بودن نسبت به سایر رویکردها

۳- ارتباط منطقی و ساده مراحل مختلف با یکدیگر

۴- پوشش مراحل مهم تولید محصول با استفاده از چهار ماتریس

## عناصر QFD

QFD از دو جزء تشکیل یافته است که منجر به گسترش در طول فرآیند طراحی می گردد یکی کیفیت و دیگری عملکرد می باشد . بخش بهسازی کیفیت ( Quality Deployment ) ، ندای مشتری ( Voice of Customer ) را تبدیل به فرآیند طراحی می کند .

## روش کار با خانه های کیفیت در QFD

اولین ماتریس این روش را خانه کیفیت (HoQ) گویند. متخصصین QFD اذعان دارند که اگر این ماتریس به صورت کامل و جامع تکمیل گردد پروژه در همان گام اولیه خاتمه می یابد بنا به اهمیت این ماتریس، هفت بخش آن به قرار زیر آورده شده است:

الف - نیازهای مشتریان

ب- ویژگی های محصول

ج- اهمیت نیازهای مشتری

د- ماتریس طرحریزی

ه- ارتباط بین نیازهای مشتری و ویژگی های محصول

و- ماتریس همبستگی بین مشخصه های مهندسی

ز- اولویت ها و اهداف هر یک از مشخصه های مهندسی

چنانچه QFD صحیح بکار گرفته شود، می تواند روش موثری برای در نظر گرفتن ندای مشتری در محصولات جدید و طراحی فرایند به حساب آید.

متداول ترین نوع از انواع خانه های کیفیت مدل کوبه می باشد که خانه های کیفیت موجود در مدل کوبه شامل چهار خانه می باشد که بر اساس نظر موران و کوکس به ترتیب شامل:

برنامه ریزی محصول، گسترش قطعات، برنامه ریزی فرآیند و برنامه ریزی تولید می باشد .

اصلی ترین و مهمترین این خانه ها، خانه یکم و یا خانه کیفیت می باشد . دلیل اهمیت خانه یکم از این رو است که این خانه به عنوان دروازه ورودی فرآیند QFD عمل می کند و بیان کننده نیازهای اصلی برای مشتری می باشد . دقت لازم در اجرای مراحل موجود در این خانه، می تواند به عنوان سنگ زیر بنایی اجرای بهینه QFD عمل کند . در تکمیل خانه یکم کیفیت شش مرحله تدوین گردیده است که دقت در اجرای هر یک از این مراحل، به ویژه مرحله یکم سبب افزایش احتمال موفقیت پروژه QFD می گردد . هر خانه کیفیت شامل اجزای زیر می باشد:

• نیازمندی های مشتری

• ماتریس برنامه ریزی

• الزامات فنی

• ماتریس ارتباطات ( بام خانه کیفیت )

• اهداف

مزیت های : QFD

• گسترش کار گروهی و فرهنگ مشارکت

• گسترش سیستماتیک مستند سازی و به هم پیوستن همه نیازهای عملیاتی

• کاهش در شکست ها و اشتباهات

• ایجاد کمترین تغییرات در طراحی

• مشخص کردن توانایی ها و ضعف های تولیداتی با منابع تولیداتی قابل رقابت

عملکرد محصول

در تعریف QFD به عملکرد محصول تاکید شده است. باید دانست که عملکرد با ویژگی تفاوت دارد. عملکرد یک عامل کیفی است و ویژگی یک عامل کمی می باشد. منظور از عملکرد به زبان ساده کارایی و قابلیت های ابزاری محصول در جهت برآوردن تعداد هر چه بیشتر خواسته های مشتری از یک محصول می باشد.

## اهداف QFD

اهداف QFD معمولا شامل دو دسته ملموس و ناملموس می شود که شرح آن در زیر خواهد آمد.

اهداف ملموس : اهداف ملموس شامل بکارگیری QFD را می توان در:

- طراحی با هزینه کمتر
- حذف تغییرات مکرر فنی
- شناسایی مقدماتی مکان هایی از تولید که بحرانی اند
- تعیین فرآیندهای در پیش رو برای تولید
- کاهش قابل توجهی از زمان برای توسعه محصول و اختصاص بهینه تر منابع

اهداف ناملموس : در کنار اهداف ملموس اهداف ناملموسی نیز در بکارگیری QFD شناسایی شده است که عبارتند از:

- افزایش رضایت مشتری
- تسهیل در کار گروهی با چندین نظام مختلف
- ایجاد یک بنیان برای برنامه ریزی بهبود محصول
- ایجاد و نگهداری مستندات
- ایجاد منبعی قابل تبدیل برای دانش فنی
- تشویق اعضای QFD به انتقال دانسته هایشان به دیگر پروژه ها
- اجرای دقیق و همزمان تمامی عناصر موجود در QFD با هماهنگی و انسجام کامل تمامی اجزا با یکدیگر
- برای تبدیل خواسته های نامفهوم مشتریان به تکنیکی که بتواند آنها را به خواسته های قابل درک ( برای سیستم ) تبدیل کند.
- برای قادر ساختن نفوذ در صحنه عملیات
- برای آسان تر کردن این موضوع که ندای مشتری ( خواسته مشتری ) به صورت دقیق چه چیزهایی می باشند.

به کار گیری QFD و DEA با هم در مقاله های مختلف:

## به کارگیری مدل DEA در QFD به منظور طراحی محصول در صنایع تولید تلویزیون:

در این مقاله به منظور دستیابی به هدف مذکور، یعنی انتخاب مشخصه های فنی مناسب، با در نظر گرفتن چند عامل اضافی در طراحی محصول، از روش QFD در DEA در قالب یک مطالعه موردی در صنعت تلویزیون استفاده شده است.

توسعه عملکرد کیفیت (QFD) روش توسعه، گسترش ویژگی ها و کارکردهایی است که به کالا یا خدمات، با توجه به نیازهای مشتریان، کیفیت می بخشد. اما سازمانها و موسسات بدون در نظر گرفتن محدودیتهای موجود در پیش رو، هرگز قادر به توسعه محصولات یا خدمات نمی باشند. تاکنون مطالعات زیادی بر لزوم در نظر گرفتن عواملی همچون هزینه و سهولت پیاده سازی، برای محاسبه اهمیت نسبی مشخصه های فنی در QFD تاکید کرده اند. با اینحال مطالعات کمی در این زمینه صورت گرفته است و یا اگر هم مطالعه های وجود دارد، تنها یکی از این عوامل هزینه، سهولت پیاده سازی، محدودیتهای تولید و ... را در محاسبات خود در نظر گرفته است.

توسعه عملکرد کیفیت (QFD) یکی از مهمترین ابزار مدیریت کیفیت است که برای طراحی و توسعه محصول مفید است.

همواره در طی مطالعات گوناگون برای بهتر شدن عملکرد این تکنیک و حل برخی از مشکلات موجود در QFD سعی شده تا با استفاده از ترکیب روش های مختلف با QFD و یا ابداع راهکارهای ابتکاری بر این مشکلات غلبه کنند.

در این پژوهش هر یک از محاسبات DEA نیازمند مقداری ورودی و مقداری خروجی است. وقتی DEA در محاسبات QFD بکار میرود، تعیین ورودی و خروجی حائز اهمیت است. برای استفاده از DEA در QFD تنها کافی است، اعداد ماتریس خانه کیفیت به صورت ورودی و خروجی تعریف گردند.

در این مقاله از روش پیشنهاد شده توسط راماناتان و یان فنگ برای انتخاب مشخصه های فنی، با در نظر گیری چند عامل اضافی مناسب در طراحی محصول که مطابق با نیازهای مصرف کننده ایرانی باشد، استفاده شده است. زمانی که QFD برای طراحی محصول استفاده شود، ارتباط بین نیازهای مشتریان و مشخصه های فنی طراحی از طریق ماتریس خانه کیفیت برقرار میگردد. ماتریس خانه کیفیت شامل ورودیهای گوناگونی است که شامل اهمیت نیازهای مشتریان و رابطه بین این نیازها و مشخصه های فنی و همبستگی بین مشخصه های فنی مختلف با یکدیگر است. معمولاً برای جمع کردن نسبتهای مشخصه های فنی مرتبط با نیازها روش جمع حسابی وزنی ساده به کار برده میشود. نتیجه ی وزنه های مشخصه های فنی می تواند به عنوان اهمیت نسبی آنها برآورده ساختن نیازهای مشتریان، تفسیر گردد. استفاده از نتیجه تحقیق میتوان گفت که توسعه عملکرد کیفیت با استفاده از

محاسبات ساده میزان اهمیت نسبی مشخصه‌های فنی محصول را به کمک تشکیل ماتریس ارتباطات به دست می‌آورد. اما با استفاده از این محاسبات ساده، اهمیت نسبی مشخصه‌های فنی محصول را برای وقتی که چند عامل، به غیر از عامل میزان ارتباط بین نیازهای مشتری و مشخصه‌های فنی مثل هزینه پیاده‌سازی، سهولت پیاده‌سازی و غیره مورد توجه محقق قرار می‌گیرد، نمیتوان محاسبه نمود.

در این مقاله اهمیت نسبی به دست آمده با استفاده از تحلیل پوششی داد‌ها برای زمانی که تنها یک عامل میزان ارتباط بین نیازهای مشتری و مشخصه‌های فنی مورد بررسی قرار می‌گیرد، کاملاً متناسب با اهمیت نسبی به دست آمده با استفاده از روش توسعه عملکرد کیفیت کلاسیک می‌باشد.

از آنجایی که نمره کارایی مشخصه‌های فنی میزان دریافت سیگنال، اسکرین، تعداد خروجی‌ها، تعداد صفحات در هر ثانیه و میزان حافظه برابر یک شده است، پیشنهاد می‌گردد که مطالعه بر روی این موارد نسبت به موارد دیگر در اولویت قرار گیرد و با توجه به بودجه شرکت، دیگر موارد با توجه به نمره کاراییشان در اولویتهای بعدی قرار می‌گیرند. (مظفری و همکار: ۱۳۸۹)

در مقاله ای دیگر با عنوان: طراحی کیفیت خدمات بخش سوختگی بیمارستان قطب الدین شیرازی با استفاده از روش گسترش عملکرد کیفیت (QFD) و تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) توانسته از QFD و DEA به طور هم‌زمان در این مقاله استفاده کند.

در این مقاله روش گسترش عملکرد کیفیت که یکی از موثرترین ابزارهای طراحی و بهبود کیفیت است که به منظور تأمین نیازهای مشتری و افزایش رضایت وی از محصول یا خدمت مورد نظر به کار برده می‌شود. در کنار آن، روش تحلیل پوششی داده‌ها روشی مبتنی بر برنامه ریزی خطی است که به سنجش کارایی نسبی گروهی از واحدهای تصمیم‌ساز مشابه با قابلیت تبدیل چندین ورودی به چندین خروجی می‌پردازد. بر مبنای مطالعات صورت گرفته، زمانی که در روش گسترش عملکرد کیفیت بایستی چندین عامل مد نظر قرار گیرد، روش تحلیل پوششی داده‌ها می‌تواند چارچوبی کلی را جهت تسهیل محاسبات تعدادی از مراحل این روش فراهم سازد.

اگرچه فرآیند کامل گسترش عملکرد کیفیت دارای 4 فاز است، اما در این مقاله به فاز خانه کیفیت به عنوان فاز بنیادی فرآیند بسنده شد. در ابتدای این فاز، انتظارات بیماران از خدمات بخش سوختگی با استفاده از روش دلفی تعیین و اولویت انتظارات با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس، در شرایط حداقل سازی درون‌داد محاسبه می‌گردد. سپس آن دسته از عناصر خدمت بخش سوختگی که می‌توانست انتظارات بیماران را تأمین نماید با استفاده از روش

دلفی شناسایی می گردد. طی مراحل بعد ارتباط میان انتظارات بیماران و عناصر خدمت و همبستگی میان عناصر خدمت با استفاده از نظرات گروهی از خبرگان تعیین شد. در نهایت، مقادیر اهمیت نهایی عناصر خدمت با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده ها با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس در شرایط حداقل سازی درونداد محاسبه و الگوی کیفیت خدمات بخش سوختگی طراحی گردید. (هاشمی:۱۳۸۹)

## منابع و مواخذ:

۱. مظفری، محمدعلی و همکار، به کارگیری مدل QFD در DEA به منظور طراحی محصول در صنایع تولید تلویزیون، مجله مدیریت توسعه و تحول، ۱۳۸۹
۲. هاشمی، ندا، طراحی کیفیت خدمات بخش سوختگی بیمارستان قطب الدین شیرازی با استفاده از روش گسترش عملکرد کیفیت (QFD) و تحلیل پوششی داده ها (DEA)، ۱۳۸۹، پایان نامه کارشناسی ارشد دانشگاه شیراز
۳. مهرگان، محمدرضا (۱۳۸۳) مدل های کمی برای ارزیابی عملکرد سازمان ها، انتشارات دانشگاه تهران، دانشکده مدیریت
4. van de Poel, I., (2007). Methodological problems in QFD and directions for future development. Res
5. Farrel. M.J. (1957) "The measurement of productive efficiency of royal statistical society series A, 120, Part 3.",
1978. Measuring The Efficiency of Decision Making Units. E. Rohdes, W.W. Cooper, A. Charnes 429-444, European Journal of Operational Research 2(6)
7. Akao Y (1990). Quality function deployment: integrating customer requirements into product design. Cambridge, MA: Productivity Press.
8. Coelli, T.J. (1998) A guide to DEAP version 2.1 "Data envelopment analysis (Computer) program. department of econometrics "University of New England, Armidale, Australia .
9. Banker, R.D., and Thrall R M. (1992). Estimation of Returns to Scale Using Data Envelopment European Journal of Operational Research, Analysis.
10. Tang J, Fung FYK, Xu B, Wang D (2002). A new approach to quality function deployment planning with financial consideration. Computers & Operations Research; 29(2):1447-1463.



## DEA دو مرحله ای

کارایی فرآیندهای تصمیمی که می توانند به دو مرحله تقسیم شوند به منظور شناسایی دلایل ناکارایی برای کل فرآیند و نیز برای هر مرحله به صورت مستقل با استفاده از روش DEA متداول اندازه گیری شده اند. مدل ارتباطی تحلیل پوششی داده های دومرحله ای در واقع اصلاح شده مدل تحلیل پوششی داده ها با لحاظ کردن دو زیرفرآیند داخل فرآیند کل است. تحت این چهارچوب، کارایی فرآیند کل میتواند به کارایی های دو زیرفرآیند تجزیه شود (Kao & Hwang, 2007) مدل تحلیل پوششی داده های متداول برای اندازه گیری کارایی واحد تصمیم گیری  $k$  ام تحت فرض بازگشت به مقیاس ثابت مدل CCR به این صورت است:

مدل (1)

$$E = \max \frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rk})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ik})}$$

s.t

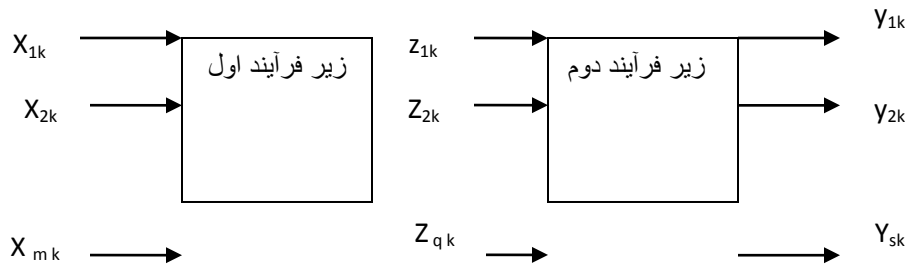
$$\frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ij})} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$u_r, v_i \geq \epsilon \quad i=1, \dots, m, r=1, \dots, s$$

که در آن  $x, y$  به ترتیب ورودی و خروجی واحد تصمیم گیری اند. هر واحد تصمیم گیری  $m$  تا ورودی را به کارمیگیرد تا  $s$  تا خروجی تولید کند و  $E_k$  کارایی نسبی واحد  $k$  است و  $E_k = 1$  نشان دهنده کارایی واحد است و  $E_k < 1$  نشان دهنده عدم کارایی است.

اکنون فرض می کنیم که یک فرآیند تولید از یک مجموعه دارای دو زیرفرآیند تشکیل میشود؛ همانطور که در نمودار 1 نشان داده شده است.

نمودار 1. فرآیند تولید با دو زیرفرآیند



(Kao & Hwang, 2007)

فرآیند کل از  $m$  تا ورودی  $X_{ik}$  برای تولید  $s$  تا خروجی  $Y_{rk}$  استفاده می کند متفاوت با فرآیند تولید یک مرحله ای متداول اینجا فرآیند تولید از دو زیرفرآیند با  $q$  تا محصول میانی  $Z_{pk}$  تشکیل میشود. علاوه براین، محصولات میانی  $Z_{pk}$  خروجی های مرحله ۱ و نیز ورودیهای مرحله ۲ میباشند  
مدل تحلیل پوششی داده های دو مرحله ای سیفورد و ژو Seiford & Zhu, 1999 از مدل (1) برای اندازه گیری کارایی کل و مدل های (2a) و (2b) به ترتیب برای اندازه گیری کاراییهای مرحله یک  $E_k^1$  و مرحله دو  $E_k^2$  استفاده می کند.

مدل (2a)

$$E_k^1 = \max \frac{\sum_{p=1}^q (w_p z_{pk})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ik})}$$

s.t

$$\frac{\sum_{p=1}^q (w_p z_{pj})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ij})} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$w_p, v_i \geq \epsilon \quad p=1, \dots, q, \quad i=1, \dots, m$$

مدل (2b)

$$E_k^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rk})}{\sum_{p=1}^q (w_p z_{pk})}$$

s.t

$$\frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj})}{\sum_{i=1}^m (w_i z_{pj})} \leq 1 \quad j=1, \dots, n$$

$$u_r, w_p \geq \epsilon \quad r=1, \dots, s, \quad p=1, \dots, q$$

کائو و هوانگ ( 2007 ) بیان میکنند که این دو مدل اساساً شبیه مدل ( 1 ) میباشد و کارایی های فرآیند کل و دو زیر فرآیند به صورت مستقل محاسبه میشوند. آنها بیان میکنند که به منظور پیوند دادن دو زیرفرآیند با فرآیند کل، یک مدل باید ارتباط رشته ای بین فرآیند کل و دو زیرفرآیند را توصیف کند. باید در نظر بگیریم که واحد تصمیم گیری برای محاسبه کارایی کل  $E_k$  و کاراییهای زیرفرآیندهای  $E_k^1$  و  $E_k^2$  انتخاب شده است؛ در این صورت کارایی کل، نتیجه کارایی های دو زیرفرآیند است؛ یعنی:  $E_k = E_k^1 * E_k^2$

کائو و هوانگ ( 2007 ) بیان میکنند که براساس این مفهوم، راه محاسبه کارایی کل یعنی  $E_k$  و لحاظ کردن ارتباط رشته ای دو زیرفرآیند این است که محدودیتهای نسبتی دو زیرفرآیند به مدل ( 1 ) اضافه شوند:

مدل (3)

$$E = \max \frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rk})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ik})}$$

s.t

$$\frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ij})} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{p=1}^q (w_p z_{pj})}{\sum_{i=1}^m (v_i x_{ij})} \leq 1$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj})}{\sum_{p=1}^q (w_p z_{pj})} \leq 1$$

$$u_r, v_i, w_p \geq \epsilon \quad j=1, \dots, n \quad r=1, \dots, s \quad p=1, \dots, q \quad i=1, \dots, m$$

آنها بیان می کنند که مجموعه محدودیت های مدل کل جدید شامل محدودیت های مدل های (1) و (2a) و (2b) مدل (3) یک برنامه کسری خطی است که میتواند به برنامه خطی مدل (4) تبدیل شود:

مدل (4)

$$E = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}$$

s.t

$$\sum_{i=1}^m (v_i x_{ik}) = 1$$

$$\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj}) - \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij}) \leq 0$$

$$\sum_{p=1}^q (w_p z_{pj}) - \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij}) \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj}) - \sum_{p=1}^q (w_p z_{pj}) \leq 0$$

$$u_r, v_i, w_p \geq \epsilon \quad j=1, \dots, n \quad r=1, \dots, s \quad p=1, \dots, q \quad i=1, \dots, m$$

که در آن:

|  |  |
|--|--|
| $x_{ij}$ : مقدار داده $i$ از واحد $j$              | $v_i$ : وزن داده شده به داده $i$         |
| $y_i$ : مقدار ستاده $r$ از واحد $j$                | $u_r$ : وزن داده شده به ستاده $r$        |
| $z_{pj}$ : مقدار متغیر میانجی $p$ از واحد $j$ است. | $w_p$ : وزن داده شده به متغیر میانجی $p$ |

بعد از این که ضرایب بهینه  $u^r$  و  $v_i^*$  و  $w_p^*$  حل شدند کارایی ها از این طریق به دست می آیند:

$$E_k^1 = \sum_{p=1}^m (w_{*p}z_{pj}) / \sum_{i=1}^m (v_{*i}x_{ij}) ,$$

$$E_k^2 = \sum_{r=1}^s (u_{*r}y_{rj}) / \sum_{p=1}^m (w_{*p}z_{pj})$$

$$E_k = \sum_{r=1}^s (u_{*r}y_{rj})$$

روشن است که رابطه زیر برقرار است:

$$E_k = E_k^1 * E_k^2$$

کائو و هوانگ ( 2007 ) می گویند کاملاً محتمل است که ضرایب بهینه ای که از مدل (4) حل می شوند ممکن است که منحصر به فرد نباشند، در نتیجه تجزیه نیز منحصر به فرد نخواهد بود. این باعث خواهد شد که مقایسه  $E_k^1$  یا  $E_k^2$  در میان همه واحدهای تصمیم گیری فاقد یک اساس مشترک باشد. آنها میگویند یک راه حل برای این مشکل این است که مجموعه ضرایبی را پیدا کنیم که بزرگترین  $E_k^1$  را تولید می کنند در حالیکه نمره کارایی کل  $E_k$  محاسبه شده از مدل (4) را حفظ می کنند. این ایده میتواند به اینصورت فرمول بندی شود:

مدل (5)

$$E_k^1 = \sum_{p=1}^q (w_p z_{pj})$$

s.t

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m (v_i x_{ik}) &= 1 \\ \sum_{r=1}^s (u_r y_{rk}) - E_k & \\ \sum_{i=1}^m (v_i x_{ik}) &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj}) - \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij}) \leq 0$$

$$\sum_{p=1}^m (w_p z_{pj}) - \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij}) \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj}) - \sum_{p=1}^m (w_p z_{pj}) \leq 0$$

$$u_r, v_i, w_p \geq \epsilon \quad j=1, \dots, n \quad r=1, \dots, s \quad p=1, \dots, q \quad i=1, \dots, m$$

بعد از این که  $E_k^1$  از طریق مدل (5) محاسبه شد، کارایی مرحله دوم را می توان محاسبه کرد یعنی:

$$E_k^2 = E_k / E_k^1$$

راه دیگر اینکه اگر کارایی مرحله دوم ، اهمیت بیشتری برای تصمیم گیرنده دارد، تصمیم گیرنده می تواند اول  $E_k^2$  را با جایگزین

کردن تابع هدف مدل Z با  $\sum_{r=1}^s (u_r y_{rk})$  و محدودیت اول با  $\sum_{p=1}^q (w_p z_{pk})$  اندازه گیری کند . در این مورد  $E_k^1$  به

$$E_k^1 = E_k / E_k^2$$

اینصورت محاسبه می شود :

(مومنی و شاه خواه ۱۳۸۸)

**مثال:**

با استفاده از مدل دومرحله ای به بررسی کارایی های هتلهای در 15 استان مختلف ایران می پردازیم.

این فرایند از دومرحله تشکیل شده است:

مرحله اول :این مرحله را "ارزیابی مالی" در نظر میگیریم .ورودی ها و خروجی های این مرحله عبارتند از:

ورودی ها :هزینه حاصل از پرداخت حقوق کارکنان ( $x_1$ ) , هزینه خرید مواد اولیه و سایر هزینه ها ( $x_2$ )

خروجی ها :سود حاصل از فروش انواع غذا و نوشیدنی ( $z_1$ ) , کرایه سالن بصورت موقت برای برگزاری مراسم ( $z_2$ ) که این خروجی ها که "اندازه های میانی" می باشند و ورودی های مرحله دوم هستند .

مرحله دوم :این مرحله را "ارزیابی بهره وری" در نظر میگیریم .ورودی ها که  $z_1$  و  $z_2$  می باشند و خروجی ها عبارتند از :سود ارزش

افزوده ( $y_1$ ) و ارزش بهره وری کارکنان ( $y_2$ )

جدول 1. داده های بدست آمده از 15 استان کشور

| استان          | حقوق کارکنان ( $x_1$ ) | هزینه خرید مواد اولیه ( $x_2$ ) | سود حاصل از فروش غذا و نوشیدنی ( $z_1$ ) | کرایه سالن برای برگزاری مراسم ( $z_2$ ) | سود ارزش افزوده ( $y_1$ ) | ارزش بهره وری کارکنان ( $y_2$ ) |
|----------------|------------------------|---------------------------------|--|---|---------------------------|---------------------------------|
| آذربایجان شرقی | 36343                  | 250987                          | 483680                                   | 1988                                    | 212807                    | 29                              |
| آذربایجان      | 17949                  | 157461                          | 427549                                   | 4053                                    | 266404                    | 52                              |

|    |         |       |         |         |        |                     |
|----|---------|-------|---------|---------|--------|---------------------|
|    |         |       |         |         |        | غربی                |
| 47 | 143519  | 2     | 308951  | 150883  | 8828   | اردبیل              |
| 39 | 50928   | 1972  | 127581  | 74991   | 6435   | زنجان               |
| 19 | 5896    | 497   | 17120   | 9943    | 1520   | خراسان جنوبی        |
| 37 | 324536  | 9416  | 761303  | 419033  | 83894  | اصفهان              |
| 31 | 15142   | 1     | 48279   | 31156   | 1010   | ایلام               |
| 26 | 23998   | 0     | 66878   | 37370   | 8481   | بوشهر               |
| 82 | 2850245 | 47886 | 4798560 | 1853627 | 355338 | تهران               |
| 32 | 17460   | 142   | 46214   | 25400   | 3898   | چهارمحال<br>بختیاری |
| 35 | 339135  | 3017  | 790174  | 422529  | 66417  | خراسان رضوی         |
| 18 | 16248   | .     | 44943   | 27012   | 3419   | خراسان شمالی        |
| 44 | 286335  | 3590  | 622589  | 330094  | 45999  | خوزستان             |
| 28 | 24047   | 334   | 69552   | 42938   | 9019   | سمنان               |
| 37 | 175937  | 2151  | 402373  | 215795  | 35202  | فارس                |

کارایی مرحله اول، عملکرد مالی را اندازه گیری می کند در حالیکه کارایی مرحله دوم عملکرد تولید سود را اندازه میگیرد و محصول کارایی های دو زیرفرایند کارایی کل فرایند است.

جدول (1) ورودی ها، محصولات میانی و خروجی های هتلهای 15 استان ایران را نشان میدهد

ابتدا  $E_k^2$  را محاسبه کرده و سپس بوسیله  $E_k^2 / E_k$   $E_k^1$

$E_k^1$  را بدست می آوریم. نتایج در جدول (2) آمده است

جدول 2 اندازه های کارایی مربوط به هتلها در 15 استان ایران با استفاده از مدل DEA دو مرحله ای و رابطه ای

| $E_k^2$ | $E_k^1$ | $E_k$  | استان          |
|---------|---------|--------|----------------|
| 1       | 1       | 1      | آذربایجان غربی |
| 1       | 0,9377  | 0,9377 | اردبیل         |
| 0,6841  | 0,6692  | 0,4578 | اصفهان         |
| 1       | 1       | 1      | ایلام          |
| 0,9358  | 0,5318  | 0,4977 | بوشهر          |
| 0,9532  | 0,9534  | 0,9088 | تهران          |

|        |        |        |                    |
|--------|--------|--------|--------------------|
| 1      | 0,6395 | 0,6395 | چهارمحال و بختیاری |
| 1      | 0,8847 | 0,8847 | خراسان جنوبی       |
| 0,8123 | 0,5840 | 0,4744 | خراسان رضوی        |
| 0,9478 | 0,4951 | 0,4693 | خراسان شمالی       |
| 0,8199 | 0,6253 | 0,5127 | خوزستان            |
| 0,7384 | 0,7740 | 0,5715 | زنجان              |
| 0,7715 | 0,5749 | 0,4435 | سمنان              |
| 0,7894 | 0,6136 | 0,4844 | فارس               |

با توجه به جدول (2) در مرحله اول استانهای آذربایجان غربی و ایلام و در مرحله دوم استانهای آذربایجان غربی، ایلام، چهارمحال و بختیاری و خراسان جنوبی کارا میباشند. حال از آنجا که کارایی کل محصول کارایی های مرحله اول و مرحله دوم می باشد هر  $E_k$  نمی تواند بزرگتر از مقدار متناظر  $E_k^1$  و  $E_k^2$  باشد. باید توجه داشت که زمانی از مرحله دوم نتیجه مطلوب را بدست می آوریم که مرحله اول درست عمل کند و اگر به دنبال بهبود عملکرد هستیم ابتدا باید در مرحله اول اصلاحات لازم را انجام دهیم.

جدول 3 اندازه های کارایی مربوط به هتلها در 15 استان ایران با استفاده از مدل DEA دو مرحله ای و مستقل

| $E_k^2$ | $E_k^1$ | $E_k$ | استان              |
|---------|---------|-------|--------------------|
| 1       | 0,71    | 0,501 | آذربایجان شرقی     |
| 0,456   | 1       | 1     | آذربایجان غربی     |
| 1       | 1       | 1     | اردبیل             |
| 0,259   | 0,726   | 0,458 | اصفهان             |
| 1       | 1       | 1     | ایلام              |
| 0,993   | 0,659   | 0,586 | بوشهر              |
| 0,419   | 0,967   | 0,909 | تهران              |
| 1       | 0,67    | 0,814 | چهارمحال و بختیاری |
| 1       | 1       | 1     | خراسان جنوبی       |
| 0,518   | 0,689   | 0,474 | خراسان رضوی        |
| 1       | 0,613   | 0,572 | خراسان شمالی       |
| 0,453   | 0,695   | 0,513 | خوزستان            |
| 0,393   | 1       | 0,643 | زنجان              |
| 0,59    | 0,597   | 0,527 | سمنان              |
| 0,448   | 0,687   | 0,486 | فارس               |

مدل رابطه ای در مقایسه با مدل مستقل



در جدول (3) کارایی های کل، مرحله اول و مرحله دوم بطور مستقل با استفاده از مدل CCR محاسبه شده است. استانهای آذربایجان غربی، ایلام، اردبیل و خراسان جنوبی در فرایند کل بطور کارا عمل میکنند. استانهایی هستند که در مرحله اول یا دوم کارا می باشند اما کارایی کل آنها مخالف یک است. چون در مدل مستقل  $E_k$  و  $E_k^1$  و  $E_k^2$  بطور مستقل محاسبه می شوند،  $E_k$  لزوما کوچکتر از  $E_k^1$  و  $E_k^2$  نیست از طرفی یک ایراد این است که کارای یهای کل فرایند و دو زیرفرایند بطور مستقل محاسبه میشوند بدون در نظر گرفتن این حقیقت که خروجی های اولین زیرفرایند ورودی های دومین زیرفرایند است.

باید توجه داشت که فرایند دوم مرحله ای رابطه ای خصوصیتی منحصر بفرد دارد. آن این است که تنها ورودی های مرحله دوم، خروجی های مرحله اول است. پس زمانی میتوان نتیجه مطلوب را از مرحله دوم بدست آورد که مرحله اول بطور مطلوب عمل کند. (نجفی و عاشور، ۱۳۹۰)

#### منابع

1-Kao, C & Hwang, SN 2007 , *Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan*, European Journal of Operational Research, vol. 185, pp. 418- 29, viewed 15 october 2007

2-Seiford, LM & Zhu, J 1999, *Profitability and marketability of the top 55 U.S. commercial banks*, Management Science, vol. 45, no.9, pp.1270-88, viewed 24 sep 2007

۳- مومنی، م. و شاه خواه، ن.، (۱۳۸۸)، ارزیابی کارایی شرکتهای بیمه ایران با استفاده از مدل ارتباطی DEA دو مرحله ای، فصل نامه صنعت بیمه، شماره ۱ و ۲، ۴۵-۲۰۷۱

۴- نجفی، س.، عاشور، ن.، (۱۳۹۰)، اندازه گیری عملکرد هتل‌های ایران با کمک تحلیل پوششی داده های دو مرحله ای،

سومین همایش ملی تحلیل پوششی داده ها، فیروزکوه

## NETWORK & DEA

### مقدمه

هر انسان عاقل و خردمندی می خواهد بهترین کار را انجام دهد و بهترین بهره را حاصل کند. با آگاهی بر این نکته حقیقت بهره-وری نمایان می شود، با توجه به اینکه زندگی در دنیای پیچیده و پویای امروزی با دو ویژگی عمده (منابع و امکانات محدود، نیازها و تقاضاهای نامحدود) همراه شده، از این رو توجه روزافزون به بهره وری از ضروریات عصر معاصر است. (1) در حقیقت، بهره وری نگرشی واقع گرایانه به کار و زندگی و معیاری است که به کمک آن میتوان به طور مستمر شرایط موجود را بهبود بخشید، در واقع بهره وری ایمان راسخ به پیشرفت انسا نهاست (۲). فابریکسنت (1962) عنوان کرد بهره وری همیشه نسبت بین بازده و نهاده است. (۳).

روش های مختلفی برای اندازه گیری بهره وری مراکز علمی و پژوهشی ارائه شده است که می توان آنها را به دو دسته اصلی روشهای پارامتری و غیرپارامتری تقسیم کرد. روش های پارامتری اولاً فقط برای واحدهایی به کار می روند که یک خروجی داشته باشند، ثانیاً در این روش حتماً باید تابعی را به عنوان پیش فرض در نظر گرفت. در روش غیرپارامتری هیچ تابعی به عنوان پیش فرض در نظر گرفته نمی شود. درحقیقت سعی می شود یک تابع تجربی با استفاده از مشاهدات انجام گرفته به دست آید. از مهم ترین روش های که (DEA) غیرپارامتری برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده مدل های تحلیل پوششی داده است، کاربرد متعددی در سنجش بهره وری و ارزیابی کارایی در واحدهای بیمارستانی، بانکها، دانشگاهی و ... دارد (4)، فارل (۱۹۵۷)

برای نخستین بار روش های غیرپارامتری را برای تعیین بهره وری مطرح کرد. چارلز و کوپر و رودز در سال 1978 روشی به عنوان تعمیمی بر کار فارل ابداع کردند. در این روش می توان واحدهای مشاهده شده با چندین ورودی و خروجی را با هم مقایسه کرد. به این منظور باید برای هر یک از عاملهای ورودی و خروجی وزنهایی را یافت تا ورودیها و خروجیهای هر واحد به یک ورودی و یک خروجی موزون تبدیل شود. سپس بهره وری هر واحد از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$(۱) \quad \text{مجموع موزون ورودیها} / \text{مجموع موزون خروجیها} = \text{بهره وری}$$

به بیان ریاضی می توان این فرمول را با استفاده از نسبت زیر بیان کرد:

$$P = \frac{U^T Y}{V^T X}$$

در این رابطه  $P$ ، مقدار بهره وری واحد تصمیم گیرنده،  $U$ : وزن های خروجی ها،  $Y$ : مقدار خروجی ها، و  $T$ : نشان دهنده مجموع،  $V$ : وزن های ورودی و  $X$ : مقدار ورودیهاست. این روش تحلیل پوششی داده ها نامیده شد. از مهمترین مدل های تحلیل پوششی داده ها که به دنبال یافتن وزن های ورودی ها و خروجی ها و محاسبه میزان بهره وری از آن طریق هستند. می توان به دو مدل معروف اشاره کرد. تفاوت اصلی دو مدل به دلیل نسبت بازده به مقیاس است که به معنی یافتن ارتباط منطقی بین ورودیها و خروجیهاست.

#### الف) مدل CCR

این مدل که همان مدل اولیه DEA مطرح شده توسط چارلز، کوپر، و رودز است. با فرض ثابت بودن بازده نسبت به مقیاس، به محاسبه بهره وری و کارایی واحدها می پردازد و به شکل زیر فرمول بندی می شود:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_p \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} \leq \theta_p \bar{x}_{ip}, \quad \forall i, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} \geq \bar{y}_{rp}, \quad \forall r, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad \forall j. \end{aligned}$$

در این مدل که از نظر ریاضی با مدل کسری (۱) معادل است  $\bar{x}_{ip}$  بردار ورودی،  $\bar{y}_{rp}$  بردار خروجی واحد تصمیم گیری و متغیر  $\theta$  در جواب بهینه این مسئله بیانگر کارایی واحد مورد نظر است.

#### ب) مدل BCC

هرگاه بازده نسبت به مقیاس ثابت نباشد، مدل CCR توانایی محاسبه کارایی و بهره وری را ندارد. به همین علت بتکر، چارلز و کوپر در سال ۱۹۸۴ برای رفع این مشکل، مدل BCC را که در آن بازده نسبت به مقیاس ممکن است متغیر (کاهش یا افزایش) باشد. مطرح کردند. این مدل در این تحقیق به کار گرفته خواهد شد. در زیر به ساختار ریاضی مدل مذکور اشاره می شود:

Min  $\theta$

ST:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \leq \theta x_0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j \geq Y_0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$Y_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,n$$

تفاوت عمده این مدل با مدل CCR، قید جدیدی است که به مسئله افزوده می‌شود. و از آن می‌توان برای تشخیص نوع بازده به مقیاس استفاده کرد (4)

به طور کلی توانایی مهم روش های DEA این است که با دادن وزن مناسب به شاخص های ورودی و خروجی، بهره وری DMU ها محاسبه می شود و در صورت لزوم با ارایه راهکار بهبود بهره وری، چگونگی رسیدن واحدهای تصمیم گیرنده ناکارا به مرز کارایی مشخص می شود. برای این منظور می توان از منظر ورودی ها یا خروجی ها یا ترکیب این دو به مسئله نگاه کرد. در نگاه ورودی برای رساندن واحدها به مرز کارایی باید مقدار ورودی های آن را کاهش داد تا وقتی نسبت مجموع موزون خروجی ها به مجموع موزون ورودی ها به حد مطلوب برسد باید افزایش یابند، در نگاه ترکیبی، همزمان با کاهش مقدار ورودی ها مقدار خروجی ها نیز افزایش خواهد یافت. (۸)

### مفهوم تحلیل پوششی داده ها

ابزار تحلیل پوششی داده ها یا DEA یک مدل ارزیابی ناپارامتریک مرزی است که برای اندازه گیری کارایی نسبی و عملکرد یک مجموعه از موجودیت های قابل مقایسه (که واحدهای تصمیم گیرنده DMU نامیده می شود) در تبدیل ورودی ها به خروجی مورد استفاده می گیرد. این روش بدون تعیین فرضی از شکل تابع تولید، و با حل مدل های بهینه سازی، با استفاده از اطلاعات مربوط به میزان ورودی ها و خروجی های واقعی واحدهای تصمیم گیرنده، یک تابع مرزی اطراف عوامل ورودی و خروجی را مطالعه می کند. این مرز شامل بخش های خطی است که نه تنها کاراترین واحدهای کارآ فعلی، بلکه تحلیلی درباره واحدهای ناکارآ فراهم می کند. مزیت DEA این است که "مرز کارایی" می تواند تعمیم داده شود و به عنوان یک الگو برای سازمانهای مشابه به کار گرفته شود (۵). واحدهای تصمیم گیرنده ای که شامل این مرز شوند، امتیاز کارایی از یک به آنها تخصیص داده می شود و از نظر فنی نسبت به همتای شان کارآ هستند. به تمام واحدهای تصمیم گیرنده دیگر امتیاز کمتر از یک و بیشتر از صفر تخصیص داده می شود. امتیاز کارایی کمتر، ناکارایی فنی بیشتر واحد تصمیم گیرنده را بیان خواهد کرد. از نظر فنی، واحدهای ناکارآ نسبت به واحدهای تصمیم گیرنده روی مرز از ورودی هایی با وزن بیشتر برای هر خروجی موزون تولید می کند. (۷)

امتیاز کارایی در حضور عوامل ورودی و خروجی به این ترتیب تعریف می شود:

بیشینه سازی مشروط بر محدودیت ها = (مجموع موزون خروجی ها / مجموع موزون ورودی ها)

DEA علاوه بر محاسبه امتیازهای کارایی، سطح و میزان ناکارایی برای هر ورودی و خروجی را نیز تعیین می کند. مقدار ناکارایی به واسطه مقایسه با یک مجموعه محدب از دو یا چند DMU مشابهی ورودی استفاده می کنند و سطح مشابه یا بیشتری خروجی تولید میکنند، تعیین میشود (۱). این مجموعه را "مجموعه مرجع" می نامند که یک واحد ترکیبی فرضی تحت عنوان واحد مجازی ایجاد می کند. اگر واحد مجازی ورودی کمتری را برای دستیابی به خروجی به دست آمده توسط واحد مورد ارزیابی ضروری بداند یا با همان ورودیها بتواند خروجیهای بیشتری تولید کند واحدی که ارزیابی می شود به طور نسبی ناکاراً قضاوت می شود و اگر واحد مجازی همان مقدار ورودی را الزام کند که واحد مورد ارزیابی مصرف کرده است و مقدار خروجی برابری با واحد مورد ارزیابی ایجاد کند به طور نسبی کاراً قضاوت می شود (۴). واحد ناکاراً با مطالعه واحد کارای مرجع در ابعاد مختلف (فناوری، رویه ها، فرایندها، مدیریت و ...) قادر خواهد بود تغییرات مورد نیاز خود را برای الگوبرداری منطقی شناسایی و اعمال کند.

به طور کلی، کارایی معرف نسبت ستانده ها به نهاده ها در مقایسه با یک استاندارد مشخص است. (۶) کارایی بیشتر در سه حوزه مهندسی، مدیریت و اقتصاد مطرح است. در حوزه علم مدیریت علاوه بر نهاده ها و سرمایه های فیزیکی، نهاده ها و سرمایه های انسانی نیز در نظر گرفته می شوند. لذا از آنجائیکه کارایی افراد با توجه به تشویق ها و تنبیه ها، ممکن است از توان افراد نیز بیشتر و یا کمتر شود، مقدار محاسبه شده برای آن محدود به مرز واحدها نمی شود. با توجه به اهمیت کارایی، روش های مختلفی برای چگونگی محاسبه آن پیشنهاد گردیده است (۷). یکی از مدل های کمی که امروزه در ارزیابی کارایی و عملکرد واحدها و تعیین واحدهای کارا و ناکارا کاربرد وسیع پیدا کرده، مدل "تحلیل پوششی شبکه ای داده ها" می باشد که در ادامه به ارایه توضیحاتی در این خصوص می پردازیم:

### تکنیک تحلیل پوششی شبکه ای داده ها (Net-DEA):

از بین روشهای ارزیابی، از تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی عملکرد نسبی یک دسته از فرایندهای تولیدی که DMU نامیده می شود بطور گسترده تر استفاده می شود زیرا نیاز به تابع تولید ندارد. اما مدل کلاسیک DEA عملیات درونی DMUها را نادیده می گیرد و هر DMU را به عنوان جعبه سیاه تنها با ورودیهای اولیه جهت تولید خروجیهای نهایی در نظر می گیرد. این چهارچوب برای فرایندهای ساده مناسب می باشد اما برای ارزیابی عملکرد فرایندهایی که دارای زیر بخش هستند نمی تواند اطلاعات شناختی زیربنایی را بطور بالقوه در دسترس قرار دهد. تعدادی از دانشمندان جهت دوری از رویکرد جعبه سیاه مدل های DEA شبکه را ارائه کردند که می توان به کارهای KAO و Tone and Tsutsui اشاره کرد. Tone برای تعیین کارایی بخش های زنجیره با استفاده از متغیرهای کمکی مدل های DEA شبکه را گسترش دادند. همچنین Koa هر سیستمی می تواند به چندین سیستم که ساختار موازی دارند تبدیل شود. (۱۲)

در مدل های مختلف این تکنیک، با واحدهای تصمیم گیری به مثابه یک جعبه سیاه برخورد می شود. این جمله بدان معنی است که در این مدل ها، فرایندهایی که به منظور تبدیل به ستاده شدن بر روی آنها انجام می گیرد، بررسی نمی شود. این محدودیت در

بررسی کارایی واحدهایی که در مراحل تبدیل داده به ستاده، دارای واحدهای فرعی و مختلف می‌باشند و ورودی برخی از این واحدهای فرعی منابعی است که بوسیله واحدهای فرعی دیگر آن واحد تصمیم‌گیری تولید شده است، نمایان می‌گردد. به منظور رفع این نقیضه و در ادامه توسعه تکنیک DEA؛ تکنیک "تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای" (۹)، (۱۰)؛ تکنیک تحلیل پوششی شبکه‌ای داده‌ها (Net-DEA) در ابتدا توسط کوپمنز در سال ۱۹۵۱ مطرح شد و در ادامه دورفمن و همکارانش (۱۹۵۸) و شفارد و فایر (۱۹۷۵) به توسعه آن پرداختند. در این مدل هدف تعیین کارایی واحد تصمیم‌گیری اصلی و نیز واحدهای تصمیم‌گیری فرعی یا زیر واحدها می‌باشد. در این صورت کارایی زیر واحدها نیز علاوه بر کارایی واحد اصلی ارزیابی می‌شود و زیر واحدهای ناکارا از زیر واحدهای کارا مشخص می‌گردد. از این رو مدل Net-DEA به مدیران واحدهای تصمیم‌گیری اجازه می‌دهد که روی استراتژی‌های افزایش کارایی بخش‌های خاصی از فرایند تمرکز کنند. مدل‌های Net-DEA به تکنولوژی‌های پیچیده و به هم مرتبط در مدل تحلیل عمل خطی می‌پردازد که به طور عمودی و افقی برای ساختارهای تولید منسجم، منظور می‌شود و بدین وسیله باز نمود چند مرحله‌ای از تکنولوژی ارائه می‌نماید که توسط محققین برای مقایسات بین شرکت‌های رقابتی و مستقل استفاده می‌شود. از جمله دیگر مزایای Net-DEA محاسبه کارایی در دوره‌های زمانی مختلف می‌باشد. (۱۲)

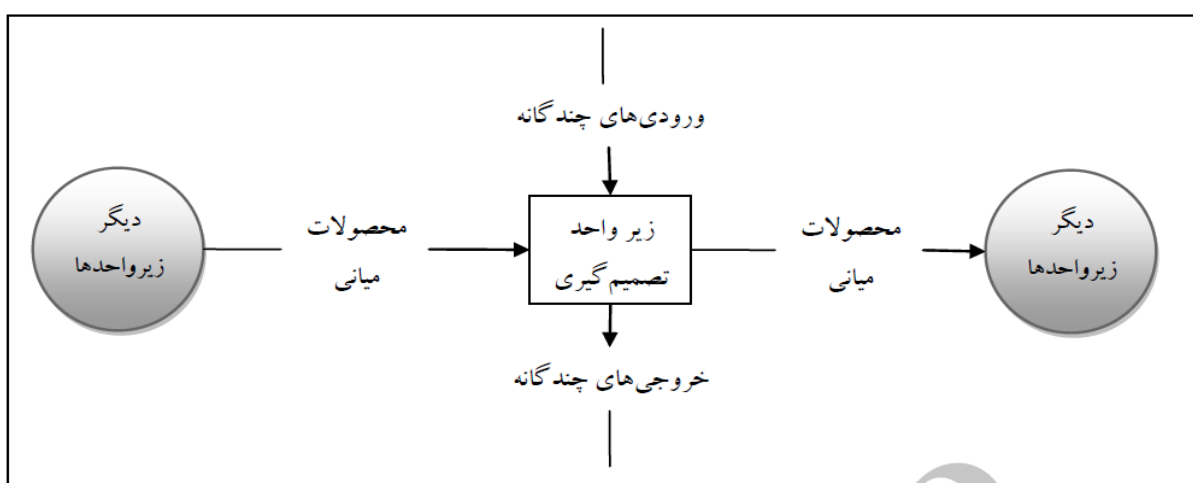
رویکرد مدل Net-DEA به عبارتی توسعه مدل DEA دو مرحله‌ای است که در آن ابتدا برای هر DMU یک مدل DEA تشکیل و حل گردیده تا کارایی آن واحد به دست آید. سپس از یک ساختار غیرچرخشی گراف مورد نظر استفاده می‌کنیم، تا نظم بخشی واحدهای فرعی بر مبنای وابستگی هر واحد فرعی به ستاده دیگر واحدهای فرعی را تعریف می‌کنیم. (۱۳)

برای اولین بار در سال ۲۰۰۰ فارل و گرسکوپف مقاله‌ای تحت عنوان "تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای" را ارائه نمودند که در این مقاله اهمیت تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای را خاطر نشان شده بود. (۱۴) کاستلی، پسنی و اکویچ در سال ۲۰۰۱ مقاله‌ای تحت عنوان "مدل‌های تحت تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی کارایی واحدهای معین و وابسته" ارائه کردند. در این مقاله، مسئله ارزیابی کارایی مجموعه زیر واحدهای تصمیم‌گیری معین و به هم وابسته را که واحدهای تصمیم‌گیری بزرگتری می‌سازند مورد بررسی قرار گرفت (۱۵). لویس و سکستون در سال ۲۰۰۳ روش تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای را برای اندازه‌گیری کارایی واحدهایی که در دو مرحله تولید می‌کنند، ارائه کردند (۱۶). سپس در سال ۲۰۰۴ مقاله‌ای تحت عنوان "تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای: تحلیل کارایی سازمان‌ها با ساختار درونی پیچیده" را ارائه نمودند؛ مدل پیشنهادی آنها در این مقاله واحدهایی شامل یک شبکه از زیر واحدهای مرتبط می‌باشد که در آن برخی از زیر واحدها، منابعی را برای دیگر زیر واحدها تولید و برخی دیگر از منابع تولید شده توسط دیگر زیر واحدها مصرف می‌شوند. آنها مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای را برای ماهیت خروجی و ورودی فرموله نمودند. (۱۷). در سال ۲۰۰۴ کاستلی، پسنی و اکویچ مقاله‌ای به منظور ارزیابی کارایی واحدهای سازمان یافته سلسله‌مراتبی ارائه نمودند (۱۸). پریو و زفیو در سال ۲۰۰۷ کارایی تکنیکی بالقوه را با مقایسه تکنولوژی‌های متناسب با اقتصادهای مختلف، ارزیابی نمودند (۱۹). در سال ۲۰۰۸ یو و لین مقاله‌ای با عنوان کارایی و اثربخشی عملکرد راه آهن با استفاده از یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای چند فعالیته ارائه نمودند (۲۰). مقاله "تجزیه کارایی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای: یک مدل واقعی" توسط کائو در سال ۲۰۰۹ ارائه گردید. در این مقاله هر سیستم شبکه‌ای با استفاده از فرایندهای مجازی به یک سیستم سری تبدیل می‌شود که هر مرحله از این سیستم سری شامل ساختار موازی است؛ بدین ترتیب براساس ساختارهای سری و موازی، کارایی سیستم تولید به کارایی مراحل سری و ناکارایی‌های هر مرحله این سری، به مجموع ناکارایی‌های فرایندهای جزء که به صورت موازی به همدیگر متصل شده‌اند، تقسیم می‌شود (۲۱). لذا در ادامه این پژوهش به بررسی روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه شده توسط لویس و سکستون می‌پردازیم.

تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه شده توسط لویس و سکستون :

روش لوپس و سکستون که در سال ۲۰۰۴ ارائه شد، یکی از مفیدترین روش های تحلیل پوششی داده های شبکه ای است؛ این روش با حرکت روی مسیرهای کارا و سپس محاسبه خروجی های نهایی و ورودی های اولیه کلاسیک، کارایی هر سازمان را در مقابل سازمان های مشابه اندازه گیری می کنند (۱۷).

در این تحقیق لوپس و سکستون فرض نمودند که سیستم تحت ارزیابی شامل چندین واحد تصمیم گیرنده مشابه هم باشند که هر واحد خود شامل چندین زیر واحد به هم مرتبط است. در واقع هر واحد شبکه ای از زیر واحدهای مرتبط به هم می باشد که در آن برخی از زیرواحدها منابعی را برای دیگر زیرواحدها تولید و برخی دیگر منابع تولید شده توسط دیگر زیر واحدها را مصرف می کنند. بدین ترتیب هر زیر واحد در یک واحد تصمیم گیرنده دارای ورودی (خروجی) های چندگانه میانی و اولیه (نهایی) از (به) درون و بیرون واحد است. شکل (۳) الگوی ورودی- خروجی یک زیر واحد در واحد تصمیم گیرنده را نشان می دهد (۱۷).



شکل (۲): الگوی ورودی- خروجی یک زیر واحد در واحد تصمیم گیرنده (لوپس و سکستون ۲۰۰۴)

فرمول بندی مدل تحلیل پوششی داده های شبکه ای برای اندازه گیری کارایی در حالت خروجی محور

فرض می شود، تعداد  $D$  واحد وجود دارد که همگی دارای ساختار شبکه ای مشلبه هم هستند و هر واحد شامل  $S$  زیر واحد به هم وابسته است، این زیر واحدها در درون واحدی با ورودی-خروجی های میانی با همدیگر مرتبط هستند. هر واحدی دارای  $I$  ورودی،  $P$  محصول میانی،  $R$  خروجی است. متغیرهای مدل به صورت زیر تعریف می شود:

$X_{dsi}$ : برابر میزان ورودی  $i$ ام که توسط زیر واحد  $S$  ام از واحد  $d$  ام مصرف می شود

$Y_{dstp}$ : برابر میزان محصول میانی  $p$  ام که توسط زیر واحد  $S$  ام از واحد  $d$  ام تولید شده و به وسیله زیر واحد  $t$  ام از واحد  $d$  ام مصرف می شود.

$Z_{dsr}$ : برابر خروجی  $r$  ام که بوسیله زیر واحد  $S$  ام از واحد  $d$  ام تولید شده است.

$\lambda_{dsk}$ : وزن قرار داده روی زیر واحد  $S$  ام از واحد  $d$  ام توسط زیر واحد  $S$  ام از واحد  $k$  ام است.

$\theta_{sk}$ : برابر معکوس کارایی زیر واحد S ام از واحد k ام است.

اگر سازمان خروجی محور باشد آنگاه با فرض حداکثرسازی محصول، کارایی زیر واحد S از واحد k به صورت مدل (۳) محاسبه می شود.

مدل (۳)

$$\begin{aligned} \max \quad & \theta_{sk} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk} X_{dsi} \leq X_{ksi}, \quad i = 1, \dots, I, \\ & \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk} \left( \sum_{t=1}^S Y_{dts p} \right) \leq \sum_{t=1}^S Y_{kts p}, \quad p = 1, \dots, P, \\ & \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk} \left( \sum_{t=1}^S Y_{dst p} \right) \geq \theta_{sk} \sum_{t=1}^S Y_{kts p}, \quad p = 1, \dots, P, \\ & \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk} Z_{dsr} \geq \theta_{sk} Z_{ksr}, \quad r = 1, \dots, R, \\ & \lambda_{dsk} \geq 0, \quad d = 1, \dots, D, \\ & \theta_{sk} \geq 0. \end{aligned}$$

چنانچه مشاهده می شود، این مدل تقریباً مشابه مدل خروجی محور کلاسیک است و تنها محدودیت های دوم و سوم مربوط به ورودی ها و خروجی های میانی به آن اضافه شده است، در این مدل  $\lambda_{dsk}^*$  به منظور الگو برداری در افزایش کارایی، یک نقطه مرجع را به عنوان واحد مجازی کارا، زیر واحد S ام از واحد k ام معرفی می کند. در واقع  $\lambda_{dsk}^*$  سهم زیر واحد S از واحد d را در تعیین واحد مرجع نشان می دهد. بدین ترتیب با حل این مدل مقادیر ورودی و خروجی زیر واحد S از واحد k ام از صورت

$$\left( \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk}^* X_{dsi}, \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk}^* \left( \sum_{t=1}^S Y_{dts p} \right), \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk}^* \left( \sum_{t=1}^S Y_{dst p} \right), \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk}^* Z_{dsr} \right) \quad \text{به} \quad X_{ksi}, \sum_{t=1}^S Y_{kts p}, \sum_{t=1}^S Y_{kts p}, Z_{ksr}$$

هدایت می شود. بنابراین زیر واحد S ام از واحد k ام برای بهبود کارایی خود و رسیدن به مرز کارایی باید محصولات میانی تولیدی و خروجی های خود را تا مقادیر مشاهده شده در روابط زیر افزایش دهد

$$\begin{aligned} Y_{kts p}^* &= \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk}^* \left( \sum_{t=1}^S Y_{dts p} \right); \quad p = 1, \dots, P \\ Z_{ksr}^* &= \sum_{d=1}^D \lambda_{dsk}^* Z_{dsr}; \quad r = 1, \dots, R \end{aligned}$$



$Z_{ksr}^*$ : میزان استاندارد خروجی  $\alpha$ م زیر واحد  $S$  از واحد  $k$ ام است که میزان خروجی ای را نشان می دهد که واحد مورد نظر در حالت کارا تولید می کند. همچنین  $\sum_{s=1}^S Z_{ksr}^*$  میزان خروجی استاندارد  $\alpha$ م واحد  $k$ ام است.

در نهایت معکوس کارایی به صورت رابطه زیر تعریف می گردد:

$$\theta_k = \min_{j=1 \dots R} \left[ \frac{\sum_{s=1}^S Z_{ksr}^*}{\sum_{s=1}^S Z_{ksr}} \right]$$

به طور مختصر برای اندازه گیری کارایی واحد به روش سکستون در حالت خروجی محور باید به صورت زیر عمل نمود:

- ✓ ترسیم گراف متناظر با واحد تصمیم گیرنده
- ✓ تعیین توالی زیر واحدها به روش مسیر بحرانی پیشرو
- ✓ حرکت از مبدا به گره مقصد بر اساس توالی تعیین شده و بهینه سازی مدل خروجی هر زیر واحد با مصرف محصولات میانی بهینه تولید شده توسط زیر واحد قبلی به عنوان ورودی و تولید خروجی های میانی بهینه برای مصرف زیر واحد بعدی و تولید خروجی های نهایی بهینه برای گره مقصد
- ✓ تعیین خروجی های استاندارد در پایان توالی
- ✓ اندازه گیری کارایی واحد با استفاده از شاخص کارایی

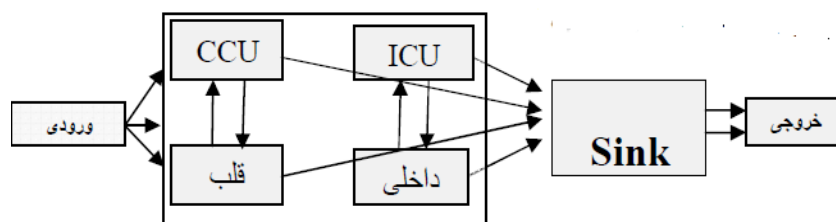
لازم به ذکر است جهت تعیین توالی به روش مسیر بحرانی پیشرو ابتدا گراف متناظر با واحد ترسیم می شود ، در این گراف گره ای وجود دارد که محصول میانی به آن وارد نمی شود، اما از آن حداقل یک یال خارج می شود که این همان گره مبدا است ، این گره را در اول توالی قرار داده و این گره را به همراه تمام یال های خارج شده از آن حذف می شود . مجددا در گراف با قیمانده گره مبدا وجود دارد که این گره ، بعد از گره قبلی در توالی قرار داده می شود. این عمل آن قدر ادامه داده می شود تا تمام گره ها در توالی قرار بگیرند. در پایان با حذف گره های مبداء و مقصد، توالی مورد نظر به دست می آید.

### بعضی از کاربردهای NETWORK در DEA در مقالات فارسی:

اکرم دینی ترکمانی و همکاران برای ارزیابی عملکرد زنجیره تامین زنجیره استفاده کرده اند. از آنجاییکه زنجیره تامین، زنجیره ای است که همه فعالیت های مرتبط با جریان کالا و تبدیل مواد از مرحله تهیه ماده اولیه تا مرحله تحویل کالای نهایی به مصرف کننده را شامل می شود، برای محاسبه کارایی این سیستم از Net-DEA استفاده می گردد.

دل ناز حلواچی زاده و حامد یزدی از Net-DEA و ServQual برای سنجش و مقایسه کارایی بیمارستان ها استفاده کرده است. آنها در این پژوهش تعداد ۱۸ بیمارستان از بیمارستان های استان یزد و تهران را انتخاب و مورد مطالعه قرار دادند که چهار بخش قلب، داخلی، ICU و CCU هر کدام از این بیمارستان به عنوان زیر واحدهای بیمارستان ها در نظر گرفته شد و به منظور مدل-

سازی برای تکنیک Net-DEA بخش مجازی SINK نیز به عنوان بخشی دیگر در بیمارستان‌ها لحاظ گردید. (۷) در شکل زیر این بخش‌ها نشان داده شده‌اند:



در این پژوهش رویکرد مدل Net DEA از نوع خروجی گرا است که در چنین مدل‌هایی به دنبال افزایش در میزان خروجی‌ها بدون تغییر در میزان ورودی‌ها با هدف افزایش کارایی می‌باشیم. (۸)

#### منابع فارسی:

- 1- ساعتچی، محمود، " ( 1382 ) روان شناسی بهره وری"، مؤسسه نشر ویرایش
- 2- شهربازی، سلطانعلی. ( 1382 ) " ارائه یک مدل DEA جهت ارزیابی عملکرد نسبی دانشکده های علوم انسانی دانشگاه تهران"، پایان نامه کارشناسی ارشد، رشته مدیریت صنعتی دانشگاه تهران
- 3- ابطحی، سیدحسین و کاظمی، بابک " ( 1380 ). بهره وری، مؤسسه مطالعات و پژوهش های بازرگانی"، چاپ سوم.
- 5- خدایاری، عباس؛ امیرتاش، علی محمد؛ مطفری، امیراحمد (۱۳۸۸)" کاربرد روش تحلیل پوششی داده ها برای تعیین بهره وری و رتبه بندی دانشکده و گروه های آموزشی تربیت بدنی و علوم ورزشی" مجله مدیریت، ش ۲؛ صص ۱۱۷-۱۳۲
- 6- برهانی، حمید، " سنجش کارایی در بانک های تجاری ایران با استفاده از روش DEA" مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۵۹، ۱۳۹۰
- 7- مجیبی میکائیلی، تورج، " ارزیابی مدیریت کیفیت جامع در سازمان‌های دولتی" تدبیر، شماره ۱۲۵، ۱۳۸۱
- 8- حلوچی‌زاده، دل‌ناز؛ یزدی، حامد، "سنجش و مقایسه کارایی بیمارستان‌ها با استفاده از Net-DEA & SERVQUAL"، سومین کنفرانس ملی تحلیل پوششی داده‌ها، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه، ۱۳۹۰

#### منابع لاتین:

- 4-Hollingsworth, B; Dawson, P. J. and Maniadakis, N.(1999), "Efficiency Measurement of Health Care: A Review of Nonparametric Methods and Applications", *Health Care Management , Science* , 2, 161–172.

9. Bala, K., Cook, W.D. "Performance measurement with classification information: an enhanced additive DEA model", *Omega- international journal*, N.31, 2003
10. Fare-rolf, Grosskopf-showna, "net work DEA", 2000.
12. Lewisa-herbert, sexton-thomas R. "Network DEA efficiency analysis of organizations with complex internal structure", 2004.
13. M.prito-angl, L.zofio-jose. "Network DEA efficiency in input – out put models, With an application to OECD countries", 2006.
- 14.Fare, R., and Grosskopf, S. (2000). "Network DEA", *socio-economic plannig science*, 34, 35-49.
15. Castelli, L.,Pesenti, R. and Ukovich, W., (2001) "DEA-like models for efficiency evaluations of specialized and interdependent units", *European Journal of Operational Research*,132, 274-286.
16. Lewis H. and Sexton, T., "Two-Stage DEA: An APPLication to Major League Baseball", *journal of Productivity Analysis*, Vol.19, PP.227-249, 2001.
17. Lewis H. and Sexton, T. (2004) "Network DEA: efficiency analysis of organizations with complex internal structure", *Computers & Operations Research*, (31), 1365-1410,
18. Castelli, L.,Pesenti, R. and Ukovich, W. (2004). "DEA-like models for the efficiency evaluation of hierarchically structured units", *European Journal Of Operational Research*,154, 456-476.
19. Prieto, A.M. and Zofio, J.L. (2007) "Network DEA efficiency in input-output models: With an aPPLication to OECD countries", *European Journal of Operational Research*, 178, 292-304.
20. Yu, M.-M., Lin, E.T.J. (2008) "Efficiency and effectiveness in railway performance using a multi-activity network DEA model", *Omega* (36), 1005-1017.
21. Kao, C. (2009) "Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model", *European Journal of Operation Research*, 192, 949-962.

## بنچ مارکینگ و رتبه بندی در تحلیل پوششی داده ها

تحلیل پوششی داده (DEA)<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۸ توسط چارلز - کوپر و رودز پایه گذاری گردید .. DEA یک مدل ریاضی برای محاسبه نسبت کارایی واحدهای تصمیم گیرنده براساس ورودی ها و خروجی های چندگانه می باشد.

( Nicole Adler Et al,2002)

کارایی به معنای چگونگی استفاده یک سازمان از منابع خود در جهت تولید نسبت به بهترین عملکرد در مقطعی از زمان است. (Pierce,1997).

رویکرد های تعیین کارایی :

از جمله مباحث مهم در اقتصاد خرد تخمین تابع تولید و محاسبه کارایی است. روش های تعیین میزان کارایی بطور کلی به دو رویکرد پارامتریک و نا پارامتریک قابل تفکیک می باشند.

---

1. Data Envelopment Analysis

## رویکرد پارامتریک :

این رویکرد بیشتر در تحلیل های اقتصادی مورد استفاده قرار می گیرد و برای تخمین تابع تولید با استفاده از روش های آماری کاربرد داد. این رویکرد به یک تابع یا رابطه مشخصی از ورودی ها و خروجی های واحد های تحت ارزیابی نیاز دارد که نوع تابع تولید را مشخص کرده و با روش های آماری پارامتری تابع تولید را برآورد نموده و سپس بر اساس این تابع کارایی واحد های مورد ارزیابی مشخص گردد. ( صفایی قادیکلایی و همکاران ، ۱۳۸۶).

## رویکرد ناپارامتریک:

این رویکرد در تحلیل مسائل مربوط به کارایی کاربرد فراوان دارد و تاکید آن بر استفاده از روش های برنامه ریزی خطی به جای روش های آماری است. همچنین توجه این رویکرد بیشتر به مرز تولید به جای تابع تولید معطوف است (Coelli et al,1998).

در سال ۱۹۵۷ فارل<sup>۲</sup> از یک روش ناپارامتریک جهت تعیین میزان کارایی استفاده نمود. وی با بامشاهده و بررسی مقادیر مقادیر ورودی و خروجی واحدهای تصمیم گیری ، یک تابع مرزی بعنوان مرز کارایی معرفی کرد و آن را مبنای کارایی واحد ها قرار داد. مفهوم کارایی در DEA عبارتست از : نسبت مجموع وزنی خروجی ها به مجموع وزنی ورودی ها. اغلب زمانیکه وزن ورودی و خروجی ها نامعین است و یا مقیاس های سنجش آن ها متفاوت است ، برای تعیین میزان کارایی از DEA استفاده می شود. هدف DEA تعیین وزن ورودی و خروجی ها به گونه ای است که کارایی هر واحد نسبت به سایر واحدها حداکثر شود. موضوع رتبه بندی واحد ها براساس میزان کارایی از جمله موضوعات مورد نظر محققین است . نیکل ادلر و همکاران در سال ۲۰۰۲ در مقاله خود با نام مروری بر روش های رتبه بندی در تحلیل پوششی داده ، این روش ها را در قالب شش گروه دسته بندی کردند که این گروه ها عبارتند از :

**ماتریس کارایی متقاطع (CEM)**<sup>۳</sup> : از جمله روش های موثر در رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده می باشد. این روش عملکرد یک واحد تصمیم گیرنده را بر اساس وزن بهینه دیگر واحدها مقایسه کرده و نتیجه آن در ماتریس کارایی متقاطع ارائه می شود. ( مهرگان ، ۱۳۸۳).

**روش سوپر کارایی**<sup>۴</sup> : اندرسون و پیترسون<sup>۵</sup> (۱۹۹۳) روشی جهت رتبه بندی واحد های کارا ارائه دادند که قادر به تعیین کاراترین واحد می باشد. در این روش یک واحد کارا مجاز به داشتن نسبت کارایی بزرگتر از یک می باشد که در نتیجه واحد های کارا نیز مانند واحد های ناکارا رتبه بندی می شوند ( مهرگان ، ۱۳۹۱).

**روش های آماری چند متغیره**<sup>۶</sup> : مرور ادبیات حاکی از اهمیت تحلیل آماری در نتایج DEA می باشد. باید توجه داشت که DEA برخلاف روش های آماری کلاسیک یک روش تمایل به مرزهاست نه گرایش به مرکز. از جمله روش های آماری مورد

- 
2. Farel
  1. Cross-efficiency matrix
  2. Super-efficiency method
  3. Andersen and Petersen
  4. Multivariate statistics

استفاده در DEA می توان به تحلیل همبستگی برای رتبه بندی<sup>۵</sup> ، تحلیل تفکیک خطی برای رتبه بندی<sup>۶</sup> و تحلیل حساسیت و تغییر نسبت کارایی در رتبه بندی<sup>۷</sup> اشاره کرد. تحلیل همبستگی بر خلاف رگرسیون که تنها یک خروجی حاصل از چندین ورودی را تحلیل می کند به تحلیل ورودی ها و خروجی های چندگانه می پردازد. (ادلر و همکاران ، ۲۰۰۲)

**رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری ناکارآمد** : روش های ذکر شده تاکنون اغلب جهت رتبه بندی واحدهای کارا مورد استفاده قرار می گیرند. (Bardhan et al. (1996 ، معیار غلبه بر عدم کارایی<sup>۸</sup> را ارائه دادند. این شاخص که به اختصار MID نامیده می شود، واحدهای ناکارا را براساس میانگین نسبت ناکارآمدی آن ها در همه ورودی ها و خروجی های رتبه بندی می کند.

**DEA و روش های تصمیم گیری چند معیاره** : تصمیم گیری با معیارهای چندگانه از جمله تکنیک های تحقیق در عملیات است که بطور همزمان چندین معیار مورد توجه قرار می گیرد. مباحث تصمیم گیری با معیارهای چندگانه به دو دسته تصمیم گیری با اهداف چندگانه و تصمیم گیری با شاخص های چندگانه قابل تفکیک می باشد. از جمله تکنیک های چند هدفه برنامه ریزی آرمانی می باشد که مدل تحلیل پوششی داده بر اساس برنامه ریزی آرمانی نسبت به مدل کلاسیک DEA توانایی بالاتری در قدرت تفکیک و ارائه وزن های واقعی دارد. فرایند تحلیل سلسله مراتبی (AHP) از جمله تکنیک های تصمیم گیری چندمعیاره می باشد که می توان رتبه بندی کاملی با استفاده از AHP/DEA انجام داد (مهرگان ، ۱۳۹۱).

**بنچ مارکینگ<sup>۹</sup>** : ابزاری برای تقویت مزیت رقابتی شرکت هاست و جهت مهندسی مجدد شرکت ها بکار می رود . مفهوم بنچ مارکینگ در دهه گذشته خصوصا از زمانیکه معیارهای جایزه مالکوم بالدريج را شامل شده است ، به مقوله ای پر طرفدار تبدیل شده است. (Mehregan et al, 2010). بنچ مارکینگ یک سنجش سیستماتیک فرایندها و عملکردهای سازمان بمنظور ایجاد استانداردهای جدید و یا بهبود فرایندها می باشد ( هو و همکاران ، ۱۳۸۶) . مهرگان و همکاران طی مقاله ایی با استفاده از روش های TOPSIS و GP روشی ساده و کارا برای بنچ مارکینگ ارائه دادند که توسط TOPSIS آنچه که باید بعنوان بنچ مارک انتخاب شود ، مشخص شده و سپس با استفاده از GP روش رسیدن به بنچ مارک تعیین می شود ( Mehregan et al , 2010).

DEA ابزاری قوی جهت ارزیابی عملکرد و بنچ مارک می باشد. لای و همکاران چارچوبی یکپارچه از بنچ مارکینگ و سیستم مبتنی بر دانش با استفاده از DEA ارائه دادند (Lai et al, 2011).

بنچ مارکینگ همانطور که ادالر و همکاران (2002) بیان کردند یک روش رتبه بندی در DEA می باشد . بنچ مارکینگ به نوبه خود موجب بروز مشکلاتی خواهد بود . مشکلات ناشی از بنچ مارکینگ بطور خلاصه عبارتند از : (۱) مرجع (الگو) ممکن است یک DMU فرضی باشد و وجود واقعی نداشته باشد. (۲) مجموعه مرجع برای یک DMU ناکارا اغلب شامل چندین DMU کارا می

5. Linear discriminant analysis for ranking
6. Discriminant analysis of ratios for ranking
7. Measure of Inefficiency Dominance
8. Benchmarking

باشد (۳). کارا شدن یک DMU ناکارا در یک مرحله خصوصا زمانیکه DMU از مزر کارایی بسیار دور باشد، غیرممکن می باشد (Sungmook Lim et al, 2011). بمنظور رفع این مشکلات لیم و همکاران (۲۰۱۱)، روشی برای انتخاب DMU مرجع روی مرز کارایی ارائه دادند که در این تحقیق روش پیشنهادی آن ها شرح داده شده است. روش پیشنهادی آن ها کار خود را با گروهی از DMU ها آغاز می کند که براساس امتیاز کارایی خود در گروه های مختلف قرار گرفته اند. از بین DMU های گروه بعدی، بهترین آن ها بعنوان بنچ مارک بعدی بر اساس سه معیار مطلوبیت<sup>۱۱</sup>، تکامل (بهبود)<sup>۱۲</sup> و عدم امکان پذیری<sup>۱۳</sup> انتخاب می شود.

### DEA و بنچ مارکینگ :

DEA نسبت کارایی مجموعه ای از DMU های مشابه دارای ورودی و خروجی های چندگانه را محاسبه می کند. زمانیکه  $n$  واحد تصمیم گیری،  $m$  ورودی و  $s$  خروجی داریم، نسبت کارایی  $DMU_k$  بر اساس مدل خطی ارائه شده توسط چارنر و همکاران<sup>۱۴</sup> (۱۹۷۸) قابل محاسبه می باشد.

$$\begin{aligned} \max_{u,v} \quad & \sum_{r=1}^s v_r y_{rk} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m u_i x_{ik} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s v_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_i x_{ij} \leq 0, \quad \forall j, \\ & u_i \geq \varepsilon, \quad v_r \geq \varepsilon, \quad \forall i, r, \end{aligned} \quad (P)$$

که  $y_{rj}$  عبارتست از مقدار خروجی  $r$  برای  $DMU_j$  و  $x_{ij}$  مقدار ورودی  $i$  مصرف شده توسط  $DMU_j$ .  $v_r$  و  $u_i$  بترتیب وزن خروجی  $r$  و ورودی  $i$  می باشند و  $\varepsilon$  یک مقدار مثبت غیر ارشمیدسی است. این مسئله  $n$  مرتبه حل می شود تا نسبت کارایی همه DMU ها حاصل شود. هر DMU مجاز به انتخاب هر وزنی از ورودی و خروجی هاست تا حداکثر کارایی را داشته باشد. مقدار کارایی کوچکتر یا مساوی یک می باشد. چنانچه یک DMU مقدار کارایی برابر ۱ داشته باشد، آن DMU کاراست و در غیراینصورت ناکارا می باشد. DEA برای هر DMU ناکارا مجموعه ای از واحد های کارایی متناظر معرفی می کند که این واحد ها می توانند بعنوان معیار و الگوی بهبود برای واحد ناکارا مورد استفاده قرار بگیرند. بنچ مارک ها (الگوها) را می توان با حل مسئله ثانویه زیر بدست آورد :

- 
9. Attractiveness
  10. Progress
  11. Infeasibility
  12. Charnes et al

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda, s^-, s^+} \quad & \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - \theta x_{ik} + s_i^- = 0, \quad \forall i, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{rk} - s_r^+ = 0, \quad \forall r, \\ & \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad \forall i, j, r, \end{aligned} \quad (D)$$

که  $\theta$  مقدار کارایی و  $\lambda$  متغیر دوگان می باشد. با حل D می توانیم یک DMU ترکیبی معرفی کنیم که با صرف ورودی کمتر حداقل همان مقدار خروجی قبل را حاصل می کند. مقادیر بهینه متغیر دوگان  $\lambda$ ، ضرایب ترکیب خطی واحدها می باشند. واحدهای تصمیم گیرنده موجود ساختار DMU ترکیبی بعنوان بنچ مارک بهبود برای DMU مورد مطالعه را تشکیل می دهند. مدل شرح داده شده در فوق مدل CCR نام دارد که از مدل های پایه ای در DEA است و بازده به مقیاس ثابت دارد. مدل BCC ارائه شده توسط (Banker et al. (1984) نسخه اصلاح شده مدل CCR می باشد و بازده به مقیاس متغیر دارد. زمانی که محدودیت تحذب وزنی را به مدل CCR اضافه کنیم، مدل BCC حاصل می شود. مدل های CCR و BCC کارایی را براساس ماهیت ورودی محور و یا خروجی محور بررسی می کنند و امکان تغییر و بهبود همزمان ورودی و خروجی برای آن ها وجود ندارد. مدل جمعی<sup>۱۵</sup> ارائه شده توسط چارلز و همکاران (۱۹۸۵) به گونه ای است که امکان تغییر همزمان ورودی و خروجی ها را دارد. کوپر، پارک و پاستور<sup>۱۶</sup> (۱۹۹۹) مدل تغییرات جمعی<sup>۱۷</sup> را پیشنهاد نمودند که به مدل جمعی با معیار تعدیل دامنه<sup>۱۸</sup> (RAM) اشاره دارد. رویکرد پیشنهادی لیم و همکاران (۲۰۱۱) نیز براساس مدل جمعی با RAM است و هدف خود را از انتخاب این مدل، امکان بهبود همزمان ورودی ها و خروجی ها بیان نمودند. مدل جمعی با RAM بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \max_{\lambda, s^-, s^+} \quad & \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik}, \quad \forall i, \\ & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{rk}, \quad \forall r, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \\ & \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad \forall i, j, r, \\ & R_i^- = \max_{j=1, \dots, n} \{x_{ij}\} - \min_{j=1, \dots, n} \{x_{ij}\}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & R_r^+ = \max_{j=1, \dots, n} \{y_{rj}\} - \min_{j=1, \dots, n} \{y_{rj}\}, \quad r = 1, \dots, s. \end{aligned}$$

### معایب بنچ مارکینگ در DEA:

معایب بنچ مارکینگ در DEA با مثال سوپرمارکت که توسط (Cooper, Seiford & Tone (2005) مطرح شده، در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. این مثال شامل ۱۲ واحد تصمیم گیرنده است که هر واحد شامل ۲ ورودی و یک خروجی

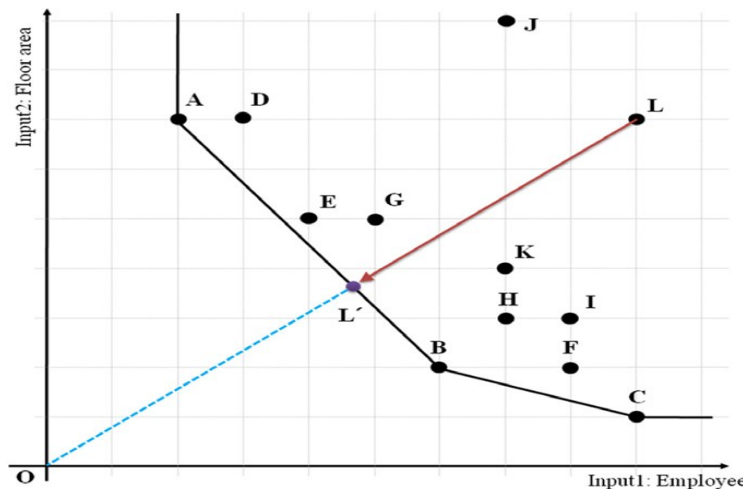
1. Additive model
2. Cooper, Park, and Pastor
3. Variation of the additive model
4. Range adjusted measure



می باشد. ورودی ها تعداد کارکنان (هر ۱۰ نفر ۱ واحد) و مساحت (هر ۱۰۰۰ متر مربع برابر ۱ واحد) می باشند و خروجی ، مقدار فروش برحسب ۱۰۰۰۰۰ دلار است که در جدول ۱ نیز قابل مشاهده می باشد. مدل CCR ورودی محور برای این محاسبه کارایی این ۱۲ سوپر مارکت بکار رفته است . براساس شکل ۱ ، واحدهای تصمیم گیری A ، B و C روی مرز کارایی قرار دارند و دیگر DMU ها ناکارا می باشند.  $DMU_L$  را مورد بررسی قرار می دهیم . محل برخورد مرز کارایی و خط اتصال  $DMU_L$  به مبدا نقطه مرجع برای کارایی  $DMU_L$  می باشد. نسبت فاصله بین مبدا و نقطه مرجع ( $OL'$ ) به فاصله مبدا تا  $DMU_L$  بیانگر کارایی  $DMU_L$  می باشد. بدیهی است که  $DMU_L$  ناکاراست. DMU فرضی  $L'$  ،  $DMU_L$  مرجع  $DMU_L$  خواهد بود. نکته قابل توجه این است که  $DMU_L$  یک DMU فرضی است و از ترکیب خطی DMU های کارای A و B حاصل شده است. موضوع دیگر این است که زمانیکه DMU از مرز کارایی بسیار دور است ، بهبود در یک مرحله برای رسیدن به مرجع غیرممکن خواهد بود. همانطور که در شکل ۱ نیز قابل مشاهده است ،  $DMU_L$  نسبتاً از مرز کارایی دور است و توجه به محدودیت های مختلف و منابع در دسترس نیاز به کاهش ورودی جهت کارا شدن دارد که چنین کاری ممکن است امکان پذیر نباشد.

جدول ۱ مثال سوپرمارکت

| Store      |    | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|------------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Employee   | x1 | 2 | 6 | 9 | 3 | 4 | 8 | 5 | 7 | 8 | 7 | 7 | 8 |
| Floor area | x2 | 7 | 2 | 1 | 7 | 5 | 2 | 5 | 3 | 3 | 9 | 4 | 7 |
| Sales      | y  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |



شکل ۱ ارزیابی DEA

موضوع دیگر مربوط به چندگانه بودن DMU های کارا برای یک DMU ناکاراست. بعنوان مثال ،  $DMU_L$  دارای مرجع های A و B می باشد.  $DMU_L$  نمی تواند به سادگی از هر دو مرجع بطور همزمان پیروی کند ، خصوصاً زمانیکه استراتژی های عملیاتی

برای رسیدن به کارایی آن ها متفاوت است چنین کاری تقریباً ناممکن می باشد. سانگموک لیم و همکاران (۲۰۱۱) روش جدیدی برای حل مسائل بنچ مارکینگ ارائه دادند. بر اساس روش آن ها به جای تعیین یک هدف نهایی روی مرز کارایی ، یک مسیر بنچ مارک شامل توالی از بنچ مارک های متوالی تا رسیدن به هدف نهایی در نظر گرفته می شود. در این روش ابتدا DMU ها براساس کارایی نسبی خود در سطوح ( طبقه های ) چندگانه دسته بندی می شوند مسیر بنچ مارکینگ از یکسری اهداف متوالی تشکیل شده است ، از هر طبقه یک هدف بر اساس شاخصی مرکب از مطلوبیت ، تکامل و عدم امکان پذیری انتخاب می شود.

### طبقه بندی DMU ها :

طبقه بندی DMU ها براساس روش Seiford & Zhu (2003) صورت می گیرد که جهت تطبیق با مدل جمعی با RAM تغییراتی در آن صورت گرفته است. فرض کنید  $J = \{DMU_j, j=1,2,\dots,n\}$  ، مجموعه تمام DMU ها باشد. مکرراً تعریف می کنیم  $J^{l+1} = J^l - E^l$  که  $J^{l+1} = \{DMU_k \in J^l | z^*(l, k) = 0\}$  و  $z^*(l, k)$  مقدار بهینه مدل برنامه ریزی خطی زیر می باشد :

$$z^*(l, k) = \max_{s^-, s^+, \lambda} \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in F(J^l)} x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik}, \quad \forall i,$$

$$\sum_{j \in F(J^l)} y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{rk}, \quad \forall r, \quad (1)$$

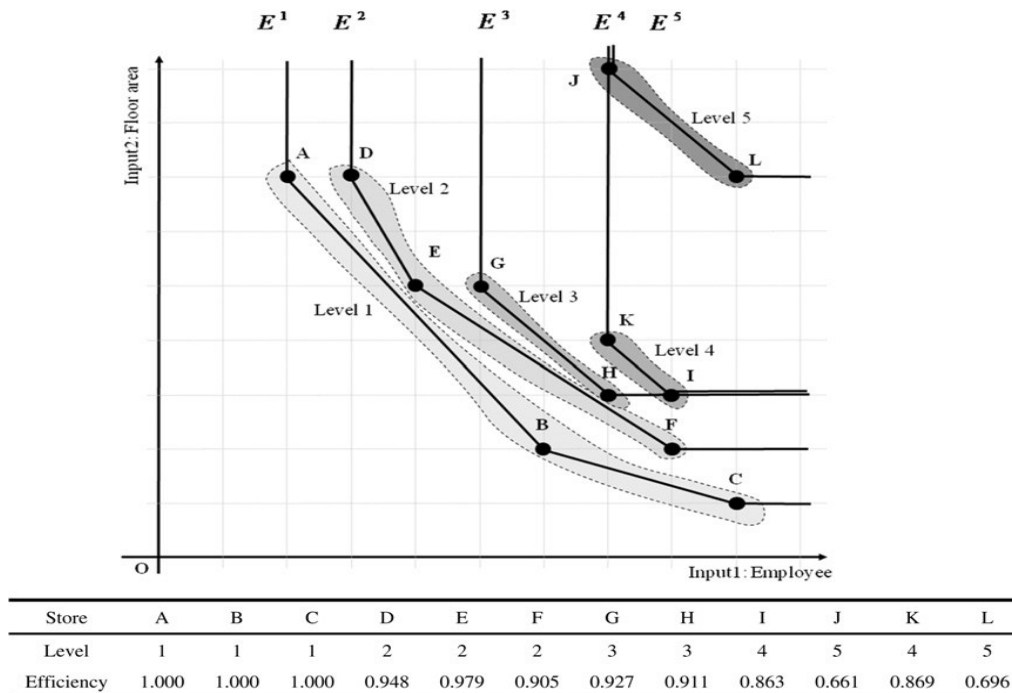
$$\sum_{j \in F(J^l)} \lambda_j = 1,$$

$$s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad \forall i, r, \quad \lambda_j \geq 0, \quad \forall j \in F(J^l).$$

$DMU_j \in J^l$  بر  $J^l$  دلالت دارد. زمانیکه  $l=1$  باشد ، مدل (۱) همان مدل جمعی با RAM می باشد و DMU ها در مجموعه  $E^1$  نخستین سطح مرز کارایی را تعیین می کنند. زمانیکه  $l=2$  ، مدل (۱) سطح دوم مرز کارایی را بعد از حذف DMU های کارای نخستین سطح بوجود می آورد. مکرراً مدل حل می شود تا زمانیکه همه DMU ها از بررسی حذف شوند. براساس این فرایند می توانیم سطوح چندگانه برای مرز کارایی تعریف کنیم. توجه داشته باشید که  $E^1$  تنها شامل DMU های کارای قوی در  $l$  امین سطح مرز کارایی می باشد و کاراهای ضعیف حذف می شوند. مرزهای کارایی توسط مدل (۱) براساس الگوریتم زیر تعیین می شوند :

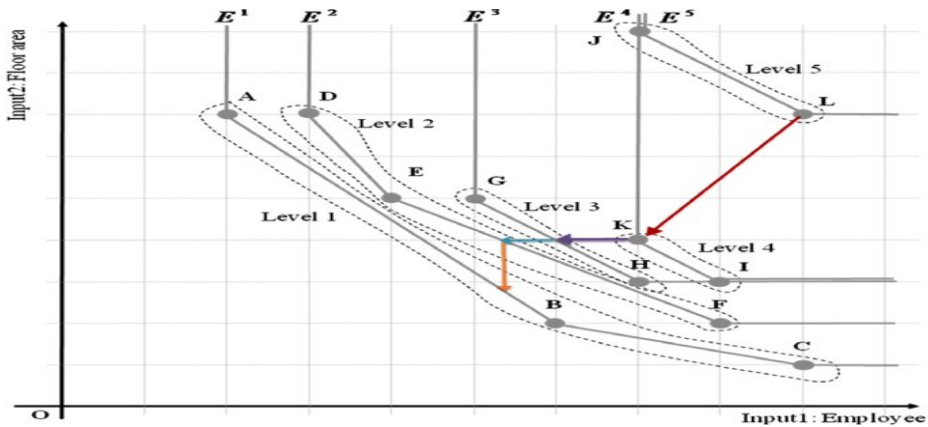
۱.  $l=1$  و  $J^l$  برابر همه DMU ها قرار می گیرد.
  ۲. محاسبه مجموعه DMU ها ،  $J^l$  توسط مدل (۱) برای بدست آوردن DMU های کارای سطح  $l$  ام یعنی  $E^l$ .
  ۳. حذف DMU های کارا در اجراهای بعدی DEA.
- $J^{l+1} = J^l - E^l$  ، چنانچه  $J^{l+1} = \emptyset$  باشد توقف می کنیم.
۴.  $l=l+1$  و بازگشت به مرحله ۲.
- قاعده توقف :  $J^{l+1} = \emptyset$

چنانچه روش طبقه بندی فوق را در مثال سوپرمارکت بکار گیریم، همانطور که در شکل ۲ قابل مشاهده است، ۵ سطح حاصل می شود. حال می توان یک مسیر بنچ مارکینگ برای  $DMU_L$  براساس ترتیب سطوح در شکل ۳ تعیین کرد.



شکل ۲ طبقه بندی  $DMU$  ها

$DMU_L$  می تواند با پیروی از مسیر بنچ مارکینگ متشکل از ۴ واحد تصمیم گیری هدف، کارایی خود را بهبود بخشد. هدف اول  $DMU_K$  می باشد و دیگر  $DMU$  ها ی فرضی، ترکیب خطی  $DMU$  های کارا در هر لایه می باشند. بعنوان مثال سومین هدف، یک  $DMU$  فرضی است که در طول خط واصل بین  $DMU$  های E و F قرار گرفته است. این استراتژی بهبود گام به گام می تواند در حل مشکل غیر ممکن بودن بهبود یک مرحله ای موثر باشد اما دو مشکل دیگر به قوه خود باقی هستند. یعنی اینکه الگوها در طی مسیر بنچ مارکینگ می توانند فرضی باشند و امکان وجود بنچ مارک های چندگانه در مجموعه های مرجع نیز وجود دارد. برای رفع این مشکلات لیم و همکاران (۲۰۱۱) روشی پیشنهاد نمودند که تنها یک هدف بنچ مارک را از بین بنچ مارک های چندگانه در هر مرحله براساس شاخص مرکب از سه معیار مطلوبیت، تکامل و عدم امکان پذیری انتخاب می کند.



شکل ۳ بهبود گام به گام با پنج مارک های چندگانه

### مطلوبیت و تکامل :

می توان معیار مطلوبیت نسبی  $DMU_k$  در  $l$  امین سطح  $(1 \leq l \leq L = 1)$ ،  $E^l$ ، را براساس مفاهیم مربوط به DEA بدست آورد (Seiford & Zhu, 2003). توجه داشته باشید که مدل برای تطبیق با مدل جمعی با RAM اصلاح شده است).

$$\begin{aligned}
 A_k^* = \min_{s^-, s^+, \lambda} & \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right) \\
 \text{s.t.} & \sum_{j \in F(E^{l+1})} x_{ij} \lambda_j - s_i^- \leq x_{ik}, \quad \forall i, \\
 & \sum_{j \in F(E^{l+1})} y_{rj} \lambda_j + s_r^+ \geq y_{rk}, \quad \forall r, \\
 & \sum_{j \in F(E^{l+1})} \lambda_j = 1, \\
 & s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad \forall i, r, \quad \lambda_j \geq 0, \quad \forall j \in F(E^{l+1}),
 \end{aligned} \tag{2}$$

که  $l$  تعداد لایه های بدست آمده از روش طبقه بندی می باشد.

بعنوان مثال فرض کنید که هر  $DMU$  در نخستین مرز کارایی معرف یک عمل یا محصول باشد. مشتریان معمولاً یک  $DMU$  خاص در  $E^l$  را با دیگر گزینه هایی که در حال حاضر در همان سطح کارایی هستند و همچنین با گزینه های که بعنوان زمینه های ارزیابی هستند، مقایسه می کنند. زمینه های ارزیابی  $DMU$  هایی هستند که در سطوح دوم یا سوم مرز کارایی قرار دارند. ارائه زمینه های ارزیابی، مدل (۲)، ما را قادر می سازد که بهترین گزینه مطلوب را انتخاب کنیم. در مدل (۲) مرز کارایی برای  $E^{l+1}$  یک زمینه (الگو) ارزیابی جهت اندازه گیری مطلوبیت نسبی واحدهای تصمیم گیری در  $E^l$  فراهم می کند. بزرگترین مقدار  $A_k^*$ ، مطلوب ترین  $DMU_k$  است زیرا این  $DMU_k$  خود را از

زمینه ارزیابی  $E^{l+1}$  متمایز می سازد. حال قادر به رتبه بندی DMU ها در  $E^l$  براساس میزان مطلوبیت آن ها می باشیم.

جهت بدست آوردن معیار تکامل برای  $DMU_k \in E^l$  ( $2 \leq l \leq L$ ) خاص از مفاهیم DEA استفاده می کنیم. مدل جهت تطبیق با مدل جمعی با RAM اصلاح شده است.

$$\begin{aligned}
 P_k^* = \max_{s^-, s^+, \lambda} & \frac{1}{m+s} \left( \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{R_r^+} \right) \\
 \text{s.t.} & \sum_{j \in F(E^{l-1})} x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{ik}, \quad \forall i \\
 & \sum_{j \in F(E^{l-1})} y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{rk}, \quad \forall r \\
 & \sum_{j \in F(E^{l-1})} \lambda_j = 1 \\
 & s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad \forall i, r, \quad \lambda_j \geq 0, \quad \forall j \in F(E^{l-1}).
 \end{aligned} \tag{3}$$

تکامل و بهبود سطح به سطح صورت می گیرد. یک مقدار  $P_k^*$  بزرگ دلالت بر این نکته دارد که پیشرفت و تکامل بیشتری برای  $DMU_k$  مورد انتظار است. بنابر این کوچک بودن  $P_k^*$  مطلوب است. همچنین قادر به رتبه بندی DMU ها در  $E^l$  بر اساس امتیاز تکامل آن ها می باشیم. نتایج حاصل از مطلوبیت و تکامل DMU ها برای مثال سوپرمارکت در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲ مطلوبیت و تکامل DMU ها

| Store      | A     | B     | C     | D     | E     | F     | G     | H     | I     | J     | K     | L     |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Level      | 1     | 1     | 1     | 2     | 2     | 2     | 3     | 3     | 4     | 5     | 4     | 5     |
| Attractive | 0.048 | 0.062 | 0.042 | 0.095 | 0.048 | 0.042 | 0.095 | 0.042 | 0.167 | N/A   | 0.173 | N/A   |
| Progress   | N/A   | N/A   | N/A   | 0.052 | 0.021 | 0.095 | 0.048 | 0.016 | 0.048 | 0.208 | 0.048 | 0.173 |

### عدم امکان پذیری :

سومین معیار مربوط به بررسی عدم امکان پذیری بهبود کارایی می باشد. بعد از حل مدل (۱) ، مقادیر بهینه  $(S^-)^*$  و  $(S^+)^*$  بترتیب بیانگر بهبود مورد نیاز در ورودی ها و خروجی ها می باشند تا یک واحد ناکارا به کارایی برسد. اما ممکن است چنین بهبودی به دلیل محدودیت منابع ، شرایط سازمانی و یا دیگر دلایل امکان پذیر نباشد. فرض کنید که چنین محدودیت های عملی بتوانند بصورت مجموعه ای از محدودیت ها بصورت  $A(S_+^+) \leq b$  بیان شوند که  $A$  و  $b$  بترتیب ماتریس و بردار با ابعاد مناسب جهت بیان محدودیت ها می باشند. در حالت ایده آل ، می خواهیم DMU هدفی را انتخاب کنیم که حداقل یکی از محدودیت ها را نقض کند. معیار عدم امکان پذیری بهبود کارایی برای  $DMU_k = (x.k, y.k)$  در جهت هدف آن ،  $DMU_p = (x.p, y.p)$  بصورت زیر محاسبه می شود :

$$F_{kp} = \frac{\| [b - A(S^+)]^+ \|}{\|b\|}$$

می باشد و تابع برداری  $[.]^+$  عناصر غیرمنفی بردار را حفظ کرده اما عناصر منفی را به صفر تبدیل می کند. یک  $F_{kp}$  کوچک مورد قبول است که این مقدار بیانگر نقض محدودیت های شدنی است. بنابراین  $DMU_p$  یک هدف ممکن بصورت بنچ مارک برای  $DMU_k$  می باشد. توجه داشته باشید که محدودیت های شدنی مختلفی برای DMU های مختلف می توان بکار برد. در مثال سوپرمارکت ، فرض کنید که محدودیت زیر را داریم:

$$S_1^- + 2S_2^- \leq 2$$

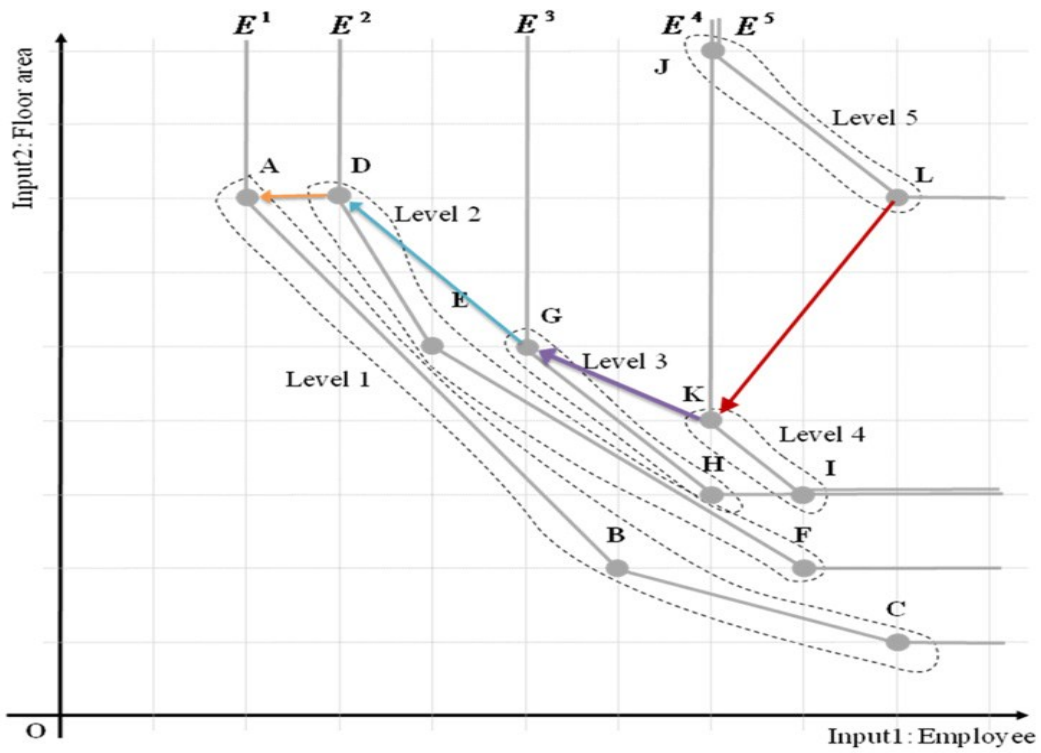
در بهبود دو ورودی برای هر زوج از DMU و هدف بالقوه آن ، بهبود در ورودی اول بعلاوه دو برابر ورودی دوم باید کوچکتر یا مساوی ۲ باشد.

**مسیر بنچ مارکینگ (انتخاب هدف) :**

با استفاده از سه معیار فوق ، می توان یک شاخص ترکیبی برای انتخاب یک توالی از اهداف بنچ مارک ارائه داد که در نتیجه این توالی یک مسیر بنچ مارک حاصل می شود. برای  $DMU_k$  در  $E^l$  ، هدف بنچ مارک بعدی MAX مقدار شاخص ترکیبی را دارد.

$$Benchmark_k^* = \arg \max \{ S_{kp} = w_1 A_p^* - w_2 P_p^* - w_3 F_{kp} : p \in E^{l+1} \}$$

که  $w_1, w_2, w_3$  وزن سه معیار است که مقادیر آن ها براساس اولویت تصمیم گیرنده تعیین می شود. در مثال سوپرمارکت این وزن ها بترتیب ۰.۴۵ ، ۰.۴۵ و ۱ می باشند و نتایج حاصل از این روش در جدول ۴ نشان داده شده است. توجه داشته باشید که مقادیر عدم امکان پذیری DMU ها در لایه ام نسبت به هدف بنچ مارک انتخاب شده در  $l+1$  امین لایه محاسبه می شود. بعبارت دیگر ، اگر هدف بنچ مارک انتخاب شده در لایه  $l+1$  ام ،  $DMU_i$  است ، مقدار عدم امکان پذیری  $DMU_j$  در لایه ام ،  $F_{ij}$  می باشد. همانطور که در شکل نیز دیده می شود ، مسیر بنچ مارکینگ از واحدهای تصمیم گیرنده هدف تشکیل شده است. بطور خاص ، برای  $DMU_L$  ، بنچ مارک ها بترتیب عبارتند از  $DMU_K, DMU_G, DMU_D$  و نهایتاً  $DMU_A$  . هر مرحله بهبود تنها یک هدف بنچ مارک را شامل می شود و این هدف یک DMU موجود است نه فرضی. علاوه براین ، هر هدف از طریق بررسی همزمان سه معیار فوق الذکر انتخاب می شود و چنین انتظار می رود که این شیوه تعیین بنچ مارکینگ موثر و قابل اعتماد باشد.



| Store         | A            | B      | C      | D            | E     | F      | G            | H     | I      | J     | K             | L     |
|---------------|--------------|--------|--------|--------------|-------|--------|--------------|-------|--------|-------|---------------|-------|
| Level         | 1            | 1      | 1      | 2            | 2     | 2      | 3            | 3     | 4      | 5     | 4             | 5     |
| Attractive    | 0.048        | 0.062  | 0.042  | 0.095        | 0.048 | 0.042  | 0.095        | 0.042 | 0.167  | 0.000 | 0.173         | 0.000 |
| Progress      | 0.000        | 0.000  | 0.000  | 0.052        | 0.021 | 0.095  | 0.048        | 0.016 | 0.048  | 0.208 | 0.048         | 0.173 |
| Infeasibility | 0            | 2.5    | 2      | 0            | 0     | 0.5    | 0            | 0     | 3      |       | 2.5           |       |
| Weighted Sum  | <b>0.021</b> | -0.222 | -0.181 | <b>0.019</b> | 0.012 | -0.074 | <b>0.021</b> | 0.012 | -0.246 |       | <b>-0.194</b> |       |

شکل ۴ بهبود گام به گام با بنچ مارک های یگانه

## منابع فارسی

صفایی قادیکلایی . ع ، یحیی زاده فر. م ، شکوهی بابک ، (۱۳۸۶). اندازه گیری کارایی شرکت های سرمایه گذاری با استفاده از تحلیل پوششی داد ها در سازمان بورس اوراق بهادار تهران ، پژوهشنامه علوم انسانی و اجتماعی « مدیریت » ، شماره ۲۵.

مهرگان . م . ر . ، (۱۳۸۳). ارزیابی عملکرد سازمان ها ، تهران ، انتشارات دانشکده مدیریت دانشگاه تهران ، چاپ اول ص ۴۳.

مهرگان . م . ر . ، (۱۳۹۱). مدل های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان ها ، تهران ، نشر کتاب دانشگاهی ، چاپ اول ص ۱۱۹.

هو. ات ، هو.وت ، استیونز . ف ، درالست . م ، پول. ف ، (۱۳۸۶). مدل های کلیدی مدیریت ( علی اکبر فرهنگی و همکاران ، مترجمان ) ، انتشارات رسا (انتشار به زبان اصلی سال ۲۰۰۳).

## منابع انگلیسی

Adler,N., Friedman,I., Sinuany-Stern.Z. 2002. Review of ranking methods in the data envelopment analysis context. *European Journal of Operational Research* 140, 249–265.

Banker, R., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30(9), 1078–1092.

Bardhan, I., Bowlin, W.F., Cooper, W.W., Sueyoshi, T. 1996. Models for efficiency dominance in data envelopment analysis. Part I: Additive models and MED measures. *Journal of the Operations Research Society of Japan* 39, 322–332.

Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto–Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30(1–2), 91–107.

Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. 1978. Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research* 2, 429–444.

Cooper, W. W., Park, K. S., & Pastor, J. T. (1999). RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 11(1), 5–42.

Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2005). Introduction to data envelopment analysis and its uses: With DEA-solver software and references. US: Springer.



Lai, M.C., Huang, H.C., Wang, W.K. (2011). Designing a knowledge-based system for benchmarking: A DEA approach. *Knowledge-Based System* 24, 662-671.

Lim, S., Bae, H., Lee, I. (2011). A study on the selection of benchmarking paths in DEA. *Expert Systems with Applications* 38, 7665-7673.

Mehregan, M.R., Dehghan Nayeri, M., Ghezavati, V.R. (2010). An optimisation model of benchmarking. *Benchmark An International Journal* 17(6), 879-888.

Pierce, J. (1997). Efficiency Progress in the New Southwales Government.

Internet: (<http://www.treasury.nsw.gov.edu>).

Seiford, L. M., & Zhu, J. (2003). Context-dependent data envelopment analysis- measuring attractiveness and progress. *OMEGA International Journal of Management Science*, 31(5), 397–408.

## DEA و زنجیره تامین

### ۱-۱) زنجیره تامین چیست؟

در دهه ۱۹۸۰ شرکت‌ها به دنبال تکنیک‌ها و راهبردهایی بودند که با استفاده از آنها بتوانند هزینه‌های تولیدی خود را کاهش داده و در بازارهای مختلف رقابت کنند. بعضی از این تکنیک‌ها عبارت بودند از: سیستم زمانبندی به هنگام (JIT)، سیستم کانبان، تولید ناب، مدیریت کیفیت جامع (TQM)، و غیره. شرکت‌ها توانستند با استفاده از این تکنیک‌ها هزینه‌های تولید خود را در حد ممکن کاهش دهند. ولی شرکت‌های رقیب نیز با استفاده از همین تکنیک‌ها هزینه‌های تولید خود را در حد ممکن کاهش داده‌اند. پس برای کاهش هزینه‌ها و ماندن در بازار رقابتی باید سایر فرصت‌های بالقوه برای کاهش هزینه را پیدا کرد. یکی از این زمینه‌ها که فرصت بالقوه‌ی زیادی برای کاهش هزینه در آن وجود دارد، زنجیره تامین است (۱).

امروزه شرکت‌ها دریافته‌اند که بخش خرید آنها می‌تواند به طور فزاینده‌ای در افزایش کارایی و اثربخشی آنها موثر باشد و به همین دلیل شیوه‌های خریدشان را تغییر داده و سعی در انتخاب شیوه مناسب دارند. به طوری که بتواند اهداف استراتژیک و خرید شرکت را برآورده سازد. برای تحقق این امر باید در جستجوی تامین‌کنندگان شایسته و استراتژیک بوده و با آنها ارتباط برقرار کرد تا بتوان با همکاری آنها به مزایای رقابتی دست یافت. برای رسیدن به این امر پیاده‌سازی زنجیره تامین مناسب یک ضرورت اساسی است (۱).

زنجیره تامین مجموعه عواملی هستند که خالق ارزش افزوده در اقتصاد هستند که درست عمل نکردن این زنجیره مانعی برای خلق ارزش افزوده در نگاه کلان اقتصادی خواهد بود (۶).

بر خلاف برخی از اصطلاحات که تعاریف مختلفی در مدیریت دارند زنجیره تامین از نگاه همه مدیران مفهومی واحد دارد. زنجیره تامین شامل تمامی کسب و کارهایی هستند که به طور مستقیم یا غیر مستقیم برطرف‌کننده تقاضای مشتریان نهایی هستند.

در حالت کلی زنجیره تامین از دو یا چند سازمان تشکیل می‌شود که رسماً از یکدیگر جدا هستند و به وسیله جریانهای مواد، اطلاعات و جریانهای مالی به یکدیگر مربوط می‌شوند. این سازمانها می‌توانند بنگاه‌هایی باشند که مواد اولیه، قطعات، محصولات نهایی و یا خدماتی چون

توزیع ، انبارش ، عمده‌فروشی و خرده‌فروشی تولید می‌کنند . حتی خود مصرف‌کننده نهایی را نیز می‌توان یکی از این سازمانها در نظر گرفت(۱).

در یک زنجیره تامین معمولی، مواد خام از تامین کنندگان به کارخانه ها ارسال می شوند، سپس محصولات تولید شده در کارخانه ها به انبارهای میانی و انبارهای توزیع کننده ها ارسال می شوند و از آنجا نیز به سمت خرده فروشها و در نهایت به دست مشتری نهایی یا همان مصرف کننده می رسند. پس یک کالا مراحل مختلف زنجیره را طی می کند تا به دست مصرف کننده برسد. در بعضی از این مراحل، کالا انبارش می شود و در بعضی دیگر حمل می شود. یعنی یک زنجیره تامین مجموعه ای از انبارش ها و حمل و نقل هاست. اعضای یک زنجیره تامین معمولی عبارتند از: تامین کنندگان، انبارهای مواد اولیه، مراکز تولید، توزیع کنندگان، خرده فروشی ها و مشتری نهایی. باید توجه داشت که این زنجیره تنها در حال انتقال محصول فیزیکی نیست، بلکه می تواند انتقال داده و اطلاعات، سرمایه، طرح و اندیشه نیز باشد. برای مثال در زنجیره ارزش یک تجارت الکترونیک آنچه بیشتر انتقال می یابد، داده و اطلاعات است(۱)

سایت دایره المعارف ویکی پدیا زنجیره تامین را اینگونه تعریف می کند:

یک زنجیره تامین شامل سازمانها، افراد، تکنولوژی، فعالیتها، اطلاعات و منبعی است که جهت انتقال و جابجایی یک محصول یا خدمات از تولید کننده به مصرف کننده مورد استفاده قرار می گیرد.

## ۱-۲) مدیریت زنجیره تامین چیست؟

مدیریت زنجیره تامین عبارت است از مجموعه ای از روشهای مورد استفاده برای یکپارچگی موثر و کارای تامین کنندگان، تولید کنندگان، انبارها و فروشندگان به گونه ای که به منظور حداقل کردن هزینه های سیستم و تحقق نیازهای خدمات، کالاها به تعداد صحیح در مکان مناسب و در زمان مناسب تولید و توزیع گردند. مدیریت زنجیره تامین هماهنگی در تولید، موجودی، مکان یابی و حمل و نقل بین شرکت کنندگان در یک زنجیره تامین است برای دستیابی به بهترین ترکیب پاسخگویی و کارایی برای موفقیت در بازار. در واقع اهداف مدیریت زنجیره تامین عبارتند از:

- ۱- کاهش هزینه ها یا کاهش موجودی
- ۲- افزایش مسئولیت پذیری در برابر مشتریان
- ۳- بهبود ارتباطات زنجیره تامین
- ۴- کاهش زمان چرخه تولید و بهبود هماهنگی

در پیاده سازی یک زنجیره تامین کارا مشکلات و موانعی وجود دارد که این موانع کارایی زنجیره تامین طراحی شده را تحت تاثیر قرار می دهد. این مشکلات و موانع می توانند موارد زیر باشند(۱):

- ۱- تعدد مراکز تصمیم گیری: با توجه به اینکه در زنجیره تامین سازمان های مختلفی دخیل هستند لذا هماهنگی و یکصدا شدن در زنجیره تامین نیاز به هماهنگی بالایی دارد.
- ۲- عدم اطمینان: یک منبع اصلی ایجاد عدم اطمینان زنجیره تامین "پیش بینی تقاضا" است. پیش بینی تقاضا از چندین فاکتور از قبیل رقابت، قیمت ها، شرایط فعلی، توسعه تکنولوژیکی و سطح عمومی تعهد مشتریان تاثیر میپذیرد. دیگر عامل عدم اطمینان زنجیره تامین، زمان های تحویل است که خود به عواملی مانند نسبت خرابی ماشینها در فرایند تولید خطی، فشردگی ترافیکی که در حمل و نقل دخالت می کند و مشکلات کیفیت مواد که ممکن است تاخیرات تولید را ایجاد کند وابسته است.

۳- عدم هماهنگی: این نوع مشکلات هنگامی اتفاق می افتد که یک بخش شرکت با دیگر بخش ها ارتباط خوبی ندارد. وقتی پیغام برای شرکای تجاری غیر قابل فهم باشد و وقتی بخش های شرکت از بعضی مسایل آگاهی ندارند و یا خیلی دیر از آنچه مورد نیاز است و یا آنچه باید اتفاق بیفتد آگاه می شوند. از جمله این موارد می توان به اثر شلاق چرمی و ذخیره فریبنده اشاره کرد (۱).

### ذخیره فریبنده:

ذخیره فریبنده زمانی که مشتریان محصولی را می خواهند که در دسترس نیست اتفاق می افتد. گرچه در حقیقت محصول وجود دارد ولی در جای نادرست قرار می گیرد یا اینکه مقدار ذخیره ناصحیح است (۱).

### اثر شلاق چرمی:

وقتی در انتهای زنجیره یعنی از طرف مشتریان تغییری در میزان تقاضا ایجاد می شود، همه اعضای زنجیره باید خود را متناسب با آن تغییر دهند ولی زمان زیادی لازم است تا این تغییر در همه سطوح زنجیره اعمال شود زیرا این تغییر با یک تاخیر زمانی از خرده فروشی ها به توزیع کننده ها منتقل می شود و سپس با یک تاخیر دیگر از توزیع کننده ها به تولید کننده ها و نیز از آنجا به تامین کنندگان منتقل می شود. مشکل اصلی این است که این نوسان در تقاضا هر چه به سمت ابتدای زنجیره حرکت می کند شدت آن بیشتر می شود. این پدیده را اثر شلاق چرمی در زنجیره تامین می نامند. علت های متعددی باعث بوجود آمدن اثر شلاق چرمی می شوند که عبارتند از:

- ۱- نوسانات قیمت
- ۲- سیاست های سفارش دهی دوره ای
- ۳- بازی کمبود-سهمیه بندی: به علت اینکه تولیدکنندگان در زمانی که کمبود عرضه وجود دارد اقدام به سهمیه بندی می کنند.
- ۴- زمان بندی تولید بر مبنای پیش بینی تقاضای عمده فروشان به جای پیش بینی تقاضای مشتری
- ۵- نوسان تقاضا، مشکلات کیفی، اعتصابات، آتش سوزی کارخانه
- ۶- زمان تحویل
- ۷- به روز نکردن پیش بینی تقاضا

### ۳-۱) فرایندهای عمده مدیریت زنجیره تامین کدامند ؟

مدیریت زنجیره تامین دارای سه فرایند عمده است که عبارتند از :

- ۱- مدیریت اطلاعات
- ۲- مدیریت لجستیک
- ۳- مدیریت روابط
- ۴- **مدیریت اطلاعات** : امروزه نقش ، اهمیت و جایگاه اطلاعات برای همگان بدیهی است . گردش مناسب و انتقال صحیح اطلاعات باعث می شود تا فرایندها موثرتر و کارا تر گشته و مدیریت آنها آسان تر گردد . در بحث زنجیره تامین -همانگونه که گفته شد- اهمیت موضوع هماهنگی در فعالیتهای بسیار حائز اهمیت است . این نکته در بحث مدیریت اطلاعات در زنجیره ، مدیریت سیستمهای اطلاعاتی و انتقال اطلاعات نیز صحت دارد . مدیریت اطلاعات هماهنگ و مناسب میان شرکا باعث خواهد شد تا تاثیرات فزاینده ای در سرعت ، دقت ، کیفیت و جنبه های دیگر وجود داشته باشد . مدیریت صحیح اطلاعات موجب هماهنگی بیشتر در

زنجیره خواهد شد. به طور کلی در زنجیره تامین، مدیریت اطلاعات در بخش‌های مختلفی تاثیرگذار خواهد بود که برخی از آنها عبارت‌اند از:

مدیریت لجستیک (انتقال، جابجایی، پردازش و دسترسی به اطلاعات لجستیکی برای یکپارچه‌سازی فرایندهای حمل‌ونقل، سفارشی‌دهی و ساخت، تغییرات سفارش، زمان‌بندی تولید، برنامه‌های لجستیک و عملیات انبارداری)؛ تبادل و پردازش داده‌ها میان شرکا (مانند تبادل و پردازش اطلاعات فنی، سفارشات و ...)؛ جمع‌آوری و پردازش اطلاعات برای تحلیل فرایند منبع‌یابی و ارزیابی، انتخاب و توسعه تامین‌کنندگان؛ جمع‌آوری و پردازش اطلاعات عرضه و تقاضا و ... برای پیش‌بینی روند بازار و شرایط آینده عرضه و تقاضا؛ ایجاد و بهبود روابط بین شرکا.

چنانچه پیداست، مدیریت اطلاعات و مجموعه سیستم‌های اطلاعاتی زنجیره تامین می‌تواند بر روی بسیاری از تصمیم‌گیری‌های داخلی بخش‌های مختلف زنجیره تامین موثر باشد که این موضوع حاکی از اهمیت بالای این مؤلفه در مدیریت زنجیره تامین است (۱).

۲- **مدیریت لجستیک**: در تحلیل سیستم‌های تولیدی (مانند صنعت خودرو)، موضوع لجستیک بخش فیزیکی زنجیره تامین را دربر می‌گیرد. این بخش که کلیه فعالیت‌های فیزیکی از مرحله تهیه ماده خام تا محصول نهایی شامل فعالیت‌های حمل‌ونقل، انبارداری، زمان‌بندی تولید و ... را شامل می‌شود، بخش نسبتاً بزرگی از فعالیت‌های زنجیره تامین را به خود اختصاص می‌دهد. در واقع محدوده لجستیک تنها جریان مواد و کالا نبوده بلکه محور فعالیت‌های زنجیره تامین است که روابط و اطلاعات، ابزارهای پشتیبان آن برای بهبود در فعالیت‌ها هستند (۱).

۳- **مدیریت روابط**: فاکتوری که ما را به سمت فرجام بحث راهنمایی می‌کند و شاید مهم‌ترین بخش مدیریت زنجیره تامین به خاطر ساخت و فرم آن باشد، مدیریت روابط در زنجیره تامین است. مدیریت روابط تاثیر شگرفی بر همه زمینه‌های زنجیره تامین و همچنین سطح عملکرد آن دارد. در بسیاری از موارد، سیستم‌های اطلاعاتی و تکنولوژی موردنیاز برای فعالیت‌های مدیریت زنجیره تامین به سهولت در دسترس بوده و می‌توانند در یک دوره زمانی نسبتاً کوتاه تکمیل و به کار گمارده شوند. اما بسیاری از شکست‌های آغازین در زنجیره تامین، معلول انتقال ضعیف انتظارات و توقعات و نتیجه رفتارهایی است که بین طرفین درگیر در زنجیره به وقوع می‌پیوندد. علاوه بر این، مهم‌ترین فاکتور برای مدیریت موفق زنجیره تامین، ارتباط مطمئن میان شرکا در زنجیره است، به گونه‌ای که شرکا اعتماد متقابل به قابلیت‌ها و عملیات یکدیگر داشته باشند. کوتاه سخن این که در توسعه هر زنجیره تامین یکپارچه، توسعه اطمینان و اعتماد در میان شرکا و طرح قابلیت اطمینان برای آنها از عناصر بحرانی و مهم برای نیل به موفقیت است (۱).

## ۱-۴) فازهای اصلی مدیریت زنجیره تامین

### فاز اول: طراحی مفهومی

فاز اول نشان‌دهنده استراتژی ساخت است. در این فاز نحوه اداره سازمان با ایجاد یک تصویر برای آینده و ایجاد یک ساختار برای پیاده‌سازی تعیین می‌شود. برای فرایندهای فاز اول، یک مدل ویژه سازمان لازم است که از یک سازمان به سازمان دیگر متفاوت است. بحث اصلی در این فاز طراحی مفهومی است که مدرکی برای تصدیق و اجرای دو فاز دیگر است. هدف از اجرای این فاز درک جزئیات مربوط به هزینه‌ها و شناخت سیستم و منافع پیاده‌سازی SCM است (۱).

### فاز دوم: طراحی جزئیات و تست

این فاز می‌تواند همزمان با فاز اول و سوم اجرا شود. یعنی جزئیات طراحی می‌شود و به طور همزمان راه‌حل‌ها در دنیای واقعی تست می‌شوند. در این فاز ایجاد تغییرات در ساختار سازمان و در نظر گرفتن آنها برای پیاده‌سازی در سیستم به منظور پشتیبانی طراحی زنجیره تامین جدید توصیه می‌شود(۱).

### فاز سوم: پیاده‌سازی

در این فاز در ادامه فاز دوم، زمان‌بندی پیاده‌سازی دوره‌های بلندمدت عملیات و تغییرات در سیستم به منظور ایجاد تسهیلات انجام می‌گردد(۱).

## بخش ۲: مقدمه‌ای بر بهره‌وری و مفاهیم آن

### بهره‌وری

برای سنجش و ارزیابی عملکرد هر سازمانی(اعم از سازندگان کالاها یا ارائه دهندگان خدمات) معیارها و شاخصهای گوناگون و متفاوتی مورد استفاده قرار می‌گیرند(۲). برخی از این شاخص‌هایی که بیش از سایر معیارهای ارزیابی عملکرد رایج تر می‌باشند عبارتند از:

اثر بخشی، کارایی و بهره‌وری

**اثر بخشی** با پاسخ به سوالاتی از این قبیل معلوم می‌شود که:

آیا برای رسیدن به هدفهای سازمان فعالیت‌های درستی را انجام می‌دهیم؟

آیا مشکلات سازمان را به درستی تشخیص داده ایم، و در صدد رفع آنها بر آمده ایم، به طوری که به هدفهای سازمان در موعد مقرر دست یابیم؟  
درجه دسترسی به هدفهای از پیش تعیین شده در هر سازمان میزان اثر بخشی را در هر سازمان نشان می‌دهد(۲).

**کارایی** به اجرای درست کارها در سازمان مربوط می‌شود. یعنی تصمیماتی که با هدف کاهش هزینه‌ها، افزایش مقدار تولید و بهبود کیفیت محصول اتخاذ می‌شوند. کارایی نسبت بازدهی به بازدهی استاندارد است.

**بهره‌وری** یعنی اینکه سازمان در قبال مقدار معینی از محصول به چه نسبتی از منابع تولیدی استفاده می‌کند.

بهبود بهره‌وری موضوعی بوده که از ابتدای تاریخ بشر و در کلیه نظامهای اقتصادی و سیاسی مطرح بوده است. اما تحقیق درباره چگونگی افزایش بهره‌وری به طور سیستماتیک و در چارچوب مباحث علمی تحلیلی از حدود ۲۳۰ سال پیش به این طرف به طور جدی مورد توجه اندیشمندان قرار گرفته است(۲).

در سال ۱۹۵۰ سازمان همکاری اقتصادی اروپا به طور رسمی بهره‌وری را چنین تعریف می‌کند: بهره‌وری حاصل کسری است که از تقسیم مقدار یا ارزش محصول بر مقدار یا ارزش یکی از عوامل تولید بدست می‌آید. بدین لحاظ میتوان از بهره‌وری سرمایه، مواد اولیه و نیروی کار صحبت کرد(۲).

سازمان بین‌المللی کار بهره‌وری را چنین تعریف کرده است:

بهره وری عبارت است از نسبت ستاده به یکی از عوامل تولید (زمین، سرمایه، نیروی کار و مدیریت)

امروزه تقریباً نویسندگان اجماع نظر دارند که اندازه بهره وری با تقسیم ارزش ستاده ها (محصول) به ارزش نهاده ها (داده ها) بدست می آید. همین که در مقدار معینی از نهاده ها، مقدار محصول (با حفظ کیفیت) افزایش یابد یا مقدار نهاده های به کار رفته برای یک مقدار ثابت محصول کاهش یابد، بهره وری افزایش می یابد. بنابراین مقدار شاخص بهره وری در مجموع میزان اثر بخشی و کارایی در یک سازمان را نشان می دهد (۲).

معمولاً سه دیدگاه درباره بهره وری مطرح می شود:

### **الف: تعریف بهره وری از دیدگاه سیستمی**

بهره وری عبارت است از نسبت بین مجموعه خروجیهای یک سیستم به ورودیهای آن. این تعریف در سیستمهای مختلف اجتماعی، فرهنگی و صنعتی کاربرد دارد (۲).

### **ب: بهره وری از دیدگاه ژاپنی:**

بهره وری در ژاپن موضوع ملی و فراگیر است و به عنوان یک رویکرد تاریخی، استراتژی بهبود بهره وری در کنار کنترل کیفیت جامع و مدیریت کیفیت جامع مطرح می گردد (۲).

### **ج: رویکرد اقتصادی بهره وری**

از نظر اقتصادی مقدار محصول یا خروجی، تابع عوامل سرمایه و نیروی کار فرض می گردد. لذا افزایش مهارت نیروی کار و یا تغییرات تکنولوژی و یا افزایش مهارت به همراه بهبود تکنولوژی می تواند موجب افزایش مقدار تولید و حرکت تابع تولید به سمت بالاتر و از آنجا موجب افزایش بهره وری شود (۶).

#### **تولید:**

منظور از تولید هر نوع تغییر و تبدیل مستقیمی که مطلوبیت کالا را افزایش می دهد. نتیجه یک فعالیت تولیدی ناشی از تغییر و تبدیل را محصول می نامند (۶).

#### **تابع تولید:**

تابع تولید نشان دهنده رابطه موجود بین منابع تولیدی مورد استفاده یک موسسه تولیدی (ورودی ها) و کالاها و خدمات به دست آمده (خروجی ها) در یک زمان واحد بدون در نظر گرفتن قیمت هاست (۶).

#### **قانون بازده نزولی:**

اگر در هر واحد زمان مقدار یکی از منابع تولید مورد استفاده به یک میزان افزایش یابد و مقادیر سایر منابع ثابت بماند، میزان محصول بدست آمده مرحله به مرحله با نرخ فزاینده ای افزایش می یابد ولی پس از گذشتن از یک مرحله معین، میزان افزایش محصول به تدریج کمتر می شود (۶).

### بازده به مقیاس:

بازده به مقیاس مفهومی است بلند مدت که منعکس کننده نسبت افزایش در خروجی به ازای افزایش در میزان ورودی هاست. این نسبت می تواند ثابت، افزایشی یا کاهشی باشد. نسبت بازده به مقیاس ثابت وقتی صادق است که افزایش ورودی به همان نسبت موجب افزایش خروجی شود. بازده افزایشی نسبت به مقیاس آن است که میزان خروجی به نسبتی بیش از میزان افزایش ورودی ها، افزایش یابد و در صورتی که میزان افزایش خروجی ها کمتر از نسبتی باشد که ورودی ها افزایش داده شوند، بازده کاهشی نسبت به مقیاس ایجاد شده است (۶).

### مجموعه امکان تولید:

مجموعه ای از تمامی ترکیبات ورودی ها و خروجی ها که مجموعه تمامی مقادیر تولید (خروجی) به ازای منابع مختلف (ورودی) را نشان می دهد و یا به عبارت دیگر، تمامی ترکیبات ممکن از ورودی ها و خروجی ها را مجموعه امکان تولید می نامند (۶).

### روش های اندازه گیری کارایی فنی

در اندازه گیری کارایی فنی بنگاهها (واحدها)، روشهای مختلفی به کار گرفته می شود. به طور کلی، دو روش عمده برای اندازه گیری کارایی وجود دارد: روشهای پارامتری و روشهای غیر پارامتری (۶).

### روشهای پارامتری:

در این روشها تابع تولید مشخصی با استفاده از روشها مختلف آماری و اقتصادسنجی تخمین زده، آن گاه با به کارگیری این تابع نسبت به تعیین کارایی اقدام می شود. روش رگرسیون از جمله روشهای پارامتری است (۶).

### روشهای غیر پارامتری:

این روشها نیازمند تخمین تابع تولید نیستند. از جمله روشهای غیر پارامتری تحلیل پوششی داده ها است که کارایی نسبی واحدها را در مقایسه با یکدیگر ارزیابی می کند (۶).

## بخش ۳: تحلیل پوششی داده ها

واژه DEA مخفف Data Envelopment Analysis می باشد که به معنی تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیرنده ای (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و خروجی بود (۶).



چارنز، کوپر و رودز، دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگوی را ارائه کردن که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها نام گرفت و اول بار در رساله دکترای ادوارد رودز به راهنمایی کوپر تحت عنوان ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس ملی آمریکا در سال ۱۹۷۶، در دانشگاه کارنگی مورد استفاده قرار گرفت (مهرگان: ۱۳۸۳).

از آنجا که این الگو توسط چارنز، کوپر و رودز ارائه گردید به الگوی (CCR) که از حروف اول نام سه فرد یاد شده تشکیل شده است، معروف گردید. در سال ۱۹۷۸ در مقاله با عنوان اندازه گیری کارایی واحدهای تصمیم گیرنده ارائه شد (چارنز: ۱۹۷۸).

در واقع تحلیل پوششی داده ها مبتنی بر یکسری بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی می باشد که به آن روش ناپارامتریک نیز گفته می شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که به وسیله برنامه ریزی خطی تعیین می شود ایجاد می گردد. برای تعیین این نقاط می توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه ریزی خطی پس از یک سری بهینه سازی مشخص می کند که آیا واحد تصمیم گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؛ بدین وسیله واحدهای کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می شوند. تکنیک DEA تمام داده ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده ها نامیده شده است (۶).

استفاده از الگوی DEA، برای ارزیابی نسبی واحدها، نیازمند تعیین دو مشخصه اساسی، ماهیت الگو و بازده به مقیاس الگو می باشد که در زیر به تشریح هر یک پرداخته می شود:

**الف: ماهیت ورودی،** در صورتی که در فرایند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح خروجی ها، سعی در حداقل سازی ورودی ها داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده ورودی است.

**ب: ماهیت خروجی،** در صورتی که در فرایند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح ورودی ها، سعی در افزایش سطح خروجی داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده خروجی است.

در الگوی DEA با دیدگاه ورودی، به دنبال به دست آوردن ناکارایی فنی به عنوان نسبتی می باشیم که بایستی در ورودی ها کاهش داده شود تا خروجی، بدون تغییر بماند و واحد در مرز کارایی قرار گیرد. در دیدگاه خروجی، به دنبال نسبتی هستیم که باید خروجی ها افزایش یابند، بدون آنکه تغییری در ورودی ها به وجود آید تا واحد مورد نظر به مرز کارایی برسد.

**بازده به مقیاس** بیانگر پیوند بین تغییرات ورودی ها و خروجیهای یک سیستم می باشد. یکی از توانایی های روش DEA، کاربرد الگوهای مختلف متناظر با بازده به مقیاس های متفاوت و همچنین اندازه گیری بازده به مقیاس واحدهاست (۶).

**الف: بازده به مقیاس ثابت:** یعنی هر مضربی از ورودیها همان مضرب از خروجی را تولید می کند. الگوی CCR بازده به مقیاس واحدها را ثابت فرض می کند. بنابراین واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می شوند.

**ب: بازده به مقیاس متغیر:** یعنی هر مضربی از ورودی ها، می تواند همان مضرب از خروجی ها یا کمتر از آن و یا بیشتر از آن را، در خروجی ها تولید کند. الگوی BCC بازده به مقیاس را متغیر فرض می کند (بانکر و ترال: ۱۹۹۲).

در سال ۱۹۸۴، بنکر، چارنز و کوپر با تغییر در مدل CCR مدل جدیدی را عرضه کردند که بر اساس حروف اول نام خانوادگی آنان به مدل BCC شهرت یافت. مدل BCC مدلی از انواع مدل های تحلیل پوششی داده هاست که به ارزیابی کارایی نسبی واحدهای با بازده متغیر نسبت به مقیاس می پردازد (مهرگان: ۱۳۸۳).

## بخش ۴: کاربرد تحلیل پوششی داده ها در ارزیابی عملکرد زنجیره های تامین

امروزه یک راه بالقوه برای حفظ مزیت رقابتی و بهبود عملکرد سازمانی، زنجیره تامین کارا است. بدین صورت دیگر رقابت بین سازمانها نیست، بلکه بین زنجیره های تامین است. مدیریت زنجیره تامین نیز همچون هر نظام و رهیافت مدیریتی به نظام سنجش عملکردی در جهت شناسایی موفقیت، تعیین میزان تحقق نیازهای مشتریان، کمک به سازمان در درک فرایندها و بهبودهای برنامه ریزی، نیاز دارد. اندازه گیری عملکرد عنصر پایه ای برنامه ریزی، کنترل و تصمیم گیری موثر است. با پیچیده شدن رقابت، مدیریت زنجیره تامین و ارزیابی عملکرد فرایندهای زنجیره تامین، به موضوعی تاثیر گذار مبدل گشته است (۴). لذا با توجه به نقش موثر ارزیابی عملکرد در مدیریت زنجیره تامین، لزوم تدوین و پیاده سازی یک سیستم جامع و مدون ارزیابی عملکرد احساس می شود. میان متدهای زیاد ارزیابی، تحلیل پوششی داده ها به طور گسترده برای ارزیابی عملکرد نسبی یک مجموعه از فرایندهای تولید که واحدهای تصمیم گیری نامیده میشوند استفاده می شود. جهت ارزیابی عملکرد زنجیره های تامین با استفاده از روش تحلیل پوششی داده ها تحقیقات مختلفی صورت گرفته است که به بعضی از آنها اشاره می گردد:

صانعی و ممی زاده (۱۳۹۱) در مقاله ای با عنوان راهکار DEA در ارزیابی کارایی زنجیره های تامین تحت شرایط VRS به بررسی عملکرد زنجیره تامین پرداخته اند. در این تحقیق N زنجیره تامین دو عضوی شامل تامین کننده و تولید کننده تحت ارزیابی قرار گرفتند. مثال عملی مورد استفاده در این مقاله ارزیابی عملکرد ۱۷ شعبه بانکی چین بوده که هر شعبه بانکی دارای سه ورودی: میزان دارایی، تعداد کارمندان و هزینه می باشد که در مرحله اول زنجیره مصرف می شود و خروجی های اعتبار و وام بین بانکی تولید می کند و در مرحله بعد با گرفتن این تولیدات میانی خروجی های وام و سود را تولید می کند (۵).

شاهرودی و همکاران (۱۳۹۱) در مطالعه ای دیگر به سنجش کارایی زنجیره تامین در صنایع خودرو سازی گروه سایپا پرداخته اند (۴).

آقای وانگ و همکاران (۲۰۱۳) در مقاله ای به بررسی مجموعه امکان تولید و ارزیابی عملکرد یک زنجیره تامین با هدف افزایش کارایی آن زنجیره تامین پرداخته اند. در این مقاله در مورد مدل‌های مختلف CCR مورد کاربرد بحث شده است و با اصلاح نتایج به اثبات آن پرداخته است (۳).

ترانوش جعفری و محسن فتحی در مقاله خود با عنوان "ارزیابی عملکرد زنجیره تامین با استفاده از تحلیل پوششی داده ها" به مطالعه عملکرد یک زنجیره تامین پرداخته اند. در این مقاله با یکی سازی تمام فعالیت‌های زنجیره ارزش، عملکرد زنجیره تامین را در آنچه شرکت تولید می کند اندازه گیری می کنند. در این مقاله ورودی هایی مانند هزینه، معیارهای عملیاتی همچون چرخه زمانی تولید محصول در نظر گرفته شد. همچنین در این مقاله معیارهای خروجی عبارتند از درآمد و نرخ تحویل به موقع (۷).

## بخش ۵: نتیجه گیری:

با توجه به اینکه یک زنجیره تامین کارا نقش بسزایی در کاهش هزینه ها و بالطبع قیمت تمام شده محصول را دارد، تمرکز بر روی اندازه گیری عملکرد آن مهم و ضروری می باشد. یکی از روشهای مورد استفاده جهت اندازه گیری عملکرد و کارایی سیستم‌های زنجیره تامین تحلیل پوششی داده ها است. تحلیل پوششی داده ها می تواند جهت مدل‌های مختلف زنجیره تامین به کار گرفته شده و زنجیره های تامین کارا و ناکارا را از هم جدا کند.

## منابع و ماخذ

- ۱- ابراهیم تیموری، مهدی احمدی، مدیرین زنجیره تامین، دانشگاه علم و صنعت.
- ۲- شهنام طاهری، بهره وری و تجزیه و تحلیل آن در سازمان ها، نشر هستان
- ۳- Zhongbao zhou, mei wang, hui ding, chaoqun ma, 2013, Further study of production possibility set and performance evaluation model in supply chain DEA
- ۴- کامبیز شاهرودی، معصومه تدریس حسنی، ۱۳۹۰، ارائه مدل ریاضی به منظور انتخاب تامین کنندگان یا استفاده از رویکرد تلفیقی تحلیل پوششی داده ها و هزینه کل مالکیت، مجله تحقیق در عملیات، سال هشتم، شماره ۳، پاییز ۹۰، ص ۷۱-۸۱
- ۵- مسعود صانعی، سمیه ممی زاده چاتقیه، ۱۳۹۱، راهکار تحلیل پوششی داده ها در ارزیابی کارایی زنجیره های تامین تحت شرایط VRS، فصلنامه مدیریت، سال نهم، بهار ۱۳۹۱
- ۶- محمد رضا مهرگان، مدلهای کمی در ارزیابی عملکرد سازمانها (تحلیل پوششی داده ها) نشر کتاب دانشگاهی، ۱۳۹۱
- ۷- ترانوش جعفری، محسن فتحی الماس، ۱۳۹۰، ارزیابی عملکرد زنجیره تامین با استفاده از تحلیل پوششی داده ها، دانشگاه آزاد اسلامی فیروزکوه.

## Ranking + Fuzzy

تحلیل پوششی داده ها

یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در زمینه ارزیابی عملکرد سازمانها برای تصمیم گیری برای آینده آنها تحلیل پوششی داده ها است و به عنوان یک روش غیر پارامتری برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم گیرنده مورد استفاده قرار میگیرد اولین مقاله تحلیل پوششی داده ها توسط جازنز و همکاران (۱) به چاپ رسید و مدل ارائه شده در آن به مدل CCR معروف گردید. آنها با استفاده از یک مدل برنامه ریزی خطی ورودی و خروجی های چند گانه را با تخصیص وزنهایی که از حل مدل بدست می آیند به یک ورودی و خروجی تبدیل کرده و کارایی را حساب کردند. در سال ۱۹۸۲ بنکر و همکاران (۲) مدل دیگری که برای بازده به مقیاس متغیر بود را طراحی کردند.

تحلیل پوششی داده ها واحدهای تصمیم گیرنده را به دو گروه کارا و ناکارا تقسیم میکند واحدهای ناکارا با کسب عدد کارایی قابل رتبه بندی هستند اما واحدهای با کسب عدد کارایی قابل رتبه بندی نیستند.

### مزایای تحلیل پوششی داده ها:

۱. امکان ارزیابی عملکرد کارایی واحدهای تصمیم گیرنده با چندین ورودی و چندین خروجی.
۲. برخلاف روشهای عددی، مشخص بودن وزنها از قبل و تخصیص آنها به ورودیها و خروجیها لازم نیست.
۳. نیاز به شکل تابع توزیع از قبل تعیین شده (مانند روش های رگرسیون آماری) و یا شکل صریح تابع تولید (مانند برخی روشهای پارامتری) نیست.
۴. امکان به کارگیری ورودی ها و خروجی ها مختلف با مقیاس های اندازه گیری متفاوت.

۵. تحلیل پوششی داده ها فرصت های زیادی را برای همکاری میان تحلیل گر و تصمیم گیرنده ایجاد می کند. این همکاری ها می تواند در راستای انتخاب ورودی و خروجی واحدهای تحت ارزیابی و چگونگی عملکرد و الگویابی نسبت به مرز کارا باشد.

۶. استفاده از کلیه ی مشاهدات گردآوری شده برای اندازه گیری کارایی: بر خلاف روش رگرسیون که با میانگین سازی در مقایسه واحدها به بهترین عملکرد موجود در مجموعه واحدهای تحت بررسی دست می یابد، تحلیل پوششی داده ها هر کدام از مشاهدات را در مقایسه با مرز کارا بهینه می کند.

۷. فراهم آوردن یک شیوه ی اندازه گیری جامع و منحصر به فرد برای هر واحد که از ورودی ها (متغیرهای مستقل) برای ایجاد خروجی ها (متغیرهای وابسته) استفاده می کند.

۸. الگویابی نسبت به مرز کارا: میزان تغییرات ورودی ها و خروجی واحدهای ناکارا برای تصویر کردن آنها بر مرز کارا (منبع و مقدار ناکارایی برای هر ورودی و خروجی) را میتوان محاسبه نمود. در نتیجه علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف واحد تصمیم گیرنده در شاخصهای مختلف تعیین می شود و با ارائه میزان مطلوب آنها، خط مشی واحد تصمیم گیرنده را به سوی ارتقای کارایی و بهره وری مشخص می کند.

۹. ارائه مجموعه مرجع: الگوهای کارا که ارزیابی واحدهای ناکارا بر اساس آنها انجام گرفته است به واحدهای ناکارا معرفی می شوند و این دلیلی بر منصفانه بودن مقایسه در DEA خواهد بود.

### معایب تحلیل پوششی داده ها :

۱. تحلیل پوششی داده ها به عنوان یک تکنیک بهینه سازی امکان پیشگیری خطا در اندازه گیری و سایر خطاها را ندارد.
۲. این تکنیک جهت اندازه گیری کارایی نسبی به کار گرفته شده و کارایی مطلق را نمی سنجد.
۳. تفاوت بین اهمیت ورودی ها و خروجی ها موجب انحراف در نتایج می گردد اما با محدود سازی وزن های ورودی و خروجی این مشکل تا حدودی قابل رفع است.
۴. از آنجا که تحلیل پوششی داده ها تکنیکی غیرپارامتری است، انجام آزمون های آماری برای آن مشکل است.
۵. تعداد مدل های مورد نیاز وحل آنها به تعداد واحدهای تحت بررسی است که تا حدودی حجم محاسبات را افزایش می دهد.
۶. اضافه کردن یک واحد جدید به مجموعه واحدهای قبلی بررسی شده موجب تغییر در امتیاز کارایی تمامی واحدها می گردد.

### مزایای رتبه بندی:

۱. به مقایسه واحدها با یکدیگر میپردازد و از ایده‌آل‌گزینی محض دوری میکند
۲. بیش از سایر روشها قابلیت تعمیم پذیری دارد و بکارگیری آن در یک واحد برای یک موضوع میتواند زمینه را برای کارهای بعد فراهم کند
۳. واحدهای اندازه گیری حساس نیستند و نهادها میتوانند واحدهای مختلفی باشند

روشهای رتبه بندی

اندرسون و پترسون (۳) در سال ۱۹۹۳ مدل ابر کارایی را برای رتبه بندی واحدهای کارای راسی معرفی کردند که به مدل AP مشهور است آنها جهت تعیین رتبه واحد تصمیم گیرنده ان را از مجموعه امکان تولید حذف کردند و مدل را برای باقیمانده واحدهای تصمیم گیرنده اجرا نمودند

معایب روش اندرسون و پترسون

۱. مقدار تابع هدف را بعنوان رتبه همه واحدها در نظر گرفتند بر خلاف هر واحد با وزنهای مختلف ارزیابی شده اند

۲. مدل ابر کارا در رتبه بندی واحدهای غیر راسی نا توان است

۳. تغییرات کوچکی در در دادهها ممکن است تغییرات زیادی در نتا حاصل کند

۱. مدل پیشنهادی همواره شدنی و پایدار است

۲. این روش قادر به رتبه بندی واحدهای کارای غیر راسی است

روش بوت استرپ برای رتبه بندی

در این روش از روی دادهای اصلی نمونه های جدید کاذب ایجاد میکند تا توزیع نمونه را تخمین بزند بوت استرپ نمرات کارایی بطور ضمنی از برنامه ریزی خطی استفاده میکند نمرات کارایی تولید شده از این طریق اندازههای نسبی هستند چون مرز تابع تولید شناخته نیست در عوض کارایی نسبت به بهترین نمونه مرزی سنجیده میشود با استفاده از بوت استرپ میتوان علاوه بر ساختن بازه ی اطمینان و انحراف نمرات و کارایی حدود مرز اقتصادی ویا مرز مجموعه امکان تولید را نیز بدست آورد

بوت استرپ یک روند غیر پارامتری برای نتایج اماری میباشد واز انجایی که خودش شبیه روش برنامه ریزی خطی است هیچگونه عمل نفوذی روی قالب توزیع نمرات کارایی ندارد این روش از قدرت محاسباتی بر خوردار است و مشکلات روشهای قبلی را ندارد تنها ایراد ان حجم محاسبات بالای ان است که این مشکل با کامپیوتر قابل حل است (12)

رویکردهای رتبه بندی

۱. رویکرد حذف DMU

۲. رویکرد (cross efficiency)

۳. رویکرد BENCHMARK

۴. سایر روشها مثل MADM+DEA

۱. روش کارای قوی supper efficiency

در این روش DMU کارا از مساله حذف میشود و مقداری از T از بین می رود. DMU ای رتبه بالاتری دارد که با حذف شدنش مقدار بیشتری از T را از بین ببرد. چون کارای ضعیف با حذف شدنش T را تغییر نمیدهد در این روش کاربرد ندارد.

## ۲. رویکرد کارایی متقاطع

این روش توان بالایی در تفکیک پذیری واحدهای کارا دارد. DMU ای رتبه بالاتری دارد که با  $V$  و  $U$  های مختلف عدد کارایی بالاتری بدست آورد.

## ۳. رویکرد ترکیبی. DEA با MCDM

روشهایی که با متاهیورستیک ترکیب شده واز انعطاف پذیری بالایی برخوردار است

## ۴ BENCH MARKING

در این رویکرد یک مجموعه را به مجموعه T اضاف میکنیم حال فاصله انرا با DMU های کارا میتوانیم شاخص رتبه بندی قرار دهیم

## Fuzzy

مفهوم فازی برای اولین بار در مقاله ماکس بلاک به نام ابهام در سال ۱۹۳۷ بیان شد سپس در سال ۱۹۶۵ پروفیسور لطفی زاده مقاله خود را با عنوان مجموعه های فازی در مجله اطلاعات و کنترل منتشر ساخت که در رابطه با مسائل احتمالی در مدل سازی سیستمها ارائه شد لطفی زاده این مجموعه های فازی را منحنی عضویت نامید نام فازی نامی است که لطفی زاده از ان بعنوان ابهام و چند ارزشی استفاده کرد لطفی زاده مجموعه های فازی را به عنوان مجموعه هایی با مرزهای مبهم و غیر دقیق تعریف کرد او این مفهوم را اینگونه بیان کرد عضویت در یک مجموعه فازی یک موضوع قطعی یا غیر قطعی نیست و به صورت درجه بیان میشود درجه عضویت در مجموعه های فازی به وسیله عددی بین صفر و یک بیان میشود بنابراین مجموعه فازی انتقال تدریجی از عضویت کامل به عدم عضویت بیان میشود در یک مدل فازی احتمال یک واقعه با امکان واقعه برابر نمیشد و مقدار امکان بر اساس تجربه شهودی گذشته فرد ممکن است با احتمال وقوع یک واقعه که بر اساس فراوانی وقوع ان میباشد تفاوت داشته باشد(13)

## ویژگیهای منطق فازی

۱. استدلالهای دقیق به عنوان مواردی مرزی استدلالهای تقریبی تلقی میشود

۲. هر چیزی درجه پذیر است

۳. استنتاج بعنوان فرایند گسترش محدودیتهای تغییر پذیر در نظر گرفته میشود

تحقیقات انجام شده در زمینه منطق فازی

یک کاربرد فازی مرسوم برای انتخاب مناسبترین ابزار جهت حمایت از مدیریت دانش ارائه دادند وانگ وچانگ در سال ۲۰۰۶ یک مدل پیش بینی تحلیل سلسله مراتبی بر اساس روابط فازی ارائه کردند تا عوامل موفقیت در مدیریت دانش را شناسایی کنند

Tanka مدل DEA فازی را ارائه دادند. آنها دادهها را به عنوان اعداد مثلثی فازی در نظر گرفتند پس از بهرهگیری از روش برش الفا فواصل از یک جفت برنامه ریزی خطی برای ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی استفاده کردند(4)

در بین محققین اندکی به اعمال نظریه مجموعه های فازی در اندازه گیری کارایی پرداختند sengupta اولین نفری بود که رویکرد برنامه ریزی فازی را ارائه کرد که در آن محدودیتها و همچنین تابع هدف به صورت قطعی ارضا نمیشود(5)

Zhu مدل CCR فازی را با داده های کراندار رتبه ای و کراندار نسبی مورد توجه قرار داد. با لحاظ کردن اینگونه داده ها مدل خطی را CCR به غیر خطی تبدیل میشود برای تبدیل مدل غیر خطی به خطی از دو نوع رویکرد استفاده میشود مقیاس و دوم تغییر وی در نهایت از فرمولاسیون پیشنهادی خود در محاسبه کارایی مجموعه ای از مراکز مخابراتی استفاده کرده است(6)

### ج. تحلیل پوششی داده ها با ورودی و خروجی های تصادفی فازی

این روش در مورد متغیرهای تصادفی فازی به عنوان ورودیها و خروجی های تحلیل پوششی داده ها (DEA) بحث شده. این متغیرها به صورت اعداد فازی تصادفی L-R گسترده، با توزیع معلوم در نظر گرفته شده اند. مساله، یافتن روشی برای تبدیل مدل DEA فازی با محدودیتهای احتمالی به نوع معین آن (غیرفازی و غیر احتمالی) می باشد. این عمل را میتوان ابتدا با فازی زدایی از احتمال نا دقیق محدودیتها توسط تشکیل تابع عضویت مناسب، سپس فازی زدایی پارامترهای مساله با استفاده از برشهای  $\alpha$ ، و سرانجام تبدیل DEA با محدودیتهای احتمالی به مدل معمولی با استفاده از روش کوپر انجام داد.

### فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی

فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی (V) یکی از معروف ترین فنون تصمیم گیری چند شاخصه است که توسط ساعتی معرفی شده است این روش هنگامی که عمل تصمیم گیری با چند گزینه و شاخص تصمیم گیری روبرو است میتواند مفید باشد. اگر چه افراد خبره از شایستگی ها و توانایی های خود برای انجام مقایسات استفاده میکنند. اما استفاده از مجموعه های فازی سازگاری بیشتری با مجموعه های زبانی و مبهم انسانی دارد و بهتر است با استفاده از مجموعه های فازی به پیشبینی بلند مدت برای تصمیم گیری در دنیای واقعی پرداخت در سال ۱۹۸۳ دو محقق هلندی به نام لارهنون و پدريک روشی برای فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی پیشنهاد کردند که بر اساس آن روش حداقل مجذورات لگاریتمی بنا نهاده شد

## ۲. مقدمه ای بر مفاهیم فازی و رأی گیری ترجیحی

### اعداد فازی LR

کاربر اعداد فازی مستلزم محاسبات پیچیده و طولانی است و این برای اهداف عملی مناسب نیست زیرا هنگام استفاده از نظریه مجموعه های فازی مانند هر نظریه دیگری، در مواجهه با مسای عملی، کارائی محاسباتی تاندازه ای بسیار اهمیت دارد.

دوبویس و پرید [۹] با معرفی اعداد فازی LR تا اندازه ای کار را آسان کرده اند. این اعداد نوع خاصی از اعداد فازی هستند که ویژگی آنها در تابع عضویت آنهاست. همانطور که خواهید دید اعمال جبری با این نوع اعداد فازی بسیار ساده و دارای یک الگوی مشخص است. این ویژگی باعث شده است که در بسیاری از کاربردها این نظریه مجموعه های فازی، از این نوع اعداد استفاده گردد.



تعریف ۱ اگر عدد فازی  $A$  دارای تابع عضویتی به صورت

۳

$$\mu(x) = \begin{cases} L \left( \frac{\bar{X} - X'}{\bar{X} - X'} \right) & X' \leq \bar{X} \leq X^m \\ R \left( \frac{X - \bar{X}}{X - X^m} \right) & X^m \leq \bar{X} \leq X \end{cases}$$

باشد که در آن  $L$  و  $R$  توابعی غیر صعودی از  $R^+$  به  $[0,1]$  و  $L(0) = R(0) = 1$ ، آنگاه  $A$  را یک عدد فازی LR نامیده و بانماد  $A = (X^m, \alpha, \beta)_{LR}$  را یک عدد فازی  $L$  نامیده و بانماد  $A = (X^m, \alpha, \beta)_L$  نشان می دهیم .

دسته خاصی از اعداد فازی  $LR$ ، اعداد فازی مثلثی و دوزنقه ای هستند . یک عدد فازی مثلثی به صورت  $A = (X^m, \alpha, \beta)$  یا به اختصار  $A = (m, \alpha, \beta)$  نمایش داده می شود که در آن  $X^m$  مقدار میانی  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب گسترده چپ و راست عدد نامیده می شود .

به طور مشابه ، عدد فازی دوزنقه ای به صورت  $A = (X^{m_1}, X^{m_2}, \alpha, \beta)$  یا به اختصار  $A = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$  تعریف می شود که  $X^{m_1}$  و  $X^{m_2}$  مقادیر میانی  $\alpha$  و  $\beta$ ، به ترتیب گسترده چپ و راست عدد هستند . مثالی از این اعداد در شکل ۱ نشان داده شده است.

۲-۲ مدل کوک و کرس

کوک و کرس [10] برای نخستین بار از مدل اصلاح شده تحلیل پوششی داده ها در یک مساله رأی گیری ترجیحی استفاده نمودند . خروجی هادراین مدل را تعداد آراء در جایگاه های رتبه ای تشکیل میدهند و ورودی همه واحدهای تصمیم گیری، عدد ۱ می باشد مدل پیشنهادی توسط کوک و کرس به صورت زیر است:

$$\max \sum_{j=1}^n u_j v_{pj}$$

s.t.

$$\max \sum_{j=1}^n u_j v_{ij} \leq 1 \quad J=1,2,\dots,m,$$

$$u_j - u_{j+1} \geq d(j, \varepsilon) \quad J=1,2,\dots,n-1,$$

$$u_n \geq d(j, \varepsilon)$$

در مدل فوق  $v_{ij}$  تعداد دفعاتی است که کاندیدای آدر جایگاه رتبه ای  $j$  قرار می گیرد و  $u_i$  وزن جایگاه  $j$  را نشان می دهد نماد  $d(j, \varepsilon)$  تابعی است غیر افزایشی از  $\varepsilon$  که تابع شدت تمایز شدت تمایز نامیده می شود. هاشیموتو [11] با افزودن قید

$$n-2, \dots, 2, 1 = j, u_j - 2u_{j+1} + u_{j+2} \geq 0$$

به مدل کوک و کرس [10] تلاش نمود تا مشکل این مدل را در تفکیک واحدهای کار را حل نماید.

رتبه بندی فازی (ranking+fuzzy)

یک مدل ترکیبی برای رتبه بندی اعداد فازی غیر نرمال

به دلیل قابلیت اعداد فازی در نشان دادن ارزشهای غیر قطعی رتبه بندی این اعداد دارای کاربردهای در علوم مختلف است در زمینه رتبه بندی اعداد فازی تا کنون مدل‌های بسیاری ارائه شده که هر یک بر اساس معیارها و ویژگیهای خاص از اعداد فازی این رتبه بندی را انجام میدهد. یک مدل جدید در رتبه بندی اعداد فازی بر اساس پارامترهایی چون درجه عضویت میانگین انحراف معیار و فرم پارامتریک تابع عضویت اعداد فازی میباشد این تحقیق به معرفی مدل‌های موجود در زمینه رتبه بندی اعداد فازی پرداخته در ادامه مجموعه های خاص از اعداد فازی مطرح شده و برترین مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های موجود تبیین شده هدف اصلی این مقاله ارائه یک مدل قابل اطمینان در رتبه بندی اعداد فازی است (۸)

(madm) گروهی فازی برای رتبه بندی مشخصه های مهندسی

با استفاده از این روش میزان تاثیر گذاری مشخصه های مهندسی بر خواسته های مشتری را بصورت اعداد فازی مثلثی به دست آورده است و با مقایسه اعداد فازی مشخصه های مهندسی را رتبه بندی کرده است (۱۴)

در این روش رتبه بندی مشخصه های مهندسی QFD با تاکید بر لزوم در نظر گرفتن معیارهایی چون هزینه و زمان و دشواری تکنیکی به همراه میزان تاثیر بر خواسته های مشتری حالتی که این معیارها بصورت فازی باشد در نظر گرفته شده است روشی برای رتبه بندی مشخصه های فازی بر اساس چند معیار فازی ارائه شده است که در آن از ام ای دی ام گروهی فازی استفاده شده است که در آن رتبه بندی مشخصه های مهندسی به صورتی انجام شده که میزان برتر بودن هر مشخصه به صورت عددی بین صفر و یک تعیین شده است میتوان برای هر یک از اعضای گروه QFD در هر نوع نظر سنجی وزنی در نظر گرفت

در مقاله ای تحت عنوان ارائه مدل فازی رتبه بندی ریسک در پروژه های حفاری شرکت پترو پارس ابتدا ریسکهای ممکن الوقوع در یک پروژه ی حفاری چاه نفت شناسایی شده سپس با رویکرد فازی به سنجش و رتبه بندی ریسکها پرداخته است چون مدیران رتبه عوامل ریسک را با ارزشهای زبانی ارزیابی میکنند تئوری فازی ابزار مناسبی برای سر و کار داشتن با ابهام موجود ارائه شده در این تحقیق با بهره گیری رویکرد فازی روش جدیدی جهت شناسایی سنجش و رتبه بندی ریسکهای حاکم بر یک پروژه ی حفاری چاه نفت ارائه شده است

روش برای رتبه بندی گزینه ها به کمک مفهوم فازی

در این مقاله برای یافتن گزینه ارجح در یک تصمیم گیری گروهی ابتدا از تجمیع داده‌ها که از نظرات رای دهندگان در مورد جایگاه گزینه‌ها حاصل می‌شود اعداد فازی استخراج می‌کنند و سپس به کمک مدل تحلیل پوششی داده‌ها ی فازی عددی متناظر با هر یک از این اعداد فازی به دست می‌آید که در کنار یکدیگر خروجی‌های یک واحد مجازی به نام گزینه هدف را تشکیل می‌دهند مقایسه هر گزینه با این گزینه هدف با استفاده از مدل کوک و کرس معیار تمایز گزینه‌ها با یکدیگر است

ترکیب فازی AHP برای رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری

AHP در این مقاله روشی برای رتبه بندی واحدهای تصمیم گیری فازی ارائه میکند توسط ترکیب دو روش تحلیل پوششی داده‌ها ی فازی و های مختلف داده‌های فازی در مرحله تشکیل ماتریس مقایسات  $a$  ارائه میشود که به ازای  $a$  یک مدل تلفیقی فازی با استفاده از مفهوم زوجی تبدیل به داده‌های قطعی میشود میتوان بر اساس برشهای مختلف رتبه بندی های مختلف بوجود آورد وگزینه برتر را انتخاب کرد محاسبات تکاملی و روشهای رتبه بندی فازی برای حل برنامه ریزی کسری خطی فازی

در این مقاله هدف این است که روشهایی را برای بدست آوردن جواب یک مدل برنامه ریزی کسری خطی ارائه دهد که پارامترهای موجود در محدودیت های اعداد فازی مثلثی باشند برای این منظور ابتدا با بکار گیری دو روش رتبه بندی فازی جهت ارزیابی نا مساوی های فازی در محدودیت های مسئله مدل برنامه ریزی کسری خطی فازی به مدل برنامه ریزی قطعی تبدیل شده است سپس یک الگوریتم طراحی شده که روش جستجوی تصادفی مستقیم بوده که دنباله ای از جواب های شدنی مساله برنامه ریزی کسری فازی را تولید میکند(۱۵)

طراحی سیستم هوشمند ترکیبی رتبه بندی اعتباری مشتریان بانکها با استفاده از مدل‌های استدلالی فازی ترکیبی

در این مقاله پس از تهیه مدل مناسب رتبه بندی اعتباری مشتریان و جمع اوری دانش خبرگان با استفاده از مدل استدلالی ترکیبی و مدل ترکیبی فازی به طراحی سیستم هوشمند هیبریدی رتبه بندی مشتریان پرداخته سیستم خبره به عنوان ماژول غیر سمبولیک هستند چنین مدلی قابلیت استدلال و تشریح سیستم خبره و قابلیت یادگیری و تطبیق پذیری شبکه عصبی را بطور همزمان دارد نتایج سیستم هیبرید فازی که که با نتایج خبره مقایسه شد حاکی از دقت بالای رتبه بندی اعتباری مشتریان است

استفاده از توابع رتبه بندی اعداد فازی در حل مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

ورودی و خروجی اعداد فازی هستند در این مدلها برای اینکه کارایی را برای در این مقاله مدل‌هایی از تحلیل پوششی داده‌ها مطرح شده که واحدهای تصمیم گیرنده بدست آوریم باید از روشی استفاده نماییم که کارایی را دقیق حساب کند چون از روشهایی که کارایی را برای ورودی و خروجی دقیق استفاده میکنند نمیتوانیم استفاده کنیم توابع رتبه بندی اعداد فازی را بکار بردیم هدف این مقاله استفاده از روشهای رتبه فازی است با استفاده از روش رتبه بندی روبنز که برای رتبه بندی اعداد فازی بود مدل فازی غیر شعاعی را حل DEA بندی اعداد فازی در DEA کرده است

ارائه روشی برای تعیین شباهت اعداد فازی با استفاده از روش تاپسیس و کاربرد آن در آنالیز ریسک فازی

به علت اهمیت آنالیز ریسک فازی و کاربرد شباهت اعداد فازی در این زمینه روش مناسب در یافتن شبیه ترین عدد فازی به عدد فازی مشخصه‌میت قابل توجهی دارد و روشهای مختلفی برای تعیین میزان شباهت اعداد فازی ابداع شده در این مقاله اول با استفاده از روش تاپسیس روش جدیدی برای شباهت اعداد فازی دوزنقه ای ارائه شده در این روش میتوان تعدادی از روشهای مختلف را برای انتخاب شبیه ترین عدد فازی ترکیب نماید

در مواردی که بدلیل پیچیدگی سیستم نمیتوان به دقت و صراحت در مورد پارامترها و مشخصه های آن قضاوت کرد رتبه بندی اعداد فازی به دلیل ماهیت غیر قطعی این اعداد کارکردهای فراوانی دارد رتبه بندی اعداد فازی در مسائلی چون تجزیه و تحلیل داده ها بهینه سازی و تصمیم گیری و استدلال تقریبی سیستمهای اقتصادی و .. غیره کاربرد دارد از سال ۱۹۷۶ تا کنون مدل‌های زیادی در زمینه رتبه بندی اعداد فازی ارائه شده که بسیاری از این مدلها توسط بورتن ودگانی در سال ۱۹۸۵ و چن وهانگ ۱۹۹۲ در سال ۲۰۰۱ مورد مقایسه قرار گرفت. (۱۶)

## منابع:

1. charnes, a., cooper, w. w., Rhodes, e., (1987). measuring the efficiency of decision making unit European journal of operation research 2, 429-444
2. banker, r. d., thall, r. m., (1992). estimation of returns to scale using data envelopment analysis. european journal of operation research 62, 74-84
3. anderson p., petersunn. c., (1993), a procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. management science. 39(10), 1261-1264.
4. tanka. h., h. ichhashi, and k. asai. (1984), a formulation. fuzzy linear programming, control and cybernetics. 13, 180-194
5. sengupta, j. k. (1992). a fuzzy system approach in data envelopment analysis, computers, aplic. 24. 259-266
6. zhu, j. (2003), data envelopment analysis european journal of operation research 144, 513-529
7. forman, h., egass, s. i., (2001). the analytical hierarchy process-an exposition. operations research, inform. 49(4), 469-468
8. bartolan, g., degani, r., are view of some methods for ranking fuzzy numbers. fuzzy sets and systems, vol. 15, 198
9. dubo, d., prade, h., (1979). fuzzy real algebra : some results. fuzzy sets and systems 2, 327-348.
10. cook, w. d., kress, m., (1990). a data envelopment model for aggregating preference rankings, management science 36(11), 1302-1310.

11.hashimoto, a.,(1997). a ranked voted system using a dea .ar excolision model: a note . european journal of operational research 97(3), 600-604

12.عابدی,سعید (1389) روشی برای رتبه بندی نمرات کارایی با استفاده از بوت استراپ, مجله ریاضی کاربردی, چاپ هشتم شماره ۳

13.اذر,فرجی ح (۱۳۸۰) علم مدیریت فازی, سازمان چاپ و انتشارات وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی

14.رضایی, کامران, حسینی اشتیانی, حمیدرضا, هوشیار, محمد (۱۳۸۰), رویکردی مشتری مدار به به طرح ریزی و بهبود کیفیت محصول, تهران چاپ اول

15.ظرافت انگیز لنگرودی,مجید(۱۳۹۰), روشی برای رتبه بندی گزینه ها به کمک مفهوم فازی و تحلیل پوششی دادهها, مجله تحقیق در عملیات, سال هشتم, شماره ۴-ص ۴۹-۵۷

۱۶.حاله,حسن, حسینی,سید مهران, اکبرزاده خورشیدی, هادی(۱۳۸۸), ارائه روشی برای شباهت اعداد فازی با استفاده از روش تاپسیسو کاربرد ان در انالیز ریسک فازی,, نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید ,, شماره ۴, جلد ۲۰

## DEA و شبیه سازی مونت کارلو

### تحلیل پوششی داده ها

واژه DEA مخفف Data Envelopment Analysis می باشد که به معنی تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحد های تصمیم گیرنده ای (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود.

چارنز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارائه کردند که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها، نام گرفت و اول بار، در رساله دکترای ادوارد رودز و به راهنمایی کوپر تحت عنوان ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس ملی آمریکا در سال ۱۹۷۶، در دانشگاه کارنگی مورد استفاده قرار گرفت [۱].

از آن جا که این الگو توسط چارنز، کوپر و رودرز ارائه گردید، به الگوی (CCR) که از حروف اول نام سه فرد یاد شده تشکیل شده است، معروف گردید و در سال ۱۹۷۸ در مقاله ای با عنوان اندازه گیری کارایی واحد های تصمیم گیرنده ارائه شد [۶].

در واقع تحلیل پوششی داده ها مبتنی بر یکسری بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی می باشد که به آن روش ناپارامتریک نیز گفته می شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که بوسیله برنامه ریزی خطی تعیین می شود ایجاد می گردد. برای تعیین این نقاط می توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه ریزی خطی پس از یک سری بهینه سازی مشخص می کند که آیا واحد تصمیم گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟

بدین وسیله واحد های کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می شوند. تکنیک DEA تمام داده ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده ها نامیده شده است [۲].

یکی از ابتدایی ترین و در عین حال معمول ترین روش های اندازه گیری کارایی، استفاده از نسبت ها می باشد. ای نسبت ها در زمینه های مختلف مالی، اقتصادی و صنعتی بکار گرفته می شوند. در صورتی که کارایی به عنوان نسبتی از خروجی ها به ورودی ها تعریف شود، محاسبه و تحلیل آن برای واحدهای تک ورودی-نک خروجی آسان خواهد بود اما در اکثر مسادل دنیای واقعی با واحدهایی با چندین ورودی و خروجی رو به رو بوده و در نتیجه نیازمند روش هایی هستیم که با ترکیب ورودی ها و خروجی ها به صورت یک شاخص واحد، به معیار مناسبی جهت سنجش کارایی دست یابیم.

### دو مشخصه اساسی برای الگوی (DEA)

استفاده از الگوی DEA، برای ارزیابی نسبی واحدها، نیازمند تعیین دو مشخصه اساسی، ماهیت الگو و بازده به مقیاس الگو می باشد که در زیر به تشریح هر یک پرداخته می شود؛ ماهیت الگوی مورد استفاده:

الف: **ماهیت ورودی**، در صورتی که در فرایند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح خروجی ها، سعی در حداقل سازی ورودی ها داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده ورودی است.

ب: **ماهیت خروجی**، در صورتی که در فرایند ارزیابی با ثابت نگه داشتن سطح ورودی ها، سعی در افزایش سطح خروجی داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده خروجی است.

در الگوی DEA، با دیدگاه ورودی، به دنبال به دست آوردن ناکارایی فنی به عنوان نسبتی می باشیم که بایستی در ورودی ها کاهش داده شود تا خروجی، بدون تغییر بماند و واحد در مرز کارایی قرار گیرد. در دیدگاه خروجی، به دنبال نسبتی هستیم که باید خروجی ها افزایش یابند، بدون آنکه تغییر در ورودی ها به وجود آید تا واحد مورد نظر به مرز کارایی برسد. در الگوی CCR، مقادیر به دست آمده برای کارایی در دو دیدگاه مساوی هستند ولی در مدل BCC این مقادیر متفاوت هستند. علت انتخاب دیدگاه برای یک الگو DEA، در ارزیابی نسبی عملکرد واحدها ای است که در بعضی موارد مدیریت واحد هیچ کنترلی بر میزان خروجی ندارد و مقدار آن از قبل مشخص و ثابت می باشد. و برعکس در بعضی از موارد میزان ورودی ثابت و مشخص است و میزان تولید (خروجی) متغیر تصمیم است و در چنین شرایطی، دیدگاه خروجی مناسب می باشد. در نهایت انتخاب ماهیت ورودی و خروجی بر اساس میزان کنترل مدیر، بر هر یک از ورودی ها و خروجی ها تعیی می گردد [۷].

### بازده به مقیاس الگوی مورد استفاده:

بازده به مقیاس بیانگر پیوند بین تغییرات ورودی ها و خروجی های یک سیستم می باشد. یکی از توانایی های روش DEA، کاربرد الگوهای مختلف متناظر با بازده به مقیاس های متفاوت و همچنین اندازه گیری بازده به مقیاس واحدهاست.

الف: بازده به مقیاس ثابت: یعنی هر مضربی از ورودی‌ها همان مضرب از خروجی‌ها را تولید می‌کند. الگوی CCR بازده به مقیاس واحد‌ها را ثابت فرض می‌کند. بنابراین واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می‌شوند.  
ب: بازده به مقیاس متغیر: یعنی هر مضربی از ورودی‌ها، می‌تواند همان مضرب از خروجی‌ها یا کمتر از آن و یا بیشتر از آن را، در خروجی‌ها تولید کند. الگوی BCC بازده به مقیاس را متغیر فرض می‌کند [۸].

### برخی از مزایای روش: DEA

در ای روش واحد اندازه‌گیری حساس نیست و نهاده‌ها می‌توانند دارای واحدهای مختلفی باشند .

روش DEA یک روش مدیریتی است که کارایی واحدها را، به طور نسبی اندازه‌گیری می‌کند و راهکارهای مدیریتی ارائه می‌کند .

روش DEA، به مقایسه واحدها با یکدیگر می‌پردازد و از ایده ال‌گرایی محض به دور است .

روش DEA فقط کارایی را مشخص می‌کند و نقطه ضعف سایر سیستم‌های اندازه‌گیری که نوعی مطلق‌گرایی را دنبال می‌کنند، ندارند و کارا بودن در یک الگو یک کمیت دست‌یافتنی است [۹].

### محدودیت‌های الگوی DEA در مقایسه با سایر الگوها:

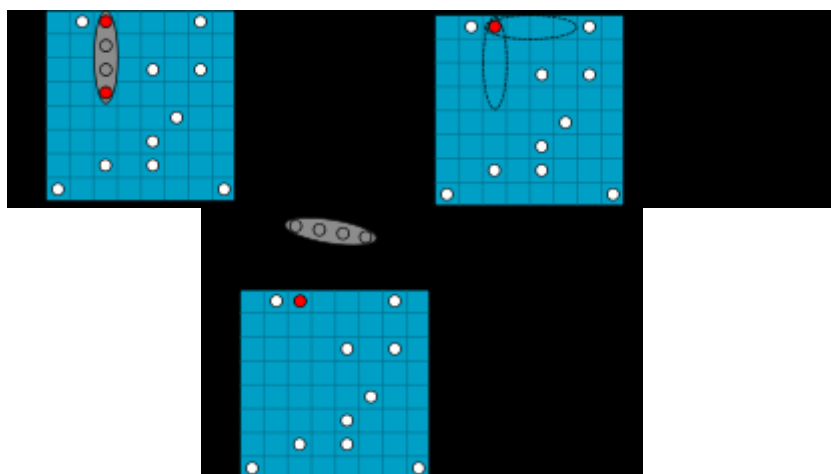
- چون DEA یک تکنیک ریاضی و عددی محض است از این رو خطاهای اندازه‌گیری ممکن است تغییرات عمده‌ای در نتیجه به همراه داشته باشد از این رو می‌بایست پس از شناسایی واحد کارا به کنترل مجدد داده‌ها و ستاده‌ها اقدام و از صحت آن اطمینان حاصل نمود .
- این روش صرفاً یک روش ریاضی و بر اساس برنامه‌ریزی خطی است و توانایی مقایسه متغیرهای کیفی واحدهای تصمیم‌گیری را ندارد .
- اگر تنها یکی از داده‌ها و ستاده‌های واحدهای تصمیم‌گیری تغییر کند، تغییرات اساسی در درجه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری پیش خواهد آمد .
- توافق کلی در مورد انتخاب داده‌ها و ستاده‌ها در این روش وجود ندارد [۹].

### شبیه‌سازی مونت کارلو

روش مونت-کارلو (به انگلیسی: Monte Carlo method) یک الگوریتم محاسباتی است که از نمونه‌گیری تصادفی برای محاسبه نتایج استفاده می‌کند. روش‌های مونت-کارلو معمولاً برای شبیه‌سازی سیستم‌های فیزیکی، ریاضیاتی و اقتصادی استفاده می‌شوند.



از طرف دیگر روش مونت کارلو یک طبقه از الگوریتم‌های محاسبه گر می‌باشند که برای محاسبه نتایج خود بر نمونه گیری‌های تکرار شونده ی تصادفی اتکاء می‌کنند. روش‌های مونته کارلو اغلب زمان انجام شبیه سازی یک سامانه ریاضیاتی یا فیزیکی می‌شوند استفاده می‌شوند. به دلیل اتکای آنها بر محاسبات تکراری و اعداد تصادفی یا تصادفی کاذب، روشهای مونته کارلو اغلب به گونه‌ای تنظیم می‌شوند که توسط رایانه اجرا شوند. گرایش به استفاده از روش‌های مونته کارلو زمانی بیشتر می‌شود که محاسبه پاسخ دقیق با کمک الگوریتم‌های قطعی ناممکن یا ناموجه باشد. روش‌های شبیه سازی مونته کارلو مخصوصا در مطالعه سیستمهایی که در آن تعداد زیادی متغیر با درجه آزادی‌های دو به دو مرتبط وجود دارد مفید است، از جمله این سیستمها می‌توان به سیالات، جامداتی که به شدت کوپل شده‌اند، مواد بی نظم و ساختارهای سلولی (مدل سلولی پاتز – Potts- را ببیند) اشاره نمود. از آن گذشته، روشهای مونته کارلو برای شبیه سازی پدیده‌هایی که عدم قطعیت زیادی در ورودی‌های آنها وجود دارد نیز مفید هستند، مثلا محاسبه ریسک در تجارت. همچنین این روش‌ها به طور گسترده‌ای در ریاضیات مورد استفاده قرار می‌گیرند: یک نمونه استفاده سنتی کاربرد این روشها در برآورد انتگرال‌های معین است، به خصوص انتگرال‌های چند بعدی با محدوده‌های مرزی پیچیده. واژه مونته کارلو در دهه ۱۹۴۰ (دهه ۱۳۱۰ شمسی) به وسیله فیزیکدانانی که روی پروژه ساخت یک سلاح اتمی در آزمایشگاه ملی لوس آلاموس آمریکا کار می‌کردند رایج شده‌است [۱۰].



روش مونته کارلو را می‌توان به بازی نبرد کشتی‌ها تشبیه کرد. ابتدا یکی از بازیکنان شلیک‌های تصادفی را انجام می‌دهد. سپس بازیکن از الگوریتم استفاده می‌کند (مثلا یک کشتی جنگی به فاصله چهار خانه در جهت عمودی یا افقی قرار گرفته‌است). در نهایت بر اساس خروجی نمونه‌های تصادفی و الگوریتم، بازیگر می‌تواند محل‌های احتمالی کشتی‌های جنگی بازیکن مقابل را حدس بزند

## تاریخچه

ریشه نام «مونت کارلو» از زبان ایتالیایی است و به اصلیت اسم شاهزاده کارلو سوم از موناکو بر می‌گردد که زیر نفوذ و حمایت دربار ایتالیا قرار داشت. تا قبل از سال ۱۸۶۱ که موناکو به شکلی خودمختار درآمد، زبان رسمی ایتالیایی بود، اما در یکصد سال گذشته، زبان رسمی به فرانسوی تغییر داده شد.

**مونت کارلو** (در فرانسوی: Monte-Carlo) نام منطقه‌ای است بسیار مشهور در کشور خودمختار موناکو واقع در اروپای غربی. جمعیت ساکن در مونت کارلو در حدود ۳۰۰۰ نفر را شامل می‌شود. منطقه مونت کارلو، ثروتمندترین منطقه از کشور خودمختار موناکو است.

نام **روش مونت کارلو** توسط تحقیقات فیزیکدانانی چون استنی سواف اولام، انریکو فرمی و جان فون نیومن شهرت فراوان یافت. این اسم مبدایی به یک کازینو ای در موناکو است که عمومی اولام برای قمار پول قرض می‌کرده‌است. تصادفی بودن و تکرار طبیعی فرایندها مشابه فعالیت‌های در کازینوها است [۱۰].

## کاربرد

روش‌های تصادفی برای محاسبه و آزمایش (که عموماً به عنوان شبیه سازی تصادفی شناخته می‌شوند) را بدون تردید می‌توان تا اولین پیشگامان نظریه احتمال دنبال کرد (سوزن بافون، کار جزیبی روی نمونه‌ها توسط ویلیام گوست)، ولی به طور ویژه می‌توان آن را در دوران قبل از محاسبات الکترونیکی دنبال کرد. تفاوت اساسی که معمولاً درباره روش شبیه سازی مونت کارلو بیان می‌شود این است که به طور اصولی نوع روش شبیه سازی را وارون می‌کند و نظر مسایل را با یافتن مدل مشابه احتمالی به خود جلب می‌کند. روش‌های پیشین برای شبیه سازی و مدل سازی آماری عموماً عکس این کار را انجام می‌دادند: استفاده از شبیه سازی برای امتحان کردن مسایل مشخص قطعی.

به هر حال همان طور که می‌دانیم مثال‌های دیدگاه «وارون» به صورت تاریخی نیز وجود دارند، آنها تا قبل از آمدن روش مونت کارلو به عنوان یک روش عمومی در نظر گرفته نمی‌شدند.

شاید معروفترین استفاده اخیر از این روش توسط انریکو فرمی در سال ۱۹۳۰ باشد، هنگامی که او از یک روش تصادفی برای دستیابی به خواص نوترون تازه کشف شده، استفاده کرد. همچنین روشهای مونت کارلو مرکزیت شبیه سازی مورد نیاز در پروژه منهتن را داشتند اگرچه که در آن زمان در استفاده از ابزارهای محاسباتی در محدودیت جدی قرار داشتند. بنابراین مونت کارلو در زمانی مورد مطالعه و بررسی توسط دانشمندان قرار گرفت که کامپیوترهای الکترونیکی برای اولین بار پا به عرصه گذاشتند. (از سال ۱۹۴۵ تا امروز).

در ۱۹۵۰ در لوس آلاموس برای تحقیقات جدیدی که درباره بمب‌های هیدروژنی آغاز شده بود مورد استفاده قرار گرفت و در رشته‌های فیزیک و شیمی فیزیک و تحقیق در عملیات مشهور شد. شرکت رند (Rand) و نیروی هوایی ایالات متحده دو سازمان مرتبط برای جمع‌آوری و ارسال اطلاعات درباره روشهای مونت کارلو در طول این زمان بوده‌است، و کاربردهای گسترده این روش را یافته‌اند. استفاده از روش مونت کارلو نیاز به استفاده مقادیر زیادی اعداد تصادفی دارد و این استفاده باعث کنار رفتن و عدم گسترش زاینده‌های اعداد شبه تصادفی بود [۴].

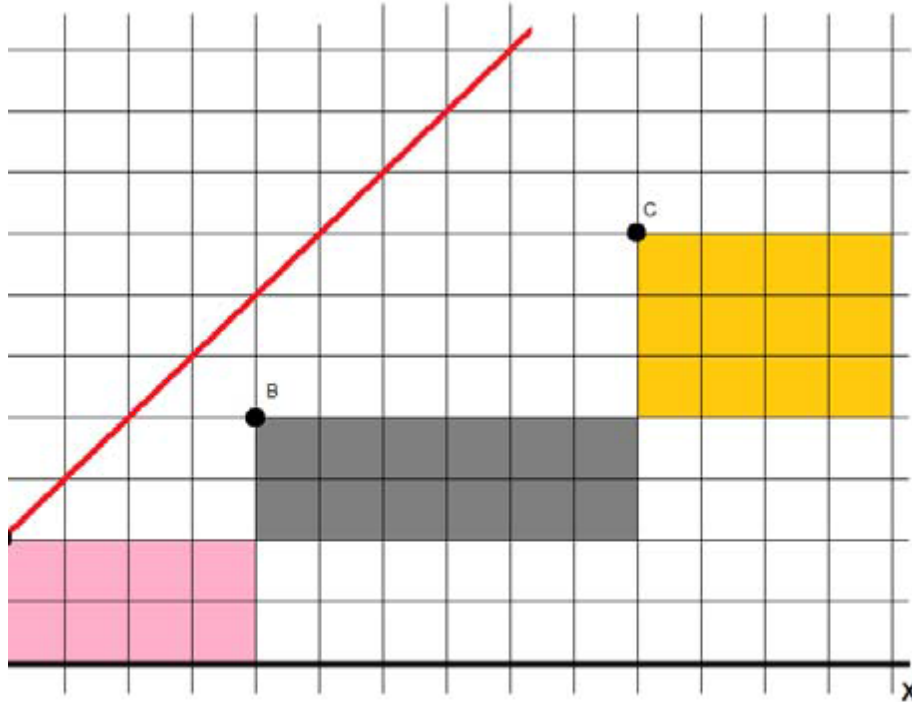
## DEA و شبیه سازی مونت کارلو

استفاده از روش مونت کارلو در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده (DMU) از روش های کارآمد در رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده میباشد. در روش مونت کارلو به صورت خلاصه به وسیله تولید نقاط تصادفی در ناحیه محدود حجم یک ناحیه را بدست

می آوریم. در این روش رتبه بندی از روش مونت کارلو برای بدست آوردن حجم (مساحت) ناحیه ای که یک واحد DMU آن را دامینیت می کند ولی (DMU) های دیگر آنرا دامینیت نمی کنند استفاده میکنیم و حجم بدست آمده برای DMU ها با یکدیگر مقایسه می شوند. و نسبت به این حجم رتبه بندی صورت می گیرد. به این صورت که هر DMU که حجم (مساحت) بیشتری بدست آورد در رتبه بالاتر قرار می گیرد [۳][۵].

رتبه بندی مونت کارلو

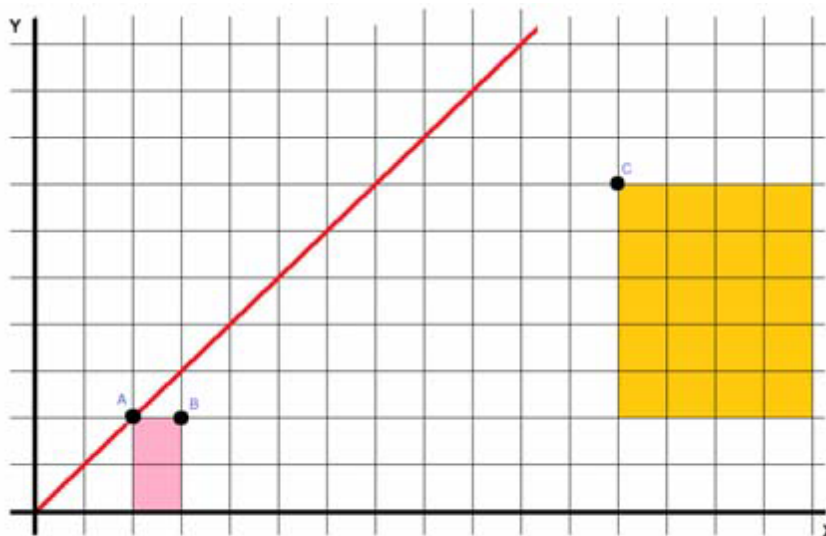
شکل های زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۱

DMU A مساحت ۸ واحد را بدست آورده و DMU B مساحت ۱۲ و DMU C مساحت ۱۲ واحد را لذا با این تفاسیر در رتبه بندی DMU B و DMU C رتبه اول و DMU C رتبه دوم را بدست می آورند.

حال در نظر بگیرید اصل بازه به مقیاس ثابت را برای فضای امکان تولید داشته باشیم . لذا اگر همه ورودی ها و همه خروجی ها را در عدد ثابتی ضرب کنیم ماهیت واحد تغییر نمی کند. با این وصف نباید رتبه بندی تغییر کند. ذکر این نکته ضروری است که رتبه هر واحد به حجمی که در بالا توصیف شد وابسته می باشد . حال اگر با ضرب ورودی ها و خروجی ها در عدد ثابت حجم وابسته به DMU یا حجم وابسته به DMU های دیگر تغییر کند ممکن است رتبه بندی تغییر کند. با این توضیحات همان شکل یک را با یک ورودی و یک خروجی در نظر بگیرید که فقط ورودی و خروجی واحد B در عدد  $1/2$  ضرب شده اند.



شکل ۲

در شکل ۲ مشاهده می شود که حجم (مساحت) بدست آمده برای هر واحد تغییر کرده و DMU C به تنهایی در رتبه اول و DMUA در رتبه دوم و DMU B در رتبه سوم قرار می گیرد.

مساله بعدی ناپارامتری است به این صورت که اگر DMU ها به صورت زیر باشند (یک ورودی و یک خروجی) با محدودیت  $x=3$  و  $y=200$ ،  $(1, 1)$ ،  $(2, 200)$  و  $(200, 1)$  در اینصورت حجم وابسته به DMU اول ۲ و حجم وابسته به DMU دوم ۱.۹۹ و حجم وابسته به DMU سوم صفر و در این صورت DMU3 با اینکه نزدیک به DMU 2 است رتبه سوم را بدست می آورد. با توجه به اینکه این مساله از مرتبه ورودی و خروجی یک است نشان دهنده این خواهد بود که در مرتبه های بالاتر این مساله جدی تر باشد [۳].

## منابع:

- ۱- مهرگان محمد رضا ، "مدلهای کمی در ارزیابی عملکرد سازمانها،تحلیل پوششی داده ها"، انتشارات دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، ۱۳۸۳
- ۲- معین الدینی، پرستو، هاشمی، سیما، " ارزیابی کارایی واحدهای اجرایی گمرک ایران از طریق روش تحلیل پوششی داده ها" ، مجلات : مدیرساز ، شماره 14 ، ازصفحه ۳۲ تا ۳۸ ، ۱۳۸۲
- ۳- عطار ایزدی حسین ، حسین زاده لطفی فرهاد، رستمی محسن، مهرجو راضیه، آقابابازاده زینب ، الهیار مریم، " بررسی روش رتبه بندی مونت کارلو" ، کنفرانس تحلیل پوششی داده ها ، دانشگاه مازندران، ۱۳۹۱
- ۴- جلیلی ، سیف اله ، "شبهه سازی های رایانه ای (دینامیک مولکولی و مونت کارلو) " ،انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی ، ۱۳۸۶

۵-G. R. Jahanshahloo, F. Hosseinzadeh Lotfi, H. Zhiane Rezai, F. Rezai Balf, Using Mont Carlo method for ranking efficient DMUS, Applied Mathematics and Computation 162(2005)371-379.

۶-Charns, A., Cooper, W.W., and Rhodes. E.L., " Measuring the efficiency of decision making units," European Journal of Operational Research, Vol. 2. pp. 424-449, 1978.

۷-Coeli,t.parsada,R.,and Battese ,E., "An introduction to efficiency and productivity analysis , "Bostone ,kluwer Academic pub , 1988.

۸-R.D.Banker ,R.M.Thrall , " Estimation of return to scale using data envelopment analysis ,european journal of operational research , 62,74-84,1992

۹-[www.deazone.com](http://www.deazone.com)

۱۰-[www.google.com](http://www.google.com)

## DEA & ROBUST

### تحلیل پوششی داد ها<sup>۱۹</sup>(DEA):

از جمله روش‌های پارامتریک برای اندازه‌گیری و مقایسه کارایی، استفاده از تابع تولید می‌باشد که عمده‌ترین مشکل آن دشوار بودن ایجاد تابع تولید می‌باشد. برای رفع این مشکل روش‌های ناپارامتریک بدون نیاز به تابع تولید مرزی که با استفاده مستقیم از داده‌ها، کارایی را اندازه‌گیری و تحلیل می‌نمایند پا به عرصه وجود گذاشتند. از جمله روش‌های ناپارامتریک، روش تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. روش تحلیل پوششی داده‌ها روشی ناپارامتریک برای ارزیابی نسبی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه و قابل اندازه‌گیری با استفاده از مدل‌های ریاضی خطی می‌باشد.

روش تحلیل پوششی داده‌ها برای اولین بار در سال ۱۹۷۸ توسط رودز به صورت تز دکتری مطرح و برای ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان مدارس ملی آمریکا به کار برده شد. اولین مقاله تحلیل پوششی داده‌ها در این سال توسط چارلز و همکاران به چاپ رسید و مدل ارائه شده در آن به مدل CCR معروف گردید. آن‌ها، با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی خطی ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه را با تخصیص وزن‌هایی که از حل مدل به دست می‌آیند به یک ورودی و یک خروجی تبدیل کرده و کار ارزیابی کارایی را انجام دادند. به طور خلاصه، می‌توان تحلیل پوششی داده‌ها را یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دانست که با استفاده از مشاهداتی، تابع تولید و یا مرز کارایی حاصل از این مشاهدات را تخمین زده و کارایی هر مشاهده را در مقایسه با آن می‌سنجد.

در ابتدا لازم است آشنایی با مفاهیم پایه‌ای در مورد تحلیل پوششی داده‌ها پیدا کنیم.

<sup>19</sup> - Data Envelopment Analysis

بازده به مقیاس ۲۰ الگوی مورد استفاده: بر اساس کارکرد واقعی واحد های تصمیم گیری، می توان بازه به مقیاس را به صورت رابطه بین تغییرات ورودی ها و متعاقب آن تغییرات خروجی ها تعریف نمود. به عبارت دیگر بازده به مقیاس به طور جبری از طریق بررسی رابطه بین افزایش در عوامل تولید و مقدار محصول ایجاد شده مورد بررسی قرار می گیرد.

بر اساس تعریف فوق سه حال ممکن است ایجاد شود:

۱. با افزایش در ورودی ها، خروجی ها با نسبتی بیش از نسبت افزایش در ورودی ها، افزایش یابند.
۲. با افزایش در ورودی ها، خروجی ها با نسبتی برابر با نسبت افزایش در ورودی ها، افزایش یابند.
- ۳- با افزایش در ورودی ها، خروجی ها با نسبتی کمتر از نسبت افزایش در ورودی ها، افزایش یابند.

در سال ۱۹۸۴، بنکر و همکاران با ارائه اصول اولیه ای، علاوه بر این که مدل **CCR** را بر اساس این اصول مجدداً فرمول بندی کردند، مدل دیگری را نیز طراحی کردند که به مدل **BCC** معروف گردید. تفاوت این دو مدل در این است که مدل **CCR** دارای بازده نسبت به مقیاس تولید ثابت و مدل **BCC** دارای بازده نسبت به مقیاس تولید متغیر است.

مدل های **CCR** و **BCC** مقدار کارائی برابر یک را به واحدهای کارا و مقدار مثبت کمتر از یک را به واحدهای ناکارا اختصاص می دهند. لذا، بر اساس میزان کارائی واحدهای ناکارا می توان آنها را رتبه بندی کرد ولی واحدهای کارا رتبه بندی نمی گردند. برای رتبه بندی واحدهای کارا، اندرسون و پیترسون در سال ۱۹۹۳ مدلی را ارائه دادند.

روش تحلیل پوششی داده ها (**DEA**) به عنوان یک ابزار اهمیت فزاینده ای در ارزیابی و بهبود عملکرد فعالیت های تولیدی و خدماتی دارد و کاربرد این در بسیاری از زمینه ها گسترده شده است.

تحلیل پوششی داده ها تکنیکی است که کلیه مشاهدات گردآوری شده برای اندازه گیری کارایی را استفاده می کند برخلاف روش رگرسیون که با میانگین سازی در مقایسه ی واحد ها به بهترین عملکرد موجود در مجموعه واحد های تحت بررسی دست می یابد، "تحلیل پوششی داده ها" هر کدام از مشاهدات را در مقایسه با مرز کارا بهینه می کند.

به طور کلی مدل های تحلیل پوششی داده ها به دو گروه "ورودی محور" و "خروجی محور" تقسیم می شوند

### مدل تحلیل پوششی داده ها

مدل تحلیل پوششی داده ها یک مدل تحلیل بهره وری چند معیاره برای اندازه گیری کارایی نسبی مجموعه ای همگن از واحدهای تصمیم گیری<sup>۲۱</sup> (**DMU**) می باشند. نمره کارایی با توجه به عوامل ورودی و خروجی چندگانه به صورت زیر تعریف می شود.

$$E_1 = \frac{\sum_{k=1}^s v_k Y_{ki}}{\sum_{j=1}^m u_j X_{ji}} \quad i = 1, \dots, n$$

$m$ : تعداد داده ها

$s$ : تعداد ستاده ها

$u_j$ : وزن داده  $i$ ام

$v_k$ : وزن ستاده  $k$ ام

<sup>۲۰</sup> Return to Scale

21 -Decision Making Unit (DMU)

$x_{ji}$ : مقدار داده  $j$ ام از واحد  $i$

$y_{ki}$ : مقدار ستاده  $k$ ام از واحد  $i$

چون می‌خواهیم تنها بر اساس اطلاعات در دسترس کار کنیم، تعریف نهایی کارایی نسبی در تحلیل پوششی داده‌ها را به صورت زیر مطرح می‌کنیم یک **DMU** بر اساس شواهد موجود ۱۰۰٪ کارآمد است، اگر و فقط اگر، عملکرد دیگر **DMU**ها نشان ندهد که می‌توان برخی داده‌ها یا ستاده‌های آن واحد را بهبود داد و در عین حال داده‌ها یا ستاده‌های دیگر آن واحد بدتر نشوند.

بر این اساس به هر واحد تصمیم‌گیری اجازه داده می‌شود تا مجموعه‌ای از وزن‌ها را برگزیند که آن واحد را در مطلوب‌ترین وضعیت نسبت به دیگر واحدها نشان دهد. با فرض اینکه  $n$  تعداد واحدهای تصمیم‌گیری (**DMUs**) است، و با تعریف متغیرهای مشابه رابطه (۱)، نمره کارایی نسبی هر واحد تصمیم‌گیری  $p$  با حل مدل پیشنهاد شده توسط چارنز به دست می‌آید. مدل اولیه **DEA** "یک مدل کسری خطی" است که برای حل آن با اعمال تغییر متغیرهای مناسب، می‌توان آن را به یک مساله برنامه‌ریزی خطی به صورت زیر تبدیل کرد:

مدل (۱):

$$\text{Max} \sum_k v_k y_{kp}$$

st:

$$\sum_j u_j x_{jp} = 1$$

$$\sum_k v_k y_{ki} - \sum_j u_j x_{ji} \leq 0 \quad \forall i$$

$$v_k, u_j \geq 0 \quad \forall k, j$$

مسئله فوق در تعیین کارایی نسبی هر یک از **DMU**ها  $n$  بار اجرا شود. هر **DMU** وزن‌های ورودی و خروجی را انتخاب می‌کند که نمره بازدهی‌اش را حداکثر می‌کند. به طور کلی، یک **DMU** کارا محسوب می‌شود اگر امتیاز بازدهی آن برابر با ۱ شود و اگر امتیاز آن کمتر از ۱ شود ناکارآمد است.

### مدل BCC

یکی از ویژگی‌های مدل "تحلیل پوششی داده‌ها" ساختار بازده به مقیاس آن می‌باشد. بازده به مقیاس می‌تواند ثابت یا متغیر باشد. بازده به مقیاس بدان معناست که افزایش در مقدار ورودی منجر به افزایش در مقدار خروجی به همان نسبت می‌شود. در بازده متغیر، افزایش خروجی بیشتر یا کمتر از نسبت افزایش در ورودی است.

### مدل BCC پوششی خروجی محور

مدل BCC برای ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی (P) به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Max } Y_p = \theta$$

St:



$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j \leq X_{ip} \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j \geq \theta Y_{rp} \quad (r=1,2,\dots,s)$$

$$\sum_{j=0}^n \lambda_j = 1 \quad (j=1,2,\dots,n)$$

$$j \geq 0 \lambda \quad \theta \text{ آزاد در علامت}$$

## روش اندرسون – پترسون

در سال ۱۹۹۳ اندرسون و پترسون<sup>۲۲</sup> روشی را برای رتبه‌بندی واحدهای کارا پیشنهاد کردند که امکان تعیین کاراترین واحد را میسر می‌سازد. با این تکنیک امتیاز واحد های کارا می‌تواند از یک بیشتر شود به این ترتیب، واحدهای کارا نیز مانند واحد های غیر کارا می‌توانند رتبه‌بندی گردند. رتبه‌بندی واحدهای کارا به صورت زیر انجام می‌گیرد.

**قدم اول:** مدل پوششی BCC را برای واحدهای تحت بررسی حل کنید تا واحدهای کارا و غیر کارا مشخص شوند.

**قدم دوم:** فقط واحد های کارایی که امتیاز آن ها در قدم اول معادل یک شده را در نظر بگیرید و از مجموعه محدودیت قدم اول، محدودیت مربوط به آن واحد را حذف و دوباره مدل را حل کنید.

## مدل Super-efficiency DEA (SDEA)

$$\theta^* = \min \theta_0$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} \leq \theta_0 \bar{x}_{i0} \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} \geq \bar{y}_{r0} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

مدل یک ارتباط کارایی N تا DMU با M ورودی و N خروجی را ارزیابی می‌نماید. در این مدل چندین DMU می‌توانند امتیاز یک را کسب نمایند. همچنین نمی‌توانند به صورت واقعی DMU را رتبه‌بندی کنند. اندرسون و پترسون<sup>۲۳</sup> یک رویکرد جدید به نام "super-efficiency" را ارائه نمودند. امتیاز کارایی با حذف داده‌های DMU با ارزیابی مجموعه‌ای از جواب‌ها بدست می‌آید. مدل اندرسون و پترسون به صورت زیر فرموله می‌گردد.

<sup>۲۲</sup>Anderson & Peterson  
23 Andersen and Petersen

$$\begin{aligned}
\theta_S^* &= \min \theta_o^S \\
\text{s.t.} \\
\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} &\leq \theta_o^S \bar{x}_{io} \quad i = 1, \dots, m \\
\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} &\geq \bar{y}_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\
\lambda_j &\geq 0 \quad j = 1, \dots, n.
\end{aligned} \tag{2}$$

مدل DMU دوم امتیاز DMU را با حذف کردن محدودیت‌ها محاسبه می‌کند. اگرچه مدل دوم کارایی DMU را با استفاده از مدل یک بدست می‌آورد اما می‌تواند برای ارزیابی و رتبه‌بندی همه DMU استفاده گردد.

#### مدل Robust super-efficiency DEA (RSDEA) :

مدل دوم به هر بردار ورودی و خروجی غیر قطعی اجازه ورود نمی‌دهد. اگرچه در دنیای واقعی اختلال و انحراف از داده‌ها وجود دارد. بنابراین گسترش مدل دوم حتمی می‌گردد. پایداری بهینه<sup>۲۴</sup> برای تعدیل داده‌های غیر قطعی بکار می‌رود. اگر چه این رویکرد کلاسیک با عدم قطعیت در برنامه ریزی احتمالی<sup>۲۵</sup> سروکار دارد. پایداری بهینه برای تحلیل حساسیت و برنامه ریزی احتمالی به کار می‌رود. پیرو بن تال و نمیروسکی<sup>۲۶</sup> فرض می‌گردد که بردار ورودی و خروجی از ارزش اسمی  $x_{ij}$  و  $y_{rj}$  با اعداد تصادفی انحرافی بدست می‌آید.

$$x_{ij} = \bar{x}_{ij} + \varepsilon \zeta_{ij} \bar{x}_{ij} = \bar{x}_{ij}(1 + \varepsilon \zeta_{ij}), \tag{3}$$

$$y_{rj} = \bar{y}_{rj} + \varepsilon \zeta_{rj} \bar{y}_{rj} = \bar{y}_{rj}(1 + \varepsilon \zeta_{rj}), \tag{4}$$

در حالیکه  $\varepsilon > 0$  سطح عدم قطعیت را می‌دهد (درصد انحراف)  $\varepsilon_{ij}$  مستقل از توزیع با قرینه متغیرهای تصادفی در بازه  $[-1, 1]$  می‌باشد. با جایگزینی معادلات ۳ و ۴ در مدل دوم مدل پایه‌ای "super-efficiency" پایدار در تحلیل پوششی داده‌ها به صورت زیر ارائه می‌گردد:

---

24 robust optimization  
25 stochastic programming  
26 Ben-Tal and Nemirovski

$$\theta_{RS}^* = \min \theta_o^{RS}$$

s.t.

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} (1 + \varepsilon \zeta_{ij}) - \theta_o^{RS} \bar{x}_{io} (1 + \varepsilon \zeta_{io}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$\bar{y}_{ro} (1 + \varepsilon \zeta_{rj}) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} (1 + \varepsilon \zeta_{ro}) \leq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

در مدل ۵ مجموعه ضریب ردیف  $i$  که به صورت عدم قطعیت با  $j_i$  و  $j \in J_i$  ارائه می گردد. مدل ۵ را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\theta_{RS}^* = \min \theta_o^{RS}$$

s.t.

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0_i}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} - \theta_o^{RS} \bar{x}_{io} + \varepsilon \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0 \\ j \in J_i}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} \zeta_{ij} + \theta_o^{RS} \bar{x}_{io} \zeta_{io} \right) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (6)$$

$$\bar{y}_{ro} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} + \varepsilon \left( \bar{y}_{io} \zeta_{io} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 0 \\ j \in J_i}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} \zeta_{rj} \right) \leq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

فرض می شود که داده ها به صورت عدم قطعیت در مجموعه  $U$  هست که به صورت نرمالیزه از شعاع یک دایره  $\Omega$  می باشد

$$U = \{\zeta \mid \|\zeta\|_2 \leq \Omega\}, \quad (7)$$

در حالیکه  $\|x\|_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^n x_j^2}$  به صورت قاعده اقلیدوسی در مدل ۶ محدودیت با انحراف سرایت می کنند نباید از همه شرایط تجاوز کنند. بنابراین مدل ۶ به مدل ۸ تبدیل می گردد.

$$\theta_{RS}^* = \min \theta_o^{RS}$$

s.t.

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} - \theta_o^{RS} \bar{x}_{io} + \max_{s.t. \|\zeta\|_2 \leq \Omega} \left\{ \varepsilon \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o \\ j \in I_i}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} \zeta_{ij} + \theta_o^{RS} \bar{x}_{io} \zeta_{io} \right) \right\} \leq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\bar{y}_{ro} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} + \max_{s.t. \|\zeta\|_2 \leq \Omega} \left\{ \varepsilon \left( \bar{y}_{io} \zeta_{io} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o \\ j \in I_i}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} \zeta_{rj} \right) \right\} \leq 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (8)$$

مطابق با بن تال و نمبروسکی، مدل ۵ با استفاده از مدل درجه دوم مخروطی ۹ ارائه می‌شود.

$$\theta_{RS}^* = \min \theta_o^{RS}$$

s.t.

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} - \theta_o^{RS} \bar{x}_{io} + \varepsilon \Omega \sqrt{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o \\ j \in I_i}}^n \lambda_j^2 \bar{x}_{ij}^2 + (\theta_o^{RS} \bar{x}_{io})^2} \leq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o}}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} - \varepsilon \Omega \sqrt{\bar{y}_{ro}^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq o \\ j \in I_i}}^n \lambda_j^2 \bar{y}_{rj}^2} \geq \bar{y}_{io}, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

در مدل ۹ احتمال اینکه محدودیت  $i$  از  $k = \exp\left(\frac{-\Omega^2}{2}\right)$  تخطی کند در حالیکه  $k$  سطح اطمینان (بن تال و نمبروسکی) می‌باشد. بنابراین سطح اطمینان از کنترل زمانی  $\Omega$  تغییر می‌یابد.

### نتیجه‌گیری

تقریباً در اغلب مدل‌های واقعی تعیین داده‌های درست برای ورودی و خروجی در تحلیل پوششی داده‌ها غیر ممکن به نظر می‌آید. به عبارت دیگر داده‌های غیر قطعی و کاربرد آن در مدل‌های دقیق می‌تواند منجر به نتایج نادرست گردد. رویکردهای متفاوتی برای مدل کردن داده‌های غیر قطعی وجود دارد. رویکرد مدل‌های کلاسیک در تحقیق در عملیات تحت فرضیات غیر قطعی مملوء از کارکردهای احتمالی می‌باشد. در

حقیقت خیلی از مدل‌های غیر قطعی به صورت برنامه‌ریزی احتمالی (SP) می‌باشد. اخیراً بهینه کردن پایداری که می‌تواند کامل‌کننده تحلیل حساسیت و برنامه‌ریزی احتمالی باشد معرفی شده است.

## منابع

مهرگان، محمد رضا، (۱۳۸۷). ارزیابی عملکرد سازمان‌ها: رویکردی کمی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها. چاپ دوم، مدیریت دانشگاه تهران، صفحه ۱۲۵-۱۲۶

Charnes, A., Cark, T., Cooper, W.W. and Golnay, B. (1986), "A developmental study of data envelopment analysis In measuring the efficiency of maintenance units In the U.S. forces", *Journal of Interfaces*, Vol. 16 No. 6, PP.35-49

Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W.W. (1984), "Some models for estimation technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis", *Journal of Management Science*, Vol. 30 No. 9, PP.1078-1092

A robust super-efficiency data envelopment analysis model for ranking of Provincial gas companies in Iran S.J. Sadjadi H. Omrani , S. Abdollahzadeh b, M. Alinaghian H. Mohammad Expert Systems with Applications 2011

A bootstrapped robust data envelopment analysis model for efficiency estimating of telecommunication companies in Ira S.J. Sadjadi H.Omrani Telecommunications Policy 2010

A robust super-efficiency data envelopment analysis model for ranking of provincial gas companies in Iran S.J. Sadjadi a, H. Omrani a,b, S. Abdollahzadeh b, M. Alinaghian a, H. Mohammadi Expert Systems with Applications 2011

## مالم کوئیست و DEA

مقدمه:

ارزیابی عملکرد سازمانها در جهت گیری تصمیمات آتی آنها نقش اساسی دارد. در این راستا می‌بایست میزان کارایی و بهره‌وری سازمانها مورد محاسبه قرار گیرد تا از این طریق بتوان در تصمیم سازی‌های آتی روند رشد اقتصادی را زیر نظر داشت. در عصر حاضر دستیابی به رشد اقتصادی از طریق ارتقای بهره‌وری از مهمترین اهداف اقتصادی کشورها به شمار می‌رود. ارتقای بهره‌وری با استفاده بهینه از عوامل تولید حاصل می‌گردد و در نیل به رشد اقتصادی مستمر و تولید پایدار نقش مهمی را ایفا می‌کند. (۵)

### اهمیت و جایگاه بهره‌وری

امروزه رقابت در عرصه تولید و تجارت جهانی به واسطه کمرنگ شدن مرزهای اقتصادی ابعاد دیگری یافته و کوشش در جهت ارتقا و بهبود بهره‌وری بر اساس عقلانیت اقتصادی، همواره می‌باید مورد تاکید و توجه قرار گیرد. لیکن بهبود بهره‌وری مستلزم عملیاتی کردن توان بالقوه‌است. از این رو این حرکت نیاز به یک ابزار محرک دارد و مناسب‌ترین محرک «رقابت» در صحنه داخلی و بازارهای خارجی است. ارتقای بهره‌وری سبب پیشرفت و توسعه یافتگی می‌شود و اکثر کشورهای توسعه یافته و در حال توسعه به منظور اشاعه نگرش به مقوله بهره‌وری و تعمیم بکارگیری فنون و روش‌های ارتقای آن، سرمایه گذاری‌های زیادی انجام داده‌اند. بررسی عملکرد کشورهایی که طی چند دهه اخیر رشد اقتصادی قابل توجهی داشته‌اند حاکی از آن است که اکثر این کشورها رشد را از طریق ارتقای بهره‌وری بدست آورده‌اند. (۵)

### تاریخچه و مفاهیم کلی بهره‌وری

بهره‌وری یا productivity یکی از مفاهیم مهم در اقتصاد به شمار می‌آید که رابطه بین استفاده از عوامل تولید و محصول تولید شده را نشان می‌دهد. تعاریف مختلفی از بهره‌وری ارائه شده‌است که همگی آنها در این نکته که بهره‌وری رابطه‌ای بین نهاده‌ها و ستاده‌ها می‌باشد مشترکند. به بیان دیگر بهره‌وری به معنی متوسط تولید بازای هر واحد از کل نهاده‌ها است بطوری که اگر تولید بازای هر واحد از نهاده‌ها افزایش یابد، به مفهوم افزایش بهره‌وری و عکس آن به معنای کاهش بهره‌وری است. با توجه به نوع نهاده‌ای که در فرآیند تولید بکار می‌رود می‌توان انواع شاخص‌های بهره‌وری را تعریف کرد. (۵)

### تاریخچه و مفاهیم کلی بهره‌وری

بهره‌وری یا **productivity** یکی از مفاهیم مهم در اقتصاد به شمار می‌آید که رابطه بین استفاده از عوامل تولید و محصول تولید شده را نشان می‌دهد. تعاریف مختلفی از بهره‌وری ارائه شده‌است که همگی آنها در این نکته که بهره‌وری رابطه‌ای بین نهاده‌ها و ستاده‌ها می‌باشد مشترکند. به بیان دیگر بهره‌وری به معنی متوسط تولید بازای هر واحد از کل نهاده‌ها است بطوری که اگر تولید بازای هر واحد از نهاده‌ها افزایش یابد، به مفهوم افزایش بهره‌وری و عکس آن به معنای کاهش بهره‌وری است. با توجه به نوع نهاده‌ای که در فرآیند تولید بکار می‌رود می‌توان انواع شاخص‌های بهره‌وری را تعریف کرد. (۵)

### مفاهیم کارایی، اثر بخشی و بهره‌وری

کارایی اثر بخشی و بهره‌وری مفاهیم متفاوتی دارند که گاهی اشتباه‌ها به جای یکدیگر به کار برده می‌شوند. بطور کلی بهره‌وری را می‌توان ترکیبی از کارایی و اثربخشی دانست. (۵)

### کارایی

کارایی نشان می‌دهد که یک سازمان تا چه میزان از نهاده‌ها به طور بهینه در جهت تولید ستاده‌ها استفاده کرده‌است و عبارتی نشان‌دهنده «صحیح انجام دادن کار» است. به این معنی که از حداقل نهاده‌ها حداکثر محصول برداشت شود. (۵)

### بهره‌وری

بهره‌وری ترکیبی از کارایی و اثر بخشی می‌باشد. به عبارت دیگر عملکرد سازمان در صورتی بهره‌ور خواهد بود که کارا و اثر بخش باشد و هر کدام به تنهایی نشان دهنده افزایش بهره‌وری نیست. پس در مقوله بهره‌وری اولاً کاری که انجام می‌شود باید کار درست و مفیدی باشد ثانیاً این کار به بهترین نحو انجام پذیرد و در راستای اهداف باشد. بر اساس مباحثی که گذشت در یک سازمان تعدادی ورودی برای تولید تعدادی خروجی به کار می‌روند که خروجی‌ها می‌بایست در راستای اهداف سازمانی قرار بگیرند. این موضوع در شکل زیر نشان داده شده‌است در یک سازمان اگر میزان استفاده مطلوب از ورودی‌ها را در جهت تولید خروجی‌ها بسنجیم در واقع میزان کارایی را سنجیده‌ایم. اگر میزان تحقق اهداف را از خروجی‌های تولید شده بسنجیم در واقع میزان اثربخشی را سنجیده‌ایم و از ترکیب این دو می‌توان مفهوم بهره‌وری را به این صورت استخراج کرد که به چه میزان اهداف سازمان با استفاده از ورودی‌ها تحقق یافته‌است (۵)

### تحلیل پوششی داده‌ها

یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در این زمینه، تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد که به عنوان یک روش غیر پارامتری به منظور محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده می‌شود. امروزه استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها با سرعت زیادی در حال گسترش بوده و در ارزیابی سازمانها و صنایع مختلف مانند صنعت بانکداری، پست، بیمارستانها، مراکز آموزشی، نیروگاهها، پالایشگاه‌ها و... استفاده می‌شود. توسعه‌های زیادی از جنبه تئوری و کاربردی در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها اتفاق افتاده که شناخت جوانب مختلف آن را برای به کارگیری دقیقتر اجتناب ناپذیر می‌کند. استفاده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف سازمان را در شاخصهای مختلف تعیین کرده و با ارائه میزان مطلوب آنها، خط مشی سازمان را به سوی ارتقای کارایی و بهره‌وری مشخص می‌کند. همچنین الگوهای کارا که ارزیابی واحدهای ناکارا بر اساس آنها انجام گرفته‌است به واحدهای ناکارا معرفی می‌شوند. الگوهای کارا واحدهایی هستند که با ورودی‌های مشابه واحد ناکارا خروجی‌های بیشتر یا همان خروجی‌ها را با استفاده از ورودی‌های کمتر تولید کرده‌اند. این تنوع وسیع در نتایج است که موجب شده استفاده از این تکنیک با سرعت فزاینده‌ای رو به گسترش باشد. همین امر موجب شده‌است که این تکنیک از بعد تئوری نیز رشد فزاینده‌ای داشته باشد و به یکی از شاخه‌های فعال در علم تحقیق در عملیات تبدیل شود.

واژه DEA مخفف Data Envelopment Analysis می‌باشد که به معنی تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده ای (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه‌گیری کارایی به دلیل اهمیت

آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود. (۳,۴,۵,۶)

چارنز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارائه کردند که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها، نام گرفت و اول بار، در رساله دکترای ادوارد رودز و به راهنمایی کوپر تحت عنوان ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس ملی آمریکا در سال ۱۹۷۶، در دانشگاه کارنگی مورد استفاده قرار گرفت (مهرگان: ۱۳۸۳).

از آن جا که این الگو توسط چارنز، کوپر و رودرز ارائه گردید، به الگوی (CCR) که از حروف اول نام سه فرد یاد شده تشکیل شده است، معروف گردید و در سال ۱۹۷۸ در مقاله ای با عنوان اندازه گیری کارایی واحد های تصمیم گیرنده ارائه شد (چارنز: ۱۹۷۸).

در واقع تحلیل پوششی داده ها مبتنی بر یکسری بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی می باشد که به آن روش ناپارامتریک نیز گفته می شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که بوسیله برنامه ریزی خطی تعیین می شود ایجاد می گردد. برای تعیین این نقاط می توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه ریزی خطی پس از یک سری بهینه سازی مشخص می کند که آیا واحد تصمیم گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟ بدین وسیله واحد های کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می شوند. تکنیک DEA تمام داده ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده ها نامیده شده است. (معین الدینی ۱۳۸۲).

یکی از ابتدایی ترین و در عین حال معمول ترین روش های اندازه گیری کارایی، استفاده از نسبت ها می باشد. ای نسبت ها در زمینه های مختلف مالی، اقتصادی و صنعتی بکار گرفته می شوند. در صورتی که کارایی به عنوان نسبتی از خروجی ها به ورودی ها تعریف شود، محاسبه و تحلیل آن برای واحدهای تک ورودی-تک خروجی آسان خواهد بود اما در اکثر مسایل دنیای واقعی با واحدهایی با چندین ورودی و خروجی رو به رو بوده و در نتیجه نیازمند روش هایی هستیم که با ترکیب ورودی ها و خروجی ها به صورت یک شاخص واحد، به معیار مناسبی جهت سنجش کارایی دست یابیم. (۵,۴,۳,۶)

#### دو مشخصه اساسی برای الگوی (DEA)

استفاده از الگوی DEA، برای ارزیابی نسبی واحدها، نیازمند تعیین دو مشخصه اساسی، ماهیت الگو و بازده به مقیاس الگو می باشد که در زیر به تشریح هر یک پرداخته می شود؛ ماهیت الگوی مورد استفاده:

الف: ماهیت ورودی، در صورتی که در فرایند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح خروجی ها، سعی در حداقل سازی ورودی ها داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده ورودی است.

ب: ماهیت خروجی، در صورتی که در فرایند ارزیابی با ثابت نگه داشتن سطح ورودی ها، سعی در افزایش سطح خروجی داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده خروجی است.

در الگوی DEA، با دیدگاه ورودی، به دنبال به دست آوردن ناکارایی فنی به عنوان نسبتی می باشیم که بایستی در ورودی ها کاهش داده شود تا خروجی، بدون تغییر بماند و واحد در مرز کارایی قرار گیرد. در دیدگاه خروجی، به دنبال نسبتی هستیم که باید خروجی ها افزایش یابند، بدون آنکه تغییر در ورودی ها به وجود آید تا واحد مورد نظر به مرز کارایی برسد.

در الگوی CCR، مقادیر به دست آمده برای کارایی در دو دیدگاه مساوی هستند ولی در مدل BCC این مقادیر متفاوت هستند. علت انتخاب دیدگاه برای یک الگو DEA، در ارزیابی نسبی عملکرد واحدها ای است که در بعضی موارد مدیریت واحد هیچ کنترلی بر میزان خروجی ندارد و مقدار آن از قبل مشخص و ثابت می باشد. و برعکس در بعضی از موارد میزان ورودی ثابت و مشخص است و میزان تولید (خروجی) متغیر



تصمیم است و در چنین شرایطی، دیدگاه خروجی مناسب می باشد. در نهایت انتخاب ماهیت ورودی و خروجی بر اساس میزان کنترل مدیر، بر هر یک از ورودی ها و خروجی ها تعیی می گردد (کولی و باتیس: ۱۹۹۸) (۳،۴،۵،۶)

بازده به مقیاس الگوی مورد استفاده:

بازده به مقیاس بیانگر پیوند بین تغییرات ورودی ها و خروجی های یک سیستم می باشد. یکی از توانایی های روش DEA، کاربرد الگوهای مختلف متناظر با بازده به مقیاس های متفاوت و همچنین اندازه گیری بازده به مقیاس واحدهاست.

الف: بازده به مقیاس ثابت: یعنی هر مضربی از ورودی ها همان مضرب از خروجی ها را تولید می کند. الگوی CCR بازده به مقیاس واحد را راثابت فرض می کند. بنابراین واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می شوند.

ب: بازده به مقیاس متغیر: یعنی هر مضربی از ورودی ها، می تواند همان مضرب از خروجی ها یا کمتر از آن و یا بیشتر از آن را، در خروجی ها تولید کند. الگوی BCC بازده به مقیاس را متغیر فرض می کند (بانکر و ترال: ۱۹۹۲)

انواع الگوهای DEA

الگوهای DEA به طور کلی عبارتند از: الگوی CCR الگوی BCC

الگوی CCR :

این الگو دارای بازده ثابت به مقیاس است و سعی دارد، با انتخاب وزن های بهینه، برای متغیرهای ورودی و خروجی واحد تحت بررسی، کسر کارایی این واحد (واحد صفر) را، به گونه ای بیشتر کند که کارایی سایر واحدها، از حد بالای یک، تجاوز نکنند. این الگو در دو ماهیت ورودی و خروجی و در سه شکل کسری، مضربی و پوششی مطرح شده است و در ادامه، به بیان فرم های مختلف در بیان فرم های مختلف در ماهیت ورودی می پردازیم. با توجه به ویژگی فرم پوششی، الگوی CCR در ماهیت ورودی با شکل پوششی، برای این نوشته انتخاب شد. بنابراین در این قسمت، تنها به تشریح این شکل از CCR در ماهیت ورودی می پردازیم.

در تحلیل پوششی داده ها دوگان فرم مضربی همواره شکل پوششی را نتیجه می دهد در صورتی که، دوگان فرم مضربی CCR را بنویسیم شکل پوششی CCR به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{Min } \theta + \epsilon [\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+]$$

s.t

$$y_{rp} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ \quad r=1,2,\dots,s$$

$$\theta x_{ip} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- \quad i=1,2,\dots,m$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,n$$

$$s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad r=1,2,\dots,s, i=1,2,\dots,m$$

همانگونه که در شکل پوششی دیده می شود، متغیر متناظر با محدودیت مساوی در فرم مضربی آزاد در علامت می باشد. در این الگو انتخاب هر بردار  $\lambda$  مجاز، یک حد بالا برای ستاده ها و یک حد پایین برای  $dmu$  ایجاد می کند و در مقابل ای محدودیت ها ای مرتبط با  $\lambda \geq 0$  گزینه بهینه برای مرتبط شدن با  $\min \theta = \theta$  را ارائه می دهد.

الگوی پوششی، مجموعه ای از راه حل ها را ارائه می دهد. این راه حل ها، حد بالایی ایجاد می کند که تمام مشاهدات را می پوشاند و به عنوان تحلیل پوششی داده ها عینیت می بخشد. شکل پوششی این امکان را می دهد که ترکیب محدب ایجاد شده، برای هر واحد ناکارا و میزان دخیل بودن واحدهای کارا در این ترکیب  $\lambda$  مشخص شود. بنابراین، مزیت اساسی شکل پوششی در نوع جوابی است که برای کارایی واحد های مختلف به دست می دهد.

جواب شکل پوششی در ماهیت ورودی به طور مستقیم میزان کارایی نسبی واحد تحت بررسی را نشان می دهد در صورتی که به دست آمده برای یک واحد مساوی یک باشد، بدین مفهوم است که واحد تحت بررسی یا DMU کارا است و در صورتی که مقدار آن کوچکتر از یک باشد DMU یا واحد تحت بررسی ناکارا می باشد (بولین: ۲۰۰۰) (۳,۴,۵,۶)

الگوی BCC :

این مدل بر اساس حرف اول نام پدید آورندگان یعنی بنکر، چارنز و کوپر نامگذاری شده است. بر خلاف مدل CCR که فرض بر بازدهی ثابت نسبت به مقیاس است در مدل BCC فرض بر بازدهی متغیر نسبت به مقیاس می باشد. استفاده از بازده متغیر نسبت به مقیاس موجب می شود با محاسبه کارایی فنی بر حسب مقادیر کارایی ناشی از مقیاس و کارایی ناشی از مدیریت، تحلیل بسیار دقیقی ارائه گردد. برای ساخت مدل های نهاده گرا و ستاده گرا در مدل اصلی BCC از همان مبانی مدل CCR استفاده میشود در مدل نهاده گرا با کاهش نهاده ها میزان کارایی افزایش می یابد ولی در مدل ستاده گرا با افزایش ستاده ها میزان کارایی افزایش می یابد. مدل مضربی BCC با شکل نهاده گرا به صورت زیر است:

$$\text{Min } \theta + \epsilon [\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+]$$

s.t

$$y_{rp} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r^+ \quad r=1,2,\dots,s$$

$$\theta x_{ip} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- \quad i=1,2,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j=1,2,\dots,n$$

$$s_r^+, s_i^- \geq 0 \quad r=1,2,\dots,s, i=1,2,\dots,m$$

برخی از مزایای روش DEA :

- در ای روش واحد اندازه گیری حساس نیست و نهاده ها می توانند دارای واحدهای مختلفی باشند.
- روش DEA یک روش مدیریتی است که کارایی واحدها را، به طور نسبی اندازه گیری می کند و راهکارهای مدیریتی ارائه می کند.

• روش DEA، به مقایسه واحدها با یکدیگر می پردازد و از ایده ال گرایی محض به دور است.

• روش DEA فقط کارایی را مشخص می کند و نقطه ضعف سایر سیستم های اندازه گیری که نوعی مطلق گرایی را دنبال می کنند، ندارند و کارا بودن در یک الگو یک کمیت دست یافتنی است.

محدودیت های الگوی DEA در مقایسه با سایر الگوها:

• چون DEA یک تکنیک ریاضی و عددی محض است از این رو خطاهای اندازه گیری ممکن است تغییرات عمده ای در نتیجه به همراه داشته باشد از این رو می بایست پس از شناسایی واحد کارا به کنترل مجدد داده ها و ستاده ها اقدام و از صحت آن اطمینان حاصل نمود.

• این روش صرفاً یک روش ریاضی و بر اساس برنامه ریزی خطی است و توانایی مقایسه متغیرهای کیفی واحدهای تصمیم گیری را ندارد.

• اگر تنها یکی از داده ها و ستاده های واحدهای تصمیم گیری تغییر کند، تغییرات اساسی در درجه کارایی واحدهای تصمیم گیری پیش خواهد آمد.

• توافق کلی در مورد انتخاب داده ها و ستاده ها در این روش وجود ندارد (غفورنیا، ۱۳۸۳، ۳، ۴، ۵، ۶)

### شاخص بهره وری مالم کوئیسیت

با استفاده از تکنیک برنامه ریزی خطی و تحلیل پوششی داده ها فارل روش مناسبی برای ارزیابی تابع تولید تجربی برای چند ورودی و چند خروجی تعریف کرد در تحلیل پوششی داده ها بهترین مرز کارایی، بدون اولویتی برای خروجی ها و ورودی ها به وسیله مجموعه ای از واحدهای تصمیم گیرنده بدست می آید. واحدهای تصمیم گیرنده روی مرز کارایی، واحدهایی با بیشترین سطح خروجی و یا کمترین سطح ورودی هستند با تلفیق تغییرات کارایی هر واحد و تغییرات تکنولوژی، شاخص بهره وری مالم کوئیسیت تعریف می شود. شاخص بهره وری مالم کوئیسیت را می توان از توابع فاصله زیر و یا توابع مشابه دیگری محاسبه نمود:

$$D(X_p, Y_p) = \inf[\theta | (\theta X_p, Y_p) \in PPS]$$

رابطه فوق در حالت های خیلی خاص فقط تغییرات مرز کارایی در لحظه  $t+1$ ، نسبت به مرز کارایی در لحظه  $t$  را نشان می دهد و نمی تواند معیار مناسبی برای محاسبه تغییرات تکنولوژی باشد. همچنین تغییرات کارایی کارایی در این روش نادیده گرفته می شود.

اگر  $D^X(X^K, Y^K) = 1$  آنگاه واحد  $K$  کارا فرض می شود. این تابع فاصله مقدار ناکارایی را مشخص نمی کند. فارل با توجه به ناکارایی و خطی بودن مرز تکنولوژی، شاخص بهره وری را به دو عامل تجزیه کرد و مرز کارایی با استفاده از تکنیکهای DEA برای DMUها مشخص می شود. تابع تولید در زمان  $t+1$  مفروض است و برای محاسبه شاخص مالم کوئیسیت به حل چهار مساله برنامه ریزی خطی به صورت زیر نیاز است:

$$D^t(Y_p^t, Y_p^t) = \min \theta$$

$$s.t \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^t \leq \theta x_{ip}^t \quad i = 1 \dots \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^t \geq y_{rp}^t \quad r = 1 \dots \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1 \dots \dots n$$

که  $x_{ip}^t$ ، آمین ورودی و  $y_{rp}^t$ ، آمین خروجی از  $DMU_p$  در زمان  $t$  می باشد. مقدار کارایی  $D^t(X^t, Y^t)$  نشان می دهد که به چه میزان می توان از ورودی  $DMU_p$  کم کرد تا همان خروجی را تولید کند به جای زمان  $t$ ، مساله CCR را برای زمان  $t+1$  و  $D^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})$  که کارایی تکنیکی در زمان  $t+1$  بدست می آید. مقدار  $D^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})$  برای  $DMU_p$  که فاصله  $DMU_p$  در زمان  $t+1$  بامرز  $t$  است با استفاده از مساله برنامه ریزی خطی زیر بدست می آید:

$$D^t(Y_p^{t+1}, Y_p^{t+1}) = \min \theta$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^t \leq \theta x_{ip}^{t+1} \quad i = 1 \dots \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^t \geq y_{rp}^{t+1} \quad r = 1 \dots \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1 \dots \dots n$$

به طور مشابه  $D^{t+1}(X^t, Y^t)$  فاصله  $FS_p$  با مختصات  $t$  نسبت به مرز کارایی  $t+1$  محاسبه می شود که برای محاسبه شاخص بهره وری مالم کوئیست در ماهیت ورودی لازم است این مقدار جواب بهینه مساله برنامه ریزی خطی زیر است:

$$D^{t+1}(Y_p^t, Y_p^t) = \min \theta$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^{t+1} \leq \theta x_{ip}^t \quad i = 1 \dots \dots m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^{t+1} \geq y_{rp}^t \quad r = 1 \dots \dots s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1 \dots \dots n$$

اگر بتوان فرض کرد که  $D^t(X^t, Y^t)$  و  $D^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})$  برای کارابودن باید برابر یک باشند بنابراین تغییرات کارایی نسبی را تعریف کرد:

$$TEC_p = \frac{D_p^{t+1}(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^t(X_p^t, Y_p^t)}$$

تعریف ۱: گوییم قطعه ای از مرز حرکت مثبت داشته است، اگر فقط اگر این قطعه در زمان  $t+1$  نسبت به نقطه متناظر در زمان  $t$ ، مجموعه امکان تولید را گسترش داده و بزرگتر نماید.

تعریف ۲: گوییم قطعه ای از مرز حرکت منفی داشته، اگر فقط اگر این قطعه در زمان  $t+1$  نسبت به نقطه متناظر در زمان  $t$  مجموعه امکان تولید را کوچکتر نماید و به سمت داخل حرکت کند. فارل میزان تغییرات تکنولوژی را بین زمان  $t$  و  $t+1$  به صورت ترکیب هندسی بیان کرد:

$$FS_p = \sqrt{\frac{D_p^t(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^{t+1}(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})} \cdot \frac{D_p^t(X_p^t, Y_p^t)}{D_p^{t+1}(X_p^t, Y_p^t)}}$$

برای شاخص تغییرات تکنولوژیسه حالت زیر رخ می دهد:

۱-  $FS_p > 1$  باشد حرکت مرز مثبت بوده یا بعبارت دیگر پیشرفت مشاهده می شود.

۲-  $FS_p < 1$  باشد حرکت مرز منفی بوده یا بعبارت دیگر پسرفت مشاهده می شود.

۳-  $FS_p = 1$  باشد حرکت لازم نیست و یا مرز تغییر نمی کند. شاخص بهره وری مالم کوئیست در ماهیت ورودی برای هر  $DMU_p$  در زمان  $t$  و  $t+1$  از حاصل ضرب تغییرات کارایی و تغییرات تکنولوژی بدست می آید که به صورت زیر مطرح است: (۱)

$$M_p = \frac{D_p^{t+1}(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^t(X_p^t, Y_p^t)} \cdot \sqrt{\frac{D_p^t(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^{t+1}(X_p^t, Y_p^t)} \cdot \frac{D_p^t(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^{t+1}(X_p^t, Y_p^t)}}$$

اگر رابطه بالا را ساده کنیم مقدار  $M_p$  برابر است با:

$$M_p = \sqrt{\frac{D_p^t(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^t(X_p^t, Y_p^t)} \cdot \frac{D_p^{t+1}(X_p^{t+1}, Y_p^{t+1})}{D_p^{t+1}(X_p^t, Y_p^t)}}$$

این مقدار بصورت ترکیب هندسی محدب تعریف می شود، زیرا به این وسیله کوچکترین ضعف موجود در کارایی ها مشخص می شود و کوچکترین تغییر در هر کدام از کارایی ها در شاخص بهره وری مالم کوئیست تاثیر می گذارد و سه حالت زیر ممکن است بوجود آید:

۱-  $M_p > 1$  افزایش بهره وری را نشان می دهد و پیشرفت مشاهده می شود.

۲-  $M_p < 1$  کاهش بهره وری مشاهده می شود و پسرفت مشاهده می شود.

۳-  $M_p = 1$  نشان می دهد که هیچ تغییری در بهره وری برای زمانهای  $t$  و  $t+1$  رخ نداده است.

فار، گروسکوف، لیندگرن، و رووس در سال ۱۹۹۲ با فرض بازده به مقیاس ثابت، نشان دادند که اندیس مالم کوئیست نیز قابل تجزیه به دو مؤلفه مشابه تغییرات تکنولوژی و تغییرات کارایی است در واقع فرمول شاخص مالم کوئیست را با عملیات ساده ریاضی به صورت زیر درآورده اند:

$$m_o = (Y_s, X_s, Y_t, X_t) = \frac{d_o^t(Y_t, X_t)}{d_o^s(Y_t, X_t)} \cdot \sqrt{\frac{d_o^s(Y_t, X_t)}{d_o^t(Y_t, X_t)} \cdot \frac{d_o^s(Y_s, X_s)}{d_o^t(Y_s, X_s)}} = EC \cdot TC$$

این تجزیه به خاطر نام نویسندگان آن به نام تجزیه FGLR معروف است. در این معادله کسر خارج از براکت، تغییرات کارایی، EC را در زمانهای  $t$  و  $S$  اندازه گیری می نماید، به عبارت دیگر تغییرات کارایی نشان دهنده نسبت کارایی در زمان  $t$  به کارایی  $S$  است و قسمت داخل براکت در معادله فوق تغییرات تکنولوژیکی، TC اندازه گیری می نماید که برابر با میانگین هندسی تغییرات تکنولوژی در دوره  $T$  و  $S$  است. کسر اول داخل براکت نشاندهنده تکنولوژی زمان داخل براکت نشاندهنده تکنولوژی زمان  $t$  و کسر دوم مربوط به تکنولوژی  $S$  می باشد.

$$\frac{d_o^t(Y_t, X_t)}{d_o^s(Y_t, X_t)} = \text{تغییرات کارایی}$$

$$\sqrt{\frac{d_o^s(Y_t, X_t)}{d_o^t(Y_t, X_t)} \cdot \frac{d_o^s(Y_s, X_s)}{d_o^t(Y_s, X_s)}} = \text{تغییرات تکنولوژی}$$

در ماهیت خروجی محور،  $M$  واضح است که می توان اعداد بدست آمده برای هر مولفه را بصورت زیر تفسیر نمود:

۱-  $EC > 1$  کارایی واحد مورد نظر بیشتر شده است.

۲-  $EC < 1$  کارایی واحد مورد نظر کمتر شده است.

۳-  $EC = 1$  کارایی واحد مورد نظر تغییری نکرده است.

و

۱-  $TC > 1$  تکنولوژی در زمان  $S$  نسبت به زمان  $t$  پیشرفت نموده است.

۲-  $TC < 1$  تکنولوژی در زمان  $S$  نسبت به زمان  $t$  پسرفت نموده است.

۳-  $TC = 1$  تکنولوژی در زمان  $S$  نسبت به زمان  $t$  تغییری نکرده است.

و در ماهیت ورودی محور  $M_i$  برعکس نتایج فوق حاصل می شود. (۲)

منابع:

۱. حسین زاده لطفی، فرهاد، آریانزاد، میربهادر، ابن الرسول، سیداصغر، نجفی، سیداسماعیل، ارزیابی بهره وری در واحدهای مجتمع نیروگاهی با استفاده از شاخص مالِم کوئیست، فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج- سال چهارم- شماره ۱۰- سال ۱۳۸۸

۲- شجاع، نقی، فلاح جلوه دار، مهدی، درویش متولی، محمدحسین. اندازه گیری بهره وری در واحدهای دانشگاهی و رتبه بندی آنها براساس مدل های تحلیل پوششی داده ها و شاخص مالِم کوئیست. فصلنامه مدل سازی اقتصادی (سال سوم، شماره ۳- پاییز ۱۳۸۸- صفحات ۱۵۹- ۱۷۶)

۳- جهانشاهلو، غلامرضا و فرهاد حسین زاده، ( ۱۳۸۵ ): "مقدمه ای بر تحلیل پوششی داده ها" ۴۰-۱

۴- مهرگان، محمد رضا ( ۱۳۸۳ ): "مدل های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان ها ( تحلیل پوششی

داده ها ) " انتشارات دانشگاه تهران،.

۵. برداشت از سایت [www.deazone.com](http://www.deazone.com)

۶- برداشت از سایت [www.parsmodi.com](http://www.parsmodi.com)

## MODM و DEA

### ۱- تحلیل پوششی داده ها (DEA)<sup>۲۷</sup>

مباحث ارزیابی و اندازه گیری به دلیل ارائه یک بازخور از نحوه عمل واحدها و نیز سعی در یافتن مشکلات و رسیدن به سطح عملکرد مطلوب، همواره از توجه و اهمیتی خاص برخوردار بوده است. با توسعه علوم تصمیم گیری در مدیریت، همچون تحقیق در عملیات، مبنا و پایه علمی و ریاضی این اندازه گیری دقیق تر و ارزیابی ها بیشتر از حالت کیفی به کمی تبدیل شد. این علوم کاربردی به طور چشمگیر در بهبود کیفیت تصمیمات مدیران مؤثر واقع می شود [2].

بهره وری یا کارایی، معیاری برای سنجش عملکردها بوده و رابطه بین ورودی ها با خروجی ها را ارزیابی می کند [3]. کارایی، بیان این مفهوم است که یک سازمان تا چه اندازه از منابع خود به منظور بهترین تولید به خوبی استفاده کرده است. کارایی را می توان با توجه به ورودی و از طریق مقایسه بین منابع مورد انتظار مصرف و منابع مصرف شده، برای رسیدن به هدفی خاص تعریف کرد. همچنین می توان کارایی را با توجه به خروجی و با مقایسه میان مقدار خروجی مورد انتظار و استاندارد و خروجی واقعی تبیین نمود. به علاوه می توان کارایی را با توجه به ورودی و خروجی یک واحد با محاسبه نسبت مجموع موزون خروجی ها به مجموع موزون ورودی ها تفسیر کرد [2].

برای ارزیابی عملکرد و محاسبه کارایی واحدها در مواردی که تعداد ورودی و خروجی ها به اندازه ای است که تحلیل نموداری غیر ممکن است، روش های متعددی معرفی شده که به طور کلی شامل روش های پارامتریک و ناپارامتریک است. از روش های پارامتریک می توان به رگرسیون و مرزهای احتمالی و از روش های ناپارامتریک به مدل های برنامه ریزی خطی و غیر خطی، روش وصل نقاط حدی و روش تحلیل پوششی داده ها اشاره کرد [4]. در بسیاری موارد، روش های ناپارامتریک بر روشهای پارامتریک برتری دارند. این روش ها مبتنی بر یک سری بهینه سازی های ریاضی است که برای محاسبه کارایی نسبی واحدها استفاده می شوند [2].

<sup>27</sup> -Data Envelopment Analysis

تحلیل پوششی داده ها یک تکنیک برنامه ریزی خطی است که مدیر می تواند با استفاده از آن، از بهترین واحد تصمیم گیری الگوگیری نماید [10]. مدل‌های DEA، واحدها را به صورت کارا و ناکارا دسته بندی مینماید و علاوه بر سنجش و ارزیابی کارایی، به بررسی و شناخت علل ناکارآمدی واحدهایی با کارایی کمتر می پردازد و نحوه کارسازی واحدهای مورد ارزیابی که ناکارا تعیین شده اند را نیز معرفی می کند. این مدلها یک تکنیک ویژه برای محققانی می باشند که علاقمندند کارایی چند ستاده را در مقابل چند داده بررسی کنند. دو جهتگیری کلی در DEA وجود دارد، تمرکز بر ورودیها در مدل‌های ورودی محور و تمرکز بر خروجیها در مدل‌های خروجی محور [11].

چارنز، کوپر و رودز کارایی را با توجه به این دو دیدگاه، به این صورت تعریف میکنند [1]:

در یک مدل ورودی محور یک واحد در صورتی ناکارا است که امکان کاهش هر یک از ورودیها بدون افزایش ورودیهای دیگر یا کاهش هر یک از خروجیها وجود داشته باشد.

در یک مدل خروجی محور یک واحد در صورتی ناکارا است که امکان افزایش هر یک از خروجیها بدون افزایش یک ورودی یا کاهش یک خروجی دیگر وجود داشته باشد.

بر این اساس، یک واحد کارا خواهد اگر و فقط اگر هیچ کدام از دو مورد فوق تحقق نیابد، که در آن صورت امتیاز کارایی یک را دریافت خواهد کرد. کارایی کمتر از یک برای هر واحد به این معنی است که ترکیب خطی واحدهای دیگر میتواند همان مقدار خروجی را با به کارگیری ورودیهای کمتر تولید کند که چنین واحدی را ناکارا مینامند.

مدل‌های اصلی DEA عبارتند از مدل CCR که با فرض بازده به مقیاس ثابت و BCC که با فرض بازده به مقیاس متغیر با فرمهای ضربی و پوششی حاصل از این دو دیدگاه به محاسبه و سنجش کارایی میپردازد [12]. نام مدل CCR از ابتدای اسامی مخترعان آن، چارنز، کوپر و رودز گرفته شده و بر آن است تا با رویکرد افزایش کارایی، کارایی واحدها را سنجیده و پیشنهادهای لازم به منظور افزایش کارایی واحدهای ناکارا و رسانیدن آنها به کارایی واحدهای کارا را ارائه دهد [5]. مدل CCR برای واحدهای سازمانی قابل استفاده است که بازده آنها نسبت به مقیاس ثابت باشد. این مشکل توسط بنکر، چارنز و کوپر با تغییر در مدل CCR و ارائه مدل BCC برای اندازه گیری کارایی واحدهایی با بازده به مقیاس متغیر، برطرف گردید [2و3].

CCR ورودی محور، از خانواده مدل‌های برنامه ریزی خطی است که با استفاده از مدل زیر برای تک تک واحدهای مورد ارزیابی، کارایی را سنجیده و بر اساس نتایج به دست آمده از حل این مدلها، پیشنهادهای لازم را ارائه می دهد [1]:

$$Max Z_o = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}$$

$X_{ij}$ : میزان ورودی  $i$ ام برای واحد  $j$ ام

st :

$Y_{rj}$ : میزان خروجی  $r$ ام برای واحد  $j$ ام

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

$U_r$ : وزن داده شده به خروجی  $r$ ام

$V_i$ : وزن داده شده به ورودی  $i$ ام

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$v_i, u_r \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{و} \quad r = 1, 2, \dots, s$$

دوگان مدل فوق به صورت زیر می باشد :



$$\text{Min } \theta_j$$

st :

$$\theta x_{ip} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0 ; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{rp} \geq 0 ; \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

از آن جا که در اکثر موارد، تعداد واحدهای تحت بررسی (DMU) بیشتر از تعداد متغیرهاست، از این رو حل دوگان آن آسانتر است. جواب های هر دو مدل با هم برابر است و  $\theta$  همان کارایی نسبی جامعه  $\theta$  است [6]. مدل (۱) را مدل CCR مضربی ورودی محور و مدل (۲) را مدل CCR پوششی ورودی محور می گویند.

## ۲- تصمیم گیری با اهداف چندگانه (MODM)<sup>۲۸</sup>

«تصمیم گیری با معیارهای چندگانه» از جمله مدل ها و تکنیک های تحقیق در عملیات هستند که در تصمیم گیری به طور همزمان چندین معیار را مورد توجه قرار می دهند. مباحث «تصمیم گیری با معیارهای چندگانه» به طور کلی به دو بخش عمده «تصمیم گیری با اهداف چندگانه» و «تصمیم گیری با شاخص های چندگانه» تقسیم می شود. «شاخص ها»، ویژگی ها، کیفیات و یا پارامترهای عملکردی برای انتخاب گزینه ها بوده که با دستیابی به آنها مطلوبیت تصمیم گیرنده افزایش می یابد و «هدف»، منعکس کننده خواسته های تصمیم گیرنده و نشان دهنده جهتی است که تصمیم گیرنده می خواهد انتخاب نماید [1]. تصمیم گیری چند هدفه یک مسئله برنامه ریزی ریاضی با چندین تابع هدف مفروض است که محقق در صدد است آنها را هم زمان بهینه سازی کند. دو مکتب مهم در تحلیل این گونه مسائل عبارتند از :

۱- مکتب آمریکایی که به حل مسئله (مدل) تأکید دارد.

۲- مکتب اروپایی که در این مکتب مقصود اصلی فرموله کردن یک مسئله برای تصمیم گیری است.

مدل کلی تصمیم گیری چند هدفه به صورت زیر است ، (به این نوع مسائل بهینه سازی برداری<sup>۲۹</sup> نیز اطلاق می شود) : [7]

$$\text{optimize} \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)\} = F_x$$

s. t.

$$\geq 0$$

$$g_i(x) \leq 0$$

$$= 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \in E^n$$

<sup>28</sup> -Multy Objective Decision Making

<sup>29</sup> -Vector Minimization Problem(VMP)

مقیاس سنجش برای هر هدف ممکن است با مقیاس سنجش برای بقیه اهداف متفاوت بوده و بسادگی نتوان آنها را مثلاً با یکدیگر جمع نمود [8]. در مدل های چند هدفه، معمولاً یافتن جوابی که تمامی توابع هدف را به طور هم زمان بهینه نماید، میسر نیست. لذا این مدل ها به دنبال یافتن یک جواب غیر مسلط هستند. جواب غیر مسلط نشان دهنده نقطه در فضای متغیر تصمیم است که نمی توان از این نقطه به نقطه ای دیگر برای بهبود یک هدف در منطقه موجه حرکت کرد مگر مقدار بهینه یکی از توابع هدف دیگر بدتر شود [1].

برای حل مسائل چند هدفه، روش های مختلفی از جمله تبدیل تابع هدف به محدودیت، روش وزن دهی به اهداف، روش اولویت مطلق، روش معیار جامع و روش برنامه ریزی آرمانی وجود دارد [9].

### ۳- DEA و MODM

ادبیات MCDM تا سال ۱۹۹۸ به طور کل از DEA جدا بود، تا اینکه گلانی<sup>۳۰</sup> برنامه ریزی خطی چند هدفه را با DEA ترکیب کرد. پس از مطرح شدن بحث ترکیب MCDM و DEA تحقیقات زیادی در این زمینه صورت گرفت.

#### ۳-۱-۳ DEA و برنامه ریزی چند هدفه

##### ۳-۱-۱-۳ مدل برنامه ریزی خطی چند هدفه DEA خروجی محور [1]

این مدل ضمن کنترل میزان ورودی های تحت بررسی، به دنبال حداکثر کردن تمامی خروجی های موجود است.

$$\text{Max } Z = [z_1, z_2, \dots, z_s]$$

$$z_1 = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{1j}$$

$$z_2 = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{2j}$$

⋮  
⋮  
⋮

$$z_s = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{sj}$$

st :

$$x_{io} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0 ; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j > 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = \sigma_r y_{ro}$$

اگر رابطه زیر را تعریف کنیم:

<sup>30</sup> -Golany

و  $W = \{w | w \in R^s, w_r \geq 0, \sum_{r=1}^s w_r = 1\}$  مجموعه ای از وزن های غیر منفی باشد، آنگاه مدل فوق به مدل برنامه ریزی خطی زیر تبدیل خواهد شد.

$$Max Z = \sum_{r=1}^s \bar{w}_r \sigma_r$$

که در این مدل  $\bar{w}_r = w_r y_{ro}$  تعریف شده است.

st :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = \sigma_r y_{ro}$$

$$x_{io} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0 ; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_j \geq 0 ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

۳-۱-۲- مدل برنامه ریزی خطی چند هدفه DEA ورودی محور [1]

$$Min y_0 = [y_1, y_2, \dots, y_m]$$

$$y_1 = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{1j}$$

$$y_2 = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{2j}$$

⋮

$$y_m = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{mj}$$

st :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{ro} \geq 0 ; \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 ; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

اگر رابطه زیر را تعریف کنیم:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \tau_i x_{io}$$

و  $G = \{g | g \in R^m, g_i \geq 0, \sum_{i=1}^m g_i = 1\}$  مجموعه ای از وزن های غیر منفی باشد، آنگاه مدل فوق به مدل برنامه ریزی خطی

زیر تبدیل خواهد شد.

$$Min y_0 = \sum_{j=1}^m \bar{g}_i \tau_i$$

st :

که در این مدل  $\bar{g}_i = g_i x_{i0}$  تعریف شده است.

### ۳-۲- DEA و برنامه ریزی آرمانی (MOLP)

#### برنامه ریزی آرمانی

برنامه ریزی آرمانی یک الگوی تصمیم گیری چند معیاره در حوزه جبر خطی است. این الگو به طور هم زمان چند هدف را در بر می گیرد و بر اساس حداقل کردن انحراف از هدف ها تنظیم می شود [9]. هنگامی که آرمان بهینه سازی چندین هدف است، نقطه بهینه به آن صورتی که در برنامه ریزی خطی با تابع هدف یکتا مطرح می شود، وجود ندارد. بنابراین منظور از حل مسئله یافتن جوابی است که تمامی توابع هدف را به صورت بینابینی بهینه کند.

سه رویکرد زیر متداول ترین رویکردهایی است که در این زمینه مطرح شده است:

- مینیمم کردن مجموع وزنی تفاضل اهداف (WGP) ۳۲

- مینیمم کردن ماکزیمم تفاضل ها یا چبیشف یا مینیماکس (MGP) ۳۳

- مینیمم کردن به روش لکزیکوگرافی (مجموعه اولویتی از تفاضل ها) (LGP) ۳۴

در هر سه رویکرد، بر اساس تفاضلی که میان آرمان و مقدار هدف به ازاء حل مسئله وجود دارد، تابع هدف تشکیل می شود و هدف اصلی نیز تبدیل توابع هدف چندگانه به یک تابع هدف است [7].

#### مدل ترکیبی برنامه ریزی آرمانی و تحلیل پوششی داده ها

در به کارگیری مدل های کلاسیک (مدل های CCR) معمولاً دو مشکل رخ می دهد. این دو مسئله "ضعف قدرت تفکیک" و "توزیع غیر واقعی وزن به ورودی ها و خروجی های مدل" می باشد. مسئله ضعف قدرت تفکیک وقتی ظهور می کند که تعداد واحدهای تحت ارزیابی به اندازه کافی در مقایسه با مجموع تعداد ورودی ها و خروجی ها بزرگ نباشد. در چنین شرایطی مدل های کلاسیک بیانگر تعداد زیادی واحدهای کاراست.

مسئله وزن های غیر منطقی وقتی بروز می کند که مدل، وزن های بزرگی به یک خروجی تکی یا وزن های خیلی کوچک را به یک ورودی تکی تخصیص دهد که این امری غیر منطقی و غیر مطلوب است.

مدل تحلیل پوششی داده ها براساس مدل برنامه ریزی آرمانی، نسبت به مدل های کلاسیک از توانایی بالاتری در قدرت تفکیک پذیری و ارائه وزن های واقعی دارد [1].

یک مدل برنامه ریزی خطی چند هدفه DEA براساس مدل برنامه ریزی آرمانی [1, 2, 3, 9]

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } d_0 \\
 & \text{Min } M \\
 & \text{Min } \sum_{j=1}^n d_j \\
 & \text{st:} \\
 & \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & M - d_j \geq 0, \\
 & u_r \geq \varepsilon,
 \end{aligned}$$

این مدل با سه معیار "حداقل کردن میزان انحراف واحد تحت بررسی"، "حداقل کردن مجموع متغیرهای انحراف از آرمان" و "حداقل کردن حداکثر میزان انحراف" به صورت فوق تعریف می شود. در واقع این مدل ترکیبی از سه مدل کلاسیک، MinSum و MinMax تحلیل پوششی داده ها می باشد [2]. در این مدل  $d_0$  متغیر انحراف برای واحد تحت بررسی،  $d_j$  متغیر انحراف برای واحد  $j$ ام و  $M$  حداکثر میزان انحراف از آرمان ها در نظر گرفته می شود. همچنین میزان کارایی هر واحد از رابطه  $1-d_j$  به دست می آید. تابع هدف اول میزان ناکارایی واحد تحت بررسی را حداقل می کند، تابع هدف دوم حداکثر میزان انحراف را حداقل می کند و تابع هدف سوم نیز مجموع متغیرهای انحراف از آرمان را حداقل می نماید. مدل ارائه شده فوق قدرت تفکیک پذیری بسیاری نسبت به مدل های پایه ای تحلیل پوششی داده ها دارد، لیکن مشکل اصلی اینگونه مدل ها پیچیدگی این مدل ها و کمبود نرم افزار برای حل آن و نبود جواب بهینه برای بسیاری از اینگونه مسائل است. در منبع [9] مدلی معرفی می شود که این مشکل را نیز حل می کند.

$$\text{Min } a = \left\{ d_1^- + d_1^+ + d_2^- + \sum_j d_{3j}^- + \sum_j d_j \right\}$$

st:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + d_1^- - d_1^+ = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + d_2^- - d_2^+ = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$M - d_j + d_{3j}^- - d_{3j}^+ = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ \geq 0$$

$$d_{3j}^-, d_{3j}^+ \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

در مدل فوق برای واحد تحت ارزیابی،  $d_1^-$  متغیر انحراف نامطلوب برای آرمان و  $d_1^+$  متغیر انحراف مطلوب برای آرمان محسوب می شوند که مجموع وزنی ورودی ها را برابر یک می کند.  $d_2^-$  و  $d_2^+$  متغیرهای انحراف برای آرمان هستند که مجموع وزنی خروجی ها را برابر یک می کند. همچنین  $d_{3j}^-$  ها به عنوان متغیرهای انحراف نامطلوب و  $d_{3j}^+$  متغیرهای انحراف مطلوب که برای تبدیل محدودیت  $M-d_j \geq 0$  به محدودیت آرمانی  $M-d_j+d_{3j}^- - d_{3j}^+ = 0$  استفاده شده و به دلیل آنکه محدودیت اصلی به صورت بزرگتر مساوی است، لذا  $d_{3j}^+$  انحراف مطلوب می باشد و در تابع هدف ظاهر نمی شود.  $d_j$  ها به عنوان متغیرهای انحراف نامطلوب برای آرمان محسوب می شوند. این متغیر به عنوان متغیر انحرافی بدون علامت برای واحد  $j$  در نظر گرفته می شود که نقش متغیر کمکی در محدودیت ها برای تبدیل آنها به حالت تساوی را ایفا می کند و برای واحد تحت بررسی نشان دهنده میزان عدم کارایی است. همانطور که در تابع هدف مشخص است به تمام متغیرها وزن برابر داده شد با این هدف که مجموع متغیرهای نامطلوب را حداقل کنیم. مدل مذکور همواره دارای جواب است و شاخص کارایی آن برای هر واحد تصمیم گیری از طریق رابطه  $1-d_j$  مربوط به آن واحد به دست می آید [9].

## منابع

- [1] مهرگان، محمدرضا؛ مدل های کمی در ارزیابی عملکرد سازمان ها؛ "انتشارات دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، ۱۳۸۷، چاپ دوم.
- [2] مهرگان، محمدرضا و کامیاب مقدس، امین و کاظمی، عالیه؛ "اندازه گیری کارایی پالایشگاه های نفت ایران"؛ فصلنامه مدرس علوم انسانی، سال سیزدهم، شماره ۲ (پیاپی ۶۱).
- [3] مهرگان، محمدرضا و شفیعی، مرتضی؛ "ارزیابی کارایی آژانس های مسافرتی-هوایمایی با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده های چند هدفه"؛ نشریه دانش مدیریت، شماره ۶۶ ص ۱۴۹-۱۷۶.
- [4] امامی میبیدی، علی؛ "اصول اندازه گیری کارایی و بهره وری"؛ مؤسسه مطالعات و پژوهش های بازرگانی، ۱۳۷۹.
- [5] عالم تبریز، اکبر و سعیدی، حسام و دیلمی معزی، صارم؛ "بکارگیری رویکرد تلفیقی تحلیل پوششی دادهها و فرایند تحلیل سلسله مراتبی برای ارزیابی کارایی دانشکده های دانشگاه شهید بهشتی"؛ مجله پژوهش های مدیریت، شماره ۸۹- تابستان ۹۰.
- [6] دارابی، ماهان و سعیدی، محمد سعید؛ "طراحی یک مدل تلفیقی برای ارزیابی عملکرد تأمین کنندگان و تخصیص سفارش ها با استفاده از مدل های تحلیل پوششی داده ها و برنامه ریزی ریاضی چند هدفه"؛ ماهنامه هم‌مهندسی خودرو و صنایع وابسته، سال اول، شماره ۴، بهمن و اسفند ۱۳۸۷، ص ۱۰-۵.
- [7] بشیری، مهدی و حجازی، حسین و محتجب، حسین؛ "رویکردی نوین در تصمیم گیری چند معیاره"؛ انتشارات دانشگاه شاهد، ۱۳۹۰.
- [8] اصغرپور، محمدجواد؛ "تصمیم گیری های چند معیاره"؛ انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۹۰، چاپ دهم.
- [9] طهارتی مهرجردی، محمد حسین و فرید، داریوش و بابایی میبیدی، حمید؛ "ارائه یک مدل ترکیبی از تحلیل پوششی داده ها و برنامه ریزی آرمانی برای بهبود سنجش کارایی واحدهای تصمیم گیری (مطالعه موردی: شعب بانک)"؛ فصلنامه علمی-پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، سال هشتم، شماره ۲۱، تابستان ۹۰، ص ۳۷-۲۱.

[10] Wyatt, T. (1994), Educational Indicators: A Review of the Literature, in OECD, Marking Education Count.

[11] Nooreha, H., et al. (2000), Evaluation Public Sector Efficiency with DEA. *Total Quality Management*, 125-134.

[12] Banker, R. D., Charnes, A. and Cooper, W.W. (1984), Some methods for estimating technical and inefficiencies in data envelopment analysis. *J. Man. Sci*, 30: 1078-1092.

## رتبه‌بندی + داده‌های بازه‌ای (Interval Data)

### ۱. رتبه‌بندی در تحلیل پوششی داده‌ها

مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها، به دلیل نبود رتبه‌بندی کامل بین واحدهای کارا، امکان مقایسه واحدهای کارا با یکدیگر را فراهم نمی‌آورند. به عبارت دیگر، این مدل‌ها واحدهای تحت بررسی را به دو گروه "واحدهای کارا" و "واحدهای ناکارا" تقسیم می‌کنند. واحدهای ناکارا با کسب امتیاز کارایی، قابل رتبه‌بندی هستند؛ اما واحدهای کارا به دلیل اینکه دارای امتیاز کارایی برابر (کارایی واحد) هستند، قابل رتبه‌بندی نیستند. لذا برخی از محققین، روش‌هایی را برای رتبه‌بندی این واحدهای کارا پیشنهاد کرده‌اند که از معروفترین آنها می‌توان به مدل اندرسون-پیترسون (AP) و روش کارایی متقابل اشاره کرد. در مدل AP، محدودیت متناظر با واحد تحت بررسی، از ارزیابی حذف می‌شود. این محدودیت سبب می‌شود که حداکثر مقدار تابع هدف، یک باشد. با حذف این محدودیت، کارایی واحد تحت بررسی می‌تواند بیشتر از ۱ باشد [1]. اما گاهی مدل AP با یک مشکل اساسی رو به رو می‌شود. به عبارت دیگر، با حذف بعضی از واحدها، مقدار بهینه تابع هدف، بسیار بزرگ می‌شود؛ به طوری که از نظر علمی نمی‌توان آن را در رتبه‌بندی اعمال کرد. در واقع، چنین واحدهایی از مقادیر کوچک ورودی یا خروجی برخوردار هستند که حذف آنها منجر به ناپایداری مدل می‌شود.

روش دیگری که برای رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیرنده به کار می‌رود، کارایی متقابل نام دارد. در تحلیل پوششی داده‌ها، ضرایب مطلوب برای خروجی‌ها و ورودی‌ها از واحدی به واحد دیگر فرق می‌کنند؛ زیرا هر بار مدل برای یکی از واحدها حل می‌شود و به آن واحد اجازه داده می‌شود با رعایت محدودیت‌هایی که محصول عملکرد سایر واحدها هستند، بهترین مجموعه وزن‌های مطلوب را برای خود برگزیند، به‌گونه‌ای که نسبت جمع وزنی خروجی‌ها به جمع وزنی ورودی‌ها بیشینه گردد. این فرایند  $n$  بار و هر بار برای یکی از واحدها تکرار می‌شود. لذا وزن‌های بدست آمده را نمی‌توان مقایسه کرد. در اینجا بود که محققین بر آن شدند یک مجموعه وزن منحصر به فرد برای تمام واحدهای تحت ارزیابی به دست آورند که با استفاده از آنها بتوان تمام واحدها را به طور کامل از کاراترین تا ناکارترین رتبه‌بندی کرد. سکستون و همکاران برای اولین بار، ماتریس ارزیابی متقابل را ارائه کردند که در روش کارایی متقابل از آن استفاده شده است. تاکنون بیش از ده‌ها مدل رتبه‌بندی تحلیل پوششی داده‌ها ارائه شده است؛ بطوریکه هر کدام از آن‌ها محاسن مربوط به خود را دارند. در واقع، می‌توان گفت اساس هر یک از این مدل‌ها یکی از مفاهیم علمی یا سایر ابزارها است. برای مثال، تاکنون مدل تحلیل پوششی داده‌ها با ابزارهای تاپسیس، آنتروپی شانون، تجزیه و تحلیل سلسله مراتبی، برنامه‌ریزی آرمانی، برنامه‌ریزی پویا، فرآیند تحلیل شبکه‌ای و سایر ابزارها و مفاهیم دیگر ترکیب شده است [2].

## ۲. داده‌های بازه‌ای در تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از شیوه‌های مفید مدیریت است و ابزار خوبی برای تصمیم‌گیری می‌باشد. نتایج شگفت‌آوری از گسترش مبانی نظری، متدولوژی و کاربرد این مدل‌ها بدست آمده است. در مدل‌های سنتی فرض بر این است که اطلاعات مربوط به همه نهاده‌ها و ستاده‌ها کاملاً شناخته شده، قطعی و دقیق است. اما این فرض در دنیای واقعی ممکن است درست نباشد. در مسائل زیادی از مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها (مانند CCR و BCC) با داده‌های قطعی استفاده می‌شود که البته دارای اشکالات زیادی می‌باشد. یکی از این اشکالات این است که در روش‌های متداول تحلیل پوششی داده‌ها، از داده‌های دقیق و قطعی برای سنجش کارایی استفاده می‌شود ولی از آنجایی که در واقعیت، در اکثر مسائل به دلیل وجود ریسک، تصمیم‌گیرنده با داده‌های غیردقیق روبروست و یا به عبارت دیگر در شرایط عدم قطعیت قرار دارد، لذا استفاده از روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها بصورت کلاسیک همیشه مناسب به نظر نمی‌رسد. این امر محققان را بر آن می‌دارد تا در پی تکنیک‌های جدیدی برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در شرایط ریسک و عدم قطعیت باشند. یکی از این تکنیک‌ها، روش تحلیل پوششی داده‌های بازه‌ای بوده که از تکنیک‌های بسیار جدید و مناسب در محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در شرایط عدم قطعیت است. باید توجه داشت که اطلاعات غیردقیق را می‌توان در قالب اعداد فازی و یا بازه‌ای بیان نموده و آنها را در مدل لحاظ کرد.

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش غیر پارامتری برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس ورودی‌ها و خروجی اصلی فرض می‌کند، که ورودی‌ها و خروجی‌ها بوسیله مقادیر دقیق سنجیده می‌شوند. مدل داده‌های غیردقیق به این معنی است که داده‌های ورودی و



خروجی را به علت وجود عدم اطمینان نمی توان دقیقاً بدست آورد. تنها چیزی که می دانیم این است که همه ی آنها در محدوده کران بالا و کران پایین معین شده توسط بازه ها قرار می گیرند.

هر چند مبحث تحلیل پوششی داده های بازه ای بسیار جدید و نوین می باشد، اما تاکنون پژوهش هایی در این زمینه انجام شده است. برای نمونه به چند مقاله پیرامون این مبحث اشاره می شود. کوپر و همکاران درباره داده های بازه ای بحث کردند. ترکیب داده ترتیبی و داده بازه ای را به عنوان داده غیردقیق مد نظر قرار دادند. IDEA (DEA غیردقیق) توسط کوپر و همکارانش بوجود آمد. وقتی که داده ها غیردقیق هستند، اندازه و روشی به صورت روش کارایی که از این داده ها بدست می آید، نیز باید غیردقیق باشد [3]. دسپاتیس و اسمیرالیس روشی را برای پیدا کردن بازه های کارایی داده های بازه ای توسعه دادند. اگرچه محاسبات بازه کارایی برای داده های ترتیبی به وضوح نشان داده نشده است [4].

چینگ و تی زنگ یک روش برنامه ریزی چند هدفی فازی (FMOP) را به کار بردند و به یک وزن مشترک برای همه واحدها رسیدند [5]. نموتو و گوتو دو نوع مختلف از واردشونده ها (واردشونده های متغیر و واردشونده های شبه -ثابت) را در DMU جدید با کارایی بازده پویا ایجاد کرد به طوری که مجموع کارایی تمام DEA پویا تلفیق کردند [6].

کوپر و همکاران تکنیک تحلیل پوششی داده ها را در کنار داده های غیردقیق قرار دادند. منظور از داده های غیردقیق، داده هایی است که در آن ها ورودی ها و خروجی ها در یک بازه ای از اعداد تعریف شده و یا برای آن ها رتبه در نظر گرفته می شود (داده بازه ای یا داده رتبه ای). کوپر و همکاران در تحقیق های خود برای اولین بار، اصطلاح «تحلیل پوششی داده های غیردقیق» را معرفی کردند [3].

دسپاتیس [4]، مدل DEA بازه ای را مطرح ساخت. از آنجایی که در سال های اخیر و در کاربردهای گوناگون DEA ورودیها و خروجیها به صورت قطعی و معین نبود و در این میان داده های بر پایه داده های بازه ای و ترتیبی، کیفی و فازی مطرح بود، مدل DEA بر پایه داده های بازه ای گسترش یافت. با گسترش این مدل با توجه به وضعیت هر واحد تصمیم گیرنده، همه واحدهای تصمیم گیرنده با توجه به مقدار حدود کارایی شان به سه گروه تقسیم بندی می شود. مدل DEA بازه ای برای بسیاری از کاربردهای امروزی با توجه به نوع داده. های فازی مفید است

اسیرلیس و همکاران، مدل DEA با داده های مفقودشده را به عنوان یک مدل DEA بازه ای مطرح کردند. مدلی که آنها معرفی کردند، بر پایه DEA بازه ای بود. یعنی مقادیر ورودی و خروجی  $(X,Y)$  دارای حدود بالا و پایین است. با داده های مفقود در ورودی، خروجی ها نمی تواند با مدل DEA اصلی اداره شود. آنها رویکردی را برپایه DEA بازه ای معرفی کردند که برآورد و ارزیابی واحدها با دادههای مفقود همراه با واحدهای دیگر با دادههای واضح را ممکن می سازد. مقادیر ثابت حدود داده ها، با توجه به کاربردها، با استفاده از روشهای تجربی و آماری

برآورد می شود. فایده این مدل این است که خواهد توانست حدود بالا و پایین مقدار کارایی را مشخص کند، آنها مدل خود را برای کارا شدن واحدهای ناکارا گسترش دادند.[7]

حسین زاده لطفی و همکاران [8]، مدل DEA بازه ای را گسترش دادند. اگر ورودی ها و خروجی ها به صورت بازهای باشند، واحدهای تصمیم گیرنده نمی توانند به راحتی با استفاده از کارایی شان رتبه بندی شوند. آنها در مقاله خود مدل DEA را برای ارزیابی مرتبه کارایی واحدهایی با داده های بازه ای گسترش دادند. آنها در مقاله خود چهار مدل را معرفی کردند و از هر کدام از مدلها برای گروه بندی واحدها در کلاسهای تعریف شده کارایی استفاده کردند و در نهایت، میانگین چهار مدل کارایی واحد مربوط را نشان دادند. این مدل ها برای رتبه بندی شعب بانکهای ایران در گروههای مشخص کارایی بسیار مفید واقع شد.

جهانشاهلو و همکاران، داده های مبهم و غیرصریح و فاکتورهای ناشی از بی احتیاطی در DEA را بررسی کردند. در وضعیت واقعی برخی از فاکتورها که نشاندهنده نبود احتیاط است، وجود دارد که در کنترل مدیریت واحد تصمیم گیرنده قرار دارد و باید به آن توجه کرد. آنها در مقاله خود عملکرد واحدهایی را ارزیابی کردند که دارای ورودی های ناشی از بی احتیاطی و داده های بازه ای غیر صریح بودند.[9]

### ۳. مدل های رتبه بندی در تحلیل پوششی داده ها با داده های بازه ای

در مدل های کلاسیک تحلیل پوششی داده ها (مانند BCC و CCR) این فرض وجود دارد که مقدار عددی دقیقی برای ورودی ها و خروجی ها مشخص بوده و مقیاس سنجش آنها نسبی است [10-11]. کوپر و همکاران [3] تکنیک تحلیل پوششی داده ها را در کنار داده های غیردقیق قرار دادند. منظور از «داده های غیردقیق»، داده هایی است که در آن ها ورودی ها و خروجی ها در یک بازه ای از اعداد تعریف شده و یا برای آن ها رتبه در نظر گرفته می شود (داده بازه ای یا داده رتبه ای). کوپر و همکاران در تحقیق های خود برای اولین بار، اصطلاح «تحلیل پوششی داده های غیردقیق» را معرفی کردند. منظور از این اصطلاح، مدلی است که از اضافه کردن داده های بازه ای و رتبه ای، به مدل های کلاسیک تحلیل پوششی که از داده ها به دست آمده اند [11]. باید توجه کرد که مدل های غیردقیق تحلیل پوششی داده ها متفاوت است از مدل های تصادفی که در آن داده های غیردقیق با استفاده از احتمالات برآورد می شوند [10]. در این قسمت، مدلی از تحلیل پوششی داده های غیردقیق بررسی می شوند.

### ۱.۳. مدل دسپوتیس و اسمیرلیس [4]:

دسپوتیس و اسمیرلیس مدل CCR را توسعه دادند و مدلی ارائه کردند که واحدها را با در نظر گرفتن داده های بازه ای ارزیابی می کند [12].

$$\begin{aligned} \max \quad & h_{jo} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rjo}^L + p_{rjo} (y_{rjo}^U - y_{rjo}^L) \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{ijo}^L + q_{ijo} (x_{ijo}^U - x_{ijo}^L) = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^L + p_{rj} (y_{rj}^U - y_{rj}^L) - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L + q_{ij} (x_{ij}^U - x_{ij}^L) \leq 0 \\ & j = 1, \dots, n \\ & p_{rj} - u_r \leq 0 \quad r = 1, \dots, s; \quad j = 1, \dots, n \\ & q_{ij} - v_i \leq 0 \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \\ & u_r, v_i \geq \varepsilon \quad \forall r, i \\ & p_{rj} \geq 0, \quad q_{ij} \geq 0 \quad \forall r, i, j \end{aligned}$$

در این مدل با توجه به بازه ای بودن ورودی ها و خروجی ها  $Y_{rj}^U$  و  $X_{ij}^U$  به ترتیب حد بالای میزان خروجی  $r$  ام و حد بالای میزان ورودی  $j$  ام برای واحد تصمیم گیری  $j$  ام هستند. به علاوه  $Y_{rj}^U$  و  $X_{ij}^U$  حدود پایین است. برای وارد کردن داده های بازه ای تبدیل زیر انجام شده است:

$$\begin{aligned} x_{ij} &= x_{ij}^L + s_{ij} (x_{ij}^U - x_{ij}^L), \quad 0 \leq s_{ij} \leq 1 \\ y_{rj} &= y_{rj}^L + t_{rj} (y_{rj}^U - y_{rj}^L) \quad 0 \leq t_{rj} \leq 1 \end{aligned}$$

مدل بالا با در نظر گرفتن داده های بازه ای واحدها را ارزیابی کرده و آنها را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می کند.

### ۲.۳. مدل ژو [13]:

ژو (۲۰۰۳) محدودیت هایی برای داده های غیردقیق به مدل CCR وارد کرد. با اضافه کردن این محدودیت ها به مدل CCR، مدلی غیرخطی بدست آمد (۱۴). ژو برای خطی کردن این مدل، تغییر متغیر زیر را پیشنهاد کرد:

$$\begin{aligned} X_{ij} &= w_i x_{ij} \quad \forall i, j \\ Y_{rj} &= u_r y_{rj} \quad \forall r, j \end{aligned}$$

با انجام این تغییر، ژو مدل CCR را توسعه داد و مدل زیر را ارائه کرد که قابلیت ارزیابی واحدها با داده های غیردقیق را دارد.

$$\begin{aligned} \pi_o^* &= \max \sum_{r=1}^s Y_{ro} \\ \text{s.t.} \\ \sum_{r=1}^s Y_{rj} - \sum_{i=1}^m X_{ij} &\leq 0 \\ \sum_{i=1}^m X_{io} &= 1 \\ X_{ij} &\in \tilde{D}_i^- \\ Y_{rj} &\in \tilde{D}_r^+ \\ X_{ij} &\geq 0 \quad \forall i \\ Y_{rj} &\geq 0 \quad \forall r \end{aligned}$$

این مدل، در واقع مدلی است که با در نظر گرفتن داده های غیردقیق، واحدهای تصمیم گیری را ارزیابی کرده و آن ها را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می کند [13]. با این وجود، مدل های پیشنهادی دسپوتیس و اسمیرلیس [4] و ژو [13] یک نقص مهم دارند. در واقع این مدل ها، واحدها را به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم می کند، ولی در مورد اینکه از بین واحدهای کارا، کدام واحد کاراترین است، اطلاعات چندانی نمی دهد.

### ۳.۳. امین و طلوع [14]:

امین و طلوع [14]، مدل جدیدی برای شناسایی کاراترین واحد تصمیم گیری ارائه کردند. مدل زیر کاربر را قادر می کند تا با یک بار حل یک مدل برنامه ریزی مختلط (بدون نیاز به حل n مدل برنامه ریزی خطی)، کاراترین واحد (با داده های دقیق) را از میان n واحد تصمیم گیری، شناسایی کند.

$$\begin{aligned} M^* &= \min M \\ \text{s.t.} \\ M - d_j &\geq 0 \quad j=1,2,\dots,n \\ \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} &\leq 1 \quad j=1,2,\dots,n \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + d_j - \beta_j &= 0 \quad j=1,2,\dots,n \\ \sum_{j=1}^n d_j &= n-1 \\ 0 &\leq \beta_j \leq 1, d_j \in \{0,1\} \quad j=1,2,\dots,n \\ w_i &\geq \varepsilon^* \quad i=1,2,\dots,m \\ u_r &\geq \varepsilon^* \quad r=1,2,\dots,s \end{aligned}$$

در این مدل  $X_{ij}^U$  و  $Y_{rj}^U$  به ترتیب میزان خروجی  $r$ ام و میزان ورودی  $i$ ام برای واحد تصمیم گیری  $j$ ام هستند.  $n$  نیز تعداد واحدهای تصمیم گیری است.

### ۴.۳. مدل IDEA مصدق خواه و همکاران [15]:

در مدل IDEA مقادیر هر یک از داده‌ها و ستاده‌ها در درون یک بازه قرار می‌گیرد و مقدار نهاده یا ستاده می‌تواند در این بازه متغیر باشد. اگر هر یک از  $n$  واحد موجود از  $m$  ورودی مختلف برای تولید  $s$  خروجی مختلف استفاده کنند آنگاه  $j=1,2,\dots,n$  DMU  $j$  مقادیر  $X_i=\{x_{ij}\}$   $i=1,2,\dots,m$  از ورودی‌ها برای تولید  $Y_i=\{y_{rj}\}$   $r=1,2,\dots,s$  به کار می‌گیرد. حال اگر از داده‌های آماری مربوط به دوره‌های زمانی مختلف استفاده کنیم و حد بالا و حد پایین داده‌ها و ستاده‌ها را در نظر بگیریم آنگاه می‌توان از مدل تحلیل پوششی داده‌های بازه‌ای با حالت خوشبینانه و بدبینانه استفاده کرد. بطوریکه حد پایین بیانگر حالت بدبینانه و حد بالا نشانگر حالت خوشبینانه است. مدل سازی ریاضی برای این حالت داریم:

$$\begin{aligned} \max E_j^U &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^U \\ \text{s.t.} & \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^L &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^L &\leq 0; \quad k = 1, 2, \dots, n \\ u_r, v_i &\geq 0; \quad \forall i, r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max E_j^L &= \sum_{r=1}^s u_r y_{rj}^L \\ \text{s.t.} & \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}^U &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rk}^U - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik}^L &\leq 0; \quad k = 1, 2, \dots, n \\ u_r, v_i &\geq 0; \quad \forall i, r \end{aligned}$$

منابع:

1. Per Andersen, N. C. Peterson, (1993), "A Procedure for Ranking Efficient Unit in DEA", Management Science, Vol.39, NO.10, PP1261-1294.

2. Sexton.T.R., Silkman, R.H., Hogan, A.J, (1986), "Data envelopment Analysis: Critique and Extention. In: Silkman, R.H. (ED), *Measuring Efficiency: An Assessment of Data envelopment Analysis.*" Jossey-Bass, San Francisco, CA, .PP.73-105.
3. Cooper, W.W., Seiford, L.M., Zhu, J., *Data Envelopment Analysis: history, models and interpretations*, in: Cooper, W.W., Seiford, L.M., Zhu, J., editors. (2004). *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Chapter 1, Kluwer Academic Publishers, Boston, USA.
4. Despotis DK, smirlis YG (2002), *data envelopment analysis with imprecise data*, *European journal of operational research* 140,PP 24-36.
5. C.I.Chiang and G.H.Tzeng. *A multiple objective programming approach to data envelopment analysis*. Shi,Yang and Zeleny, Milan (eds.), *new Frontier of Decision Making for the information Technology Era*, World Scientific,(2000) PP.270-285.
6. Nemoto, J., & Goto, M. (2003). *Measurement of dynamic efficiency in production: An application of data envelopment analysis to Japanese electric utilities*. *Journal of Productivity Analysis*, 19, PP.191–210.
7. yannis. G.Smirlis, Elias. K. Maragos, Dimitris. K. despotis(2006), *Data envelopment analysis with missing values : An interval DEA approach*, *mathematics and computation* Vol .177 No.1,PP 1-10.
8. F.HosseinzadeLotfi,G.R.Jahanshahloo,M.Esmali (2007), *Non-Discretionary Factors and Imprecise Data in DEA* , *International Journal of Math*, Islamic Azad University Tehran, PP 237-246.
10. Zhu, J. (2003). "Imprecise data envelopment analysis (IDEA): A review and improvement with an application." *European Journal of Operational Research*, 144, PP 513–529.
11. Cooper, W.W., Park, K.S., Yu, G. (1999). *IDEA and AR-IDEA: Models for dealing with imprecise data in DEA*. *Management Science*, 45, 597–607.
12. Chen, X., Skully M., and Brown, K. (2005). "Banking efficiency in China: Application of DEA to pre- and post-deregulation eras: 1993-2000." *China Economic Review*, 16,PP 229-245.
13. Zhu, J. (2003). "Imprecise data envelopment analysis (IDEA): A review and improvement with an application." *European Journal of Operational Research*, 144,PP 513–529.
14. Amin, Gholam R., and Toloo, M. (2007). "Finding the most efficient DMUs in DEA : An improved integrated model." *Computers & Industrial Engineering*, 52,PP 71-77.
- 15 . مصدقخواه. م، ایزدخواه. م، حسینی. س ع و آزادبنی. م (۱۳۹۰). *ارزیابی عملکرد گروههای آموزشی دانشگاهها با استفاده از تحلیل پوششی دادههای بازهای (IDEA)*. سومین همایش ملی تحلیل پوششی داده ها.

## بررسی و تلفیق شبیه سازی و تحلیل پوششی داده‌ها

### بخش اول شبیه سازی

#### ۱- تعریف شبیه سازی:

شبیه سازی تقلیدی از عملکرد فرآیند یا سیستم واقعی با گذشت زمان است. شبیه سازی صرف نظر از اینکه با دست یا به وسیله کامپیوتر انجام شود، به ایجاد ساختگی تاریخچه سیستم و بررسی آن به منظور دستیابی به نتیجه گیریهایی در مورد ویژگیهای عملکرد سیستم واقعی مربوط می شود. برای شبیه سازی تعاریف متعددی آورده شده است که هر کدام به نوعی به یک یا چند ویژگی شبیه سازی اشاره دارد و هر کدام در جایگاه خود تعریف درستی از شبیه سازی است. اما در این تحقیق دو تعریف از شبیه سازی که جامع تر از دیگر تعاریف به نظر می رسد ارائه می کنیم:

۱- شبیه سازی (Simulating) در یک تعریف خیلی کلی مجموعه ای از روشها و ابزارها برای مشابه سازی سیستمهای واقعی می باشد که عموماً به وسیله کامپیوتر و نرم افزار انجام می شود.

همانطور که از این تعریف مشخص است برای ارزیابی عملکرد سیستم های مختلف مانند بانک، کارخانه تولیدی، یک شبکه توزیع و... نیاز به بررسی و تحلیل آن سیستم داریم. برای دستیابی به این منظور تحت شرایط خاص و مشخصی از ابزار شبیه سازی برای بررسی رفتار سیستم استفاده می کنیم. نکته دیگری که در این تعریف نهفته است استفاده از شبیه سازی کامپیوتری یا شبیه سازی با نرم افزار است. یکی از ویژگی های شبیه سازی روتین بودن آن یا تکراری بودن محاسبات انجام شده در این روش است. به شکلی که شبیه سازی دستی به علت حجم بالای محاسبات در مسائل واقعی و پیچیده سخت و یا حتی غیر ممکن است. ولی در مورد مسائل ساده می توان آن را به صورت دستی نیز انجام داد.

تعریف دیگری که از شبیه سازی مطرح می کنیم تعریف تقریباً کاملی است که در آن اهداف استفاده از ابزار شبیه سازی بیان شده است.

شبيه سازى عبارت است از طراحي مدل از سيستم و انجام آزمون هاى روى مدل به منظور تحقق دست كم يكي از اهداف زير:

- كسب شناخت از عملکرد سيستم

- مقايسه عملکرد سيستم تحت شرايط مختلف

۱. چه زمانى از شبيه سازى استفاده مى كنيم؟

براى پاسخ به اين سوال اساسى و مهم ابتدا روش هاى مختلف شناخت يك سيستم را مورد بررسى قرار مى دهيم و سپس به اين سوال كه هر كدام از اين روش ها را چه زمانى بايد به كار بست ، پاسخ مى دهيم.

ساده ترين و ابتدائى ترين روش بررسى و تحليل سيستم ها و همچنين كسب شناخت از عملکرد سيستم مطالعه فزيكى و مستقيم سيستم ها است كه البته اين روش همواره جواب گوى نياز ما نيست زيرا در اغلب اوقات مطالعه فزيكى يك سيستم به دلايل مختلف بسيار مشكل، هزينه بر و يا حتى ناممكن است زيرا گاهى ممكن است نيازمنند بررسى سيستمي باشيم كه هنوز به وجود نيامده است در اين شرايط بايد از يك مدل بدلى براى مطالعه سيستم استفاده كرد مدلى كه تا حد قابل قبولى نزديك به سيستم واقعى مورد مطالعه باشد.

تحت اين شرايط دو روش براى حل مساله مدل شده وجود دارد در صورت سادگى مدل، براى حل مساله مى توان از روش هاى تحليلى مانند برنامه ريزى خطى استفاده نمود كه پاسخ هاى دقيق و بهينه را در اختيار استفاده كننده قرار مى دهند. اما در شرايطى كه روش هاى تحليلى به علت پيچيدگى مساله بى نتيجه باشد از شبيه سازى به عنوان ابزاري مناسب براى بررسى سيستم هاى پيچيده استفاده مى كنيم . لازم به ذكر است كه استفاده نابجا از هر كدام از اين روش ها به جاي ديگرى موجب بى اعتبارى جواب حاصله خواهد شد. يعنى تحت شرايطى كه مطالعه مستقيم و فزيكى سيستم ممكن است و هزينه بالايى ندارد از اين روش استفاده مى كنيم و در غير اين صورت به سراغ مدل سازى مساله و حل آن از طريق يكي از روش هاى تحليلى يا شبيه سازى (با توجه به شرايط) مى رويم.

۲. مزايای شبيه سازى:

شبيه سازى به عنوان يك ابزار براى حل مسائل مختلف مانند ديگر روش ها داراى مزايای و معايبى است.

يكي از مزايای بارز شبيه سازى اين است كه مدل هاى شبيه سازى محدوديت استفاده از مفروضات ساده كننده را ندارند. همانطور كه مى دانيد براى حل مسائل پيچيده به وسيله برخى از روشها (روش هاى تحليلى) نياز به مفروضات ساده كننده اى داريم كه مساله را قابل حل نمايد اما در مدل هاى شبيه سازى اين طور نيست و مى توان مسائل پيچيده را با همان شكل واقعى بررسى و تحليل نمود.

همچنين گاهى اوقات شبيه سازى تنها وسيله يافتن حل مساله است يعنى ممكن است مساله اى آنقدر پيچيده باشد كه از ديگر روش ها نتوان استفاده نمود و نيز استفاده از مفروضات ساده كننده اعتبار جواب ها را دچار خدشه نمايد. در اين شرايط تنها روش قابل اتكا شبيه سازى است.

ديگر ويژگى شبيه سازى آن است كه اين روش اجازه مدل سازى در شرايط احتمالى و متغير را مى دهد يعنى مى توان هر يك از پارامتر هاى مختلف سيستم را به شكل تصادفى در نظر بگيريم و مساله را تحليل نمايم.

آنچه در بالا گفته شد برخى از مزايای بارز و برجسته شبيه سازى در مقايسه با ديگر روش هاى تحليل و حل مسائل است اما اين روش معايبى را هم داراست. عيب بزرگى در شبيه سازى وجود دارد كه در شبيه سازى نبايد انتظار گرفتن جواب هاى دقيق را داشت بلكه تنها جواب هاى



تخمینی و نزدیک به بهینه رابدست می آوریم. همچنین در شبیه سازی احتمالی، خروجی ها تصادفی هستند چون ورودی ها تصادفی است پس در اکثر مسائل که به صورت احتمالی است جواب داده شده توسط شبیه سازی هم احتمالی و تصادفی است.

۳. انواع شبیه سازی:

- ایستا در مقابل پویا: مدل های شبیه سازی بسته به نوع مساله می توانند ایستا و پویا باشند در حالت کلی اگر زمان نقشی در مدل داشته باشد شبیه سازی پویا است در غیر این صورت به آن ایستا گویند.
- پیوسته در مقابل گسسته: شبیه سازی زمانی گسسته است که حالت سیستم فقط در برهه مجزائی از زمان یعنی به صورت گسسته تغییر کند. اما اگر حالت سیستم به طور مداوم تغییر کند شبیه سازی پیوسته است.
- قطعی در مقابل پیوسته: همانطور که مشخص است اگر تمامی شرایط و پارامتر های مساله با اطمینان باشد شبیه سازی قطعی است در غیر این صورت یعنی در صورت وجود حالت عدم اطمینان شبیه سازی احتمالی است. اکثر مدل های پر کاربرد شبیه سازی به صورت پویا، گسسته و احتمالی است.

۴. شبیه سازی با کامپیوتر:

همانطور که در یکی از تعاریف شبیه سازی بیان شد شبیه سازی به دلیل ویژگی های خاصش عموماً به صورت کامپیوتری انجام می شود.

- زبان های چند منظوره: شبیه سازی با استفاده از زبان های برنامه نویسی عمومی مانند JAVA, C, FORTRAN و ... که دارای ویژگی های خاص خود هستند. برای مثال این نوع شبیه سازی انعطاف پذیری تقریباً کاملی دارد اما سطح پایین و خسته کننده است.
- زبان های شبیه سازی: زبان هایی که مخصوص شبیه سازی هستند و دستورالعمل های آن Syntax خاص خود را دارند مانند SLAM, GPSS, SIMAN و ...

- شبیه سازی سطح بالا: استفاده از این نوع شبیه سازی ساده است اما انعطاف زبان های شبیه سازی را ندارد.

نرم افزار ARENA درعین حال که یک شبیه ساز سطح بالا است انعطاف زبان های شبیه سازی را هم داراست.

۵. اجزای یک مدل شبیه سازی

بعد از آشنایی مقدماتی و اولیه با شبیه سازی و انواع آن به معرفی اجزا و عناصر اصلی تشکیل دهنده یک مدل شبیه سازی می پردازیم.

- Entities (نهادها): بازیگرانی که شرایط را تغییر می دهند، روی نهادهای دیگر اثر می گذارند و از آنها نیز تاثیر می پذیرند. برای مثال در یک سیستم بانک مشتریان به عنوان نهاد هستند که وارد سیستم می شوند و روی سیستم تاثیر می گذارند.
- Attributes (خصیصه): ویژگیهایی است که یک Entity می تواند داشته باشد. برای مثال زمان ورود یک مشتری به بانک یا جنسیت آن می تواند یک خصیصه برای نهاد باشد.

- Variables (متغیر حالت): وضعیت سیستم را در هر لحظه نشان می دهند. مانند طول صف انتظار برای گرفتن خدمت در بانک
- Resources: منابعی که نهادها آنها را اشغال می کنند و به مصرف می رسانند. مانند کارمندان یک بانک که مشتریان برای کار خود به آنها مراجعه می کنند.
- Queue (صف): جاییست که نهادها برای آزاد شدن یک منبع و اشغال آن منتظر می مانند.
- Statistical accumulators: متغیرهای نظارتی که در پایان برای ارزیابی عملکرد سیستم استفاده می شوند. همانطور که می دانید یکی از اهداف شبیه سازی دستیابی به اطلاعاتی در زمینه عملکرد سیستم است که با توجه به تعریف بالا این اطلاعات از طریق این متغیرها در پایان زمان شبیه سازی به دست می آید. برای مثال متوسط زمان انتظار مشتریان در صف بانک.
- Event (پیشامد): رخدادی در یک لحظه که وضعیت سیستم را تحت تاثیر قرار می دهد. برای مثال ورود و یا خروج یک مشتری یک پیشامد است زیرا وضعیت سیستم رتدر یک لحظه تغییر می دهد.

### معرفی نرم افزار Arena

Arena یکی از پیشرفته ترین نرم افزارها برای شبیه سازی کامپیوتری می باشد. این نرم افزار تحت Microsoft Windows بوده که عملیات و توابع آن استاندارد هستند و همچنین می تواند با نرم افزارهای دیگر تبادل اطلاعات داشته باشد. این نرم افزار محصول شرکت Rockwell Software بوده که آخرین ورژن آن Arena 14.5 می باشد. ویرایشهای جدید آن دارای امکان نمایش ۳ بعدی هستند. این نرم افزار شامل پانلهایی است که سازنده ی مدلها هستند و با استفاده از آنها می توان انواع مدل را در سطح مقدماتی و پیشرفته طراحی کرد.

### منابع بخش اول

[1] Kelton, W. David & Sadowski, Randall P & Sadowski, Deborah A. "Simulation with Arena", McGraw-Hill Book Company, Second Edition.

[2] Jerry Banks, John S. Carson . "Discrete-Event System Simulation", Prentice-Hall INC., 1984

واژه DEA مخفف Data Envelopment Analysis می باشد که به معنی تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحد های تصمیم گیرنده ای (DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود.

چارنز، کوپر و رودز دیدگاه فارل را توسعه دادند و الگویی را ارائه کردند که توانایی اندازه گیری کارایی با چندین ورودی و خروجی را داشت. این الگو، تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها، نام گرفت و اول بار، در رساله دکترای ادوارد رودز و به راهنمایی کوپر تحت عنوان ارزیابی پیشرفت تحصیلی دانش آموزان مدارس ملی آمریکا در سال ۱۹۷۶، در دانشگاه کارنگی مورد استفاده قرار گرفت.

از آن جا که این الگو توسط چارنز، کوپر و رودرز ارائه گردید، به الگوی (CCR) که از حروف اول نام سه فرد یاد شده تشکیل شده است، معروف گردید و در سال ۱۹۷۸ در مقاله ای با عنوان اندازه گیری کارایی واحد های تصمیم گیرنده ارائه شد.

در واقع تحلیل پوششی داده ها مبتنی بر یکسری بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی می باشد که به آن روش ناپارامتریک نیز گفته می شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که بوسیله برنامه ریزی خطی تعیین می شود ایجاد می گردد. برای تعیین این نقاط می توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه ریزی خطی پس از یک سری بهینه سازی مشخص می کند که آیا واحد تصمیم گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟ بدین وسیله واحد های کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می شوند. تکنیک DEA تمام داده ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده ها نامیده شده است.

یکی از ابتدایی ترین و در عین حال معمول ترین روش های اندازه گیری کارایی، استفاده از نسبت ها می باشد. ای نسبت ها در زمینه های مختلف مالی، اقتصادی و صنعتی بکار گرفته می شوند. در صورتی که کارایی به عنوان نسبتی از خروجی ها به ورودی ها تعریف شود، محاسبه و تحلیل آن برای واحدهای تک ورودی-تک خروجی آسان خواهد بود اما در اکثر مسائل دنیای واقعی با واحدهایی با چندین ورودی و خروجی رو به رو بوده و در نتیجه نیازمند روش هایی هستیم که با ترکیب ورودی ها و خروجی ها به صورت یک شاخص واحد، به معیار مناسبی جهت سنجش کارایی دست یابیم.

### دو مشخصه اساسی برای الگوی (DEA)

استفاده از الگوی DEA، برای ارزیابی نسبی واحدها، نیازمند تعیین دو مشخصه اساسی، ماهیت الگو و بازده به مقیاس الگو می باشد که در زیر به تشریح هر یک پرداخته می شود؛ ماهیت الگوی مورد استفاده:

الف: ماهیت ورودی، در صورتی که در فرایند ارزیابی، با ثابت نگه داشتن سطح خروجی ها، سعی در حداقل سازی ورودی ها داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده ورودی است.

ب: ماهیت خروجی، در صورتی که در فرایند ارزیابی با ثابت نگه داشتن سطح ورودی ها، سعی در افزایش سطح خروجی داشته باشیم ماهیت الگوی مورد استفاده خروجی است.

در الگوی DEA، با دیدگاه ورودی، به دنبال به دست آوردن ناکارایی فنی به عنوان نسبتی می باشیم که بایستی در ورودی ها کاهش داده شود تا خروجی، بدون تغییر بماند و واحد در مرز کارایی قرار گیرد. در دیدگاه خروجی، به دنبال نسبتی هستیم که باید خروجی ها افزایش یابند، بدون آنکه تغییر در ورودی ها به وجود آید تا واحد مورد نظر به مرز کارایی برسد.

در الگوی CCR، مقادیر به دست آمده برای کارایی در دو دیدگاه مساوی هستند ولی در مدل BCC این مقادیر متفاوت هستند. علت انتخاب دیدگاه برای یک الگو DEA، در ارزیابی نسبی عملکرد واحدهایی است که در بعضی موارد مدیریت واحد هیچ کنترلی بر میزان خروجی ندارد و مقدار آن از قبل مشخص و ثابت می باشد. و برعکس در بعضی از موارد میزان ورودی ثابت و مشخص است و میزان تولید (خروجی) متغیر

تصمیم است و در چنین شرایطی، دیدگاه خروجی مناسب می باشد. در نهایت انتخاب ماهیت ورودی و خروجی بر اساس میزان کنترل مدیر، بر هر یک از ورودی ها و خروجی ها تعیین می گردد.

بازده به مقیاس الگوی مورد استفاده:

بازده به مقیاس بیانگر پیوند بین تغییرات ورودی ها و خروجی های یک سیستم می باشد. یکی از توانایی های روش DEA، کاربرد الگوهای مختلف متناظر با بازده به مقیاس های متفاوت و همچنین اندازه گیری بازده به مقیاس واحدهاست.  
الف: بازده به مقیاس ثابت: یعنی هر مضربی از ورودی ها همان مضرب از خروجی ها را تولید می کند. الگوی CCR بازده به مقیاس واحد را اثبات فرض می کند. بنابراین واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می شوند.  
ب: بازده به مقیاس متغیر: یعنی هر مضربی از ورودی ها، می تواند همان مضرب از خروجی ها یا کمتر از آن و یا بیشتر از آن را، در خروجی ها تولید کند. الگوی BCC بازده به مقیاس را متغیر فرض می کند.

## بخش دوم: آشنائی با انواع الگوهای DEA

انواع الگوهای DEA

الگوهای DEA به طور کلی عبارتند از: الگوی CCR الگوی BCC

الگوی CCR :

این الگو دارای بازده ثابت به مقیاس است و سعی دارد، با انتخاب وزن های بهینه، برای متغیرهای ورودی و خروجی واحد تحت بررسی، کسر کارایی این واحد (واحد صفر) را، به گونه ای بیشتر کند که کارایی سایر واحدها، از حد بالای یک، تجاوز نکند. این الگو در دو ماهیت ورودی و خروجی و در سه شکل کسری، مضربی و پوششی مطرح شده است و در ادامه، به بیان فرم های مختلف در بیان فرم های مختلف در ماهیت ورودی می پردازیم. با توجه به ویژگی فرم پوششی، الگوی CCR در ماهیت ورودی با شکل پوششی، برای این نوشته انتخاب شد. بنابراین در این قسمت، تنها به تشریح این شکل از CCR در ماهیت ورودی می پردازیم.  
در تحلیل پوششی داده ها دوگان فرم مضربی همواره شکل پوششی را نتیجه می دهد در صورتی که، دوگان فرم مضربی CCR را بنویسیم شکل پوششی CCR به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{Min } \theta + \epsilon \left[ \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right]$$

s.t :

$$y_{rp} = \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s_r \quad r = 1, \dots, s$$

$$\theta x_{ip} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\lambda_j, s_r, s_i \geq 0$$

همانگونه که در شکل پوششی دیده می شود، متغیر متناظر با محدودیت مساوی در فرم مضربی آزاد در علامت می باشد. در این الگو انتخاب هر بردار  $\lambda$  مجاز، یک حد بالا برای ستاده ها و یک حد پایین برای DMU ایجاد می کند و در مقابل ای محدودیت ها ای مرتبط با  $\lambda \geq 0$  گزینه بهینه برای مرتبط شدن با  $\min \theta = \theta$  را ارائه می دهد.  
الگوی پوششی، مجموعه ای از راه حل ها را ارائه می دهد. این راه حل ها، حد بالایی ایجاد می کند که تمام مشاهدات را می پوشاند و به عنوان تحلیل پوششی داده ها عینیت می بخشد. شکل پوششی این امکان را می دهد که ترکیب محدب ایجاد شده، برای هر واحد

ناکارا و میزان دخیل بودن واحدهای کارا در این ترکیب  $\lambda$  مشخص شود. بنابراین، مزیت اساسی شکل پوششی در نوع جوابی است که برای کارایی واحد های مختلف به دست می دهد.

جواب شکل پوششی در ماهیت ورودی به طور مستقیم میزان کارایی نسبی واحد تحت بررسی را نشان می دهد در صورتی که به دست آمده برای یک واحد مساوی یک باشد، بدین مفهوم است که واحد تحت بررسی یا DMU کارا است و در صورتی که مقدار آن کوچکتر از یک باشد DMU یا واحد تحت بررسی ناکارا می باشد (بولین: ۲۰۰۰)

الگوی BCC :

این مدل بر اساس حرف اول نام پدید آورندگان یعنی بنکر، چارنز و کوپر نامگذاری شده است. بر خلاف مدل CCR که فرض بر بازدهی ثابت نسبت به مقیاس است در مدل BCC فرض بر بازدهی متغیر نسبت به مقیاس می باشد. استفاده از بازده متغیر نسبت به مقیاس موجب می شود با محاسبه کارایی فنی بر حسب مقادیر کارایی ناشی از مقیاس و کارایی ناشی از مدیریت، تحلیل بسیار دقیقی ارائه گردد. برای ساخت مدل های نهاده گرا و ستاده گرا در مدل اصلی BCC از همان مبانی مدل CCR استفاده میشود در مدل نهاده گرا با کاهش نهاده ها میزان کارایی افزایش می یابد ولی در مدل ستاده گرا با افزایش ستاده ها میزان کارایی افزایش می یابد. مدل ضربی BCC با شکل نهاده گرا به شکل زیر است:

$$\text{MAX } \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + w$$

s.t:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0 \quad r=1, \dots, s$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

برخی از مزایای روش DEA :

- در ای روش واحد اندازه گیری حساس نیست و نهاده ها می توانند دارای واحدهای مختلفی باشند.
- روش DEA یک روش مدیریتی است که کارایی واحدها را، به طور نسبی اندازه گیری می کند و راهکارهای مدیریتی ارائه می کند.
- روش DEA، به مقایسه واحدها با یکدیگر می پردازد و از ایده ال گرایی محض به دور است.
- روش DEA فقط کارایی را مشخص می کند و نقطه ضعف سایر سیستم های اندازه گیری که نوعی مطلق گرایی را دنبال می کنند، ندارند و کارا بودن در یک الگو یک کمیت دست یافتنی است.

محدودیت های الگوی DEA در مقایسه با سایر الگوها:

- چون DEA یک تکنیک ریاضی و عددی محض است از این رو خطاهای اندازه گیری ممکن است تغییرات عمده ای در نتیجه به همراه داشته باشد از این رو می بایست پس از شناسایی واحد کارا به کنترل مجدد داده ها و ستاده ها اقدام و از صحت آن اطمینان حاصل نمود.
- این روش صرفاً یک روش ریاضی و بر اساس برنامه ریزی خطی است و توانایی مقایسه متغیرهای کیفی واحدهای تصمیم گیری را ندارد.

- اگر تنها یکی از داده ها و ستاده های واحدهای تصمیم گیری تغییر کند، تغییرات اساسی در درجه کارایی واحدهای تصمیم گیری پیش خواهد آمد.
- توافق کلی در مورد انتخاب داده ها و ستاده ها در این روش وجود ندارد .

## منابع بخش دوم

- Anderson P., & Peterson C.N. (1993). A procedure for ranking efficient units in Data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 1261-1264.
- Barros, C. & Athanassiou, M. (2004). Efficiency in European sea ports with DEA: Evidence from Greece and Portugal. *Maritime Economics & Logistics*, 6, 122-140.
- Barros, C. P. (2003). Measurement of efficiency of Portuguese seaport authorities with DEA. *International Journal of Transport Economics*, 30, 335-354.
- Braglia, M., & Petroni, A. (1999). Data envelopment analysis for dispatching rule selection. *Production Planning and Control*, 10, 454-461.
- Charnes, A., Cooper, W.W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Cooper, W., W., Seiford, M., L., & Tone, K. (2005). *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*, (3rd ed.). New York.
- Cooper, W., Seiford, M., L., & Zhu, J. (2004). *Handbook on Data Envelopment Analysis*, Boston.

## بخش سوم

### مدل‌های تلفیقی از کاربرد شبیه سازی در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

بیشترین کاربرد شبیه‌سازی در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، در شبیه‌سازی سیستم مورد مطالعه می‌باشد که توانایی دریافت داده‌های مسئله به عنوان ورودی‌های مدل (Inputs) و همچنین جزئیات دیگری که در رابطه با سیستم مورد مطالعه، را دارد. سپس نتایج حاصل از خروجی‌های شبیه‌سازی به عنوان خروجی‌های (Outputs) مدل تحلیل پوششی داده‌ها در نظر گرفته می‌شود. در بسیاری از مقاله‌های کار شده در این زمینه سناریوهای مختلف که محقق بدنبال دستیابی به بررسی و تحلیل دقیق آنهاست، به عنوان مدل‌های مختلف شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. این مدل‌های مختلف شبیه‌سازی به عنوان واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) در نظر گرفته شوند. با اجرای هر مدل می‌توان سناریوهای مختلف را مورد آزمایش قرار داد. سپس نتایج حاصله همان خروجی‌های مورد نظر برای هر واحد تصمیم‌گیرنده می‌باشد که در مدل تحلیلی، به انتخاب بهترین سناریو از بین سناریوهای مورد مطالعه شبیه‌سازی شده پرداخته می‌شود. در واقع می‌توان بدینگونه بیان داشت که ترکیب دو روش تحلیل پوششی داده‌ها و شبیه‌سازی، در انتخاب بهترین سناریو و رتبه‌بندی سناریوهای مختلف و کاربرد

این دو رویکرد در مدل های مطالعات موردی مختلف است. کاربرد در مطالعات کاربردی مختلف، اهمیت و نقش ترکیبی این دو روش را بسیار نمایان ساخته است. در ادامه به بررسی چند مقاله کار شده در خصوص تلفیق این دو رویکرد می پردازیم.

#### تجزیه و تحلیل کارایی یک سیستم تولیدی به کمک مدل شبیه سازی

در این پژوهش هدف اصلی نشان دادن توانمندی شبیه سازی در ارتقای بهره‌وری و متوازن سازی سیستم تولیدی یاد شده است. در این تحقیق نخست با تبیین مدل های شبیه سازی و ابعاد کاربردی آن نگاه خاص به موضوع بهره‌وری پرداخته است و توانمندی های شبیه سازی در عرصه بهره‌وری را نشان می‌دهد. مطالعه انجام شده در یک کارگاه تولیدی قطعات پلاستیکی و لاستیکی که به تولید قطعات خودروهای مزدا و تیوتا می‌پردازد، انجام شده است. در این مطالعه موردی با شناسایی سیستم مورد مطالعه و طراحی مدل سیستم موجود به عنوان مدل **AS-IS** و تحلیل و بررسی نتایج حاصل از آزمایش های مدل پرداخته شده است. در مرحله بعد با مشخص کردن ضریب بهره‌وری نیروی انسانی و وسایل و تجهیزات و شناسایی گلوگاه های سیستم تولیدی که موجب کاهش کارایی و عملکرد آن می‌شود، یک سیستم پیشنهادی با عنوان سیستم مطلوب (**TO-BE**) را حاصل شده است. در نهایت با انجام آزمایش های شبیه سازی و مقایسه و تحلیل نتایج خروجی های بدست آمده از سناریوهای مختلف، بهترین سناریو انتخاب گردیده است. در مدل شبیه سازی شده نیروی انسانی، ماشین آلات و تجهیزات به عنوان منابع و قطعات مورد نیاز برای مونتاژ و تولید به عنوان نهاد در سیستم در نظر گرفته شده‌اند. در مدل تحلیل پوششی داده‌ها ماشین آلات، تجهیزات و نیروی انسانی به عنوان ورودی های مدل در نظر گرفته شده است. خروجی های هریک از سناریوها که از مدل های شبیه سازی حاصل شده‌اند که شامل مقدار و تعداد محصول تولید شده، متوسط مدت زمان انتظار در سیستم، متوسط انتظار قطعات در صف، متوسط طول صف انتظار، و ضریب بهره‌برداری از وسایل و تجهیزات و نیروی انسانی است. سپس با استفاده از یک مدل **BCC** به تعیین مقدار  $\theta$  هریک از سناریوهای مختلف، به رتبه بندی بین سناریوها و تعیین سناریوهای کارا پرداخته می‌شود.

یکپارچه سازی تحلیل پوششی داده‌ها و فرآیند تحلیل سلسله مراتبی با شبیه سازی کامپیوتری برای بهبود و بهینه سازی یک سیستم راه‌آهن در این پژوهش ترکیبی از سه روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی و شبیه سازی و تحلیل پوششی داده‌ها انجام شده است. تفاوت اصلی بین این پژوهش با پژوهش های قبلی در این مسئله است که در پژوهش های گذشته تنها به بررسی داده‌های کمی پرداخته شده است، در حالیکه در این پژوهش هم داده‌های کمی و هم داده‌های کیفی مورد نظر قرار گرفته‌اند. بوسیله فرآیند تحلیل مراتبی وزن هریک از معیارهای کیفی برای ورودی و خروجی مدل تعیین شده است. بعد از تعیین وزن های انجام شده، مدل های شبیه سازی پس از تعیین اعتبار خود، شبیه سازی می‌شوند و می‌توان از نتایج حاصل از شبیه‌سازی مدل تحلیل پوششی داده‌ها را ساخت. بعد از حل مدل تحلیل پوششی داده‌ها می‌توان از بین سناریوهای مختلف، بهترین سناریو را انتخاب نمود. در این پژوهش از زبان شبیه سازی **SLAM** استفاده گردیده است. هدف از مدل شبیه سازی افزایش اعتماد به زمان بندی های انجام شده در مدل، کاهش زمان سفر مسافران با قطار و محموله‌های باری است. در این پژوهش از دو مدل **CCR** با بازده به مقیاس ثابت و **BCC** با بازده به مقیاس متغییر استفاده شده است. هر سناریوی که مقدار  $\theta$  بیشتری داشته باشد به عنوان سناریو برتر شناخته می‌شود. تعداد کل سناریو های مورد مطالعه در این پژوهش کا در واقع همان تعداد مدل های شبیه سازی و همان تعداد واحد های تصمیم گیرنده در مدل تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد، برابر با ۲۲ سناریو است.

مراحل کلی از ترکیب و استفاده از سه روش یاد شده به صورت زیر می‌باشد:

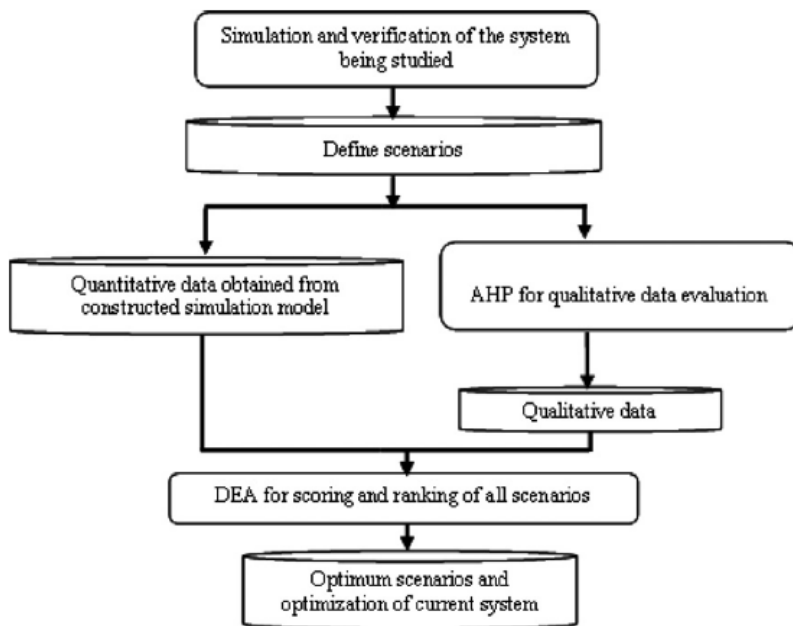


Fig. 1. Integrated DEA AHP Simulation Model.

### کاربرد شبیه سازی و تحلیل پوششی داده‌ها برای مقایسه بین سناریو های خطوط مونتاژ

در این پژوهش جهت مقایسه بین سناریو های مختلف خطوط مونتاژ در یک کارخانه از تلفیق دو روش فوق استفاده شده است. در ابتدا به روش ابتکاری استراتژی‌های مختلف مورد استفاده در خطوط مونتاژ بررسی گردیده است. از این میان هفت استراتژی انتخاب شده است. در این پژوهش تعداد کارگران و نیز همینطور مقدار تجهیزات مورد نیاز برای کار به عنوان ورودی در مدل DEA در نظر گرفته شده است. هفت استراتژی مختلف تولید به عنوان هفت مدل شبیه سازی مجزا در نظر گرفته شده است. خروجی‌های مدل‌های شبیه سازی به عنوان خروجی مدل DEA نیز در نظر گرفته شده است، مانند متوسط زمان انجام کار هر قطعه کامل شده، متوسط زمان انتظار در صف، تعداد مونتاژ نهایی، درصد بکارگیری نیروی انسانی. در این پژوهش از دو مدل POT و CTR که از انواع مدل‌های DEA می‌باشند استفاده گردیده است. در انتهای پژوهش نیز در مورد روش‌های ابتکاری در مورد انتخاب هفت استراتژی مورد مطالعه بحث گردیده است که چنانچه تغییری در این سیاست‌ها داده شود، چگونه بروی خلق یک سناریوی جدید و همچنین تعیین نوع دیگری سناریو به عنوان سناریو برتر، تاثیر می‌گذارد.

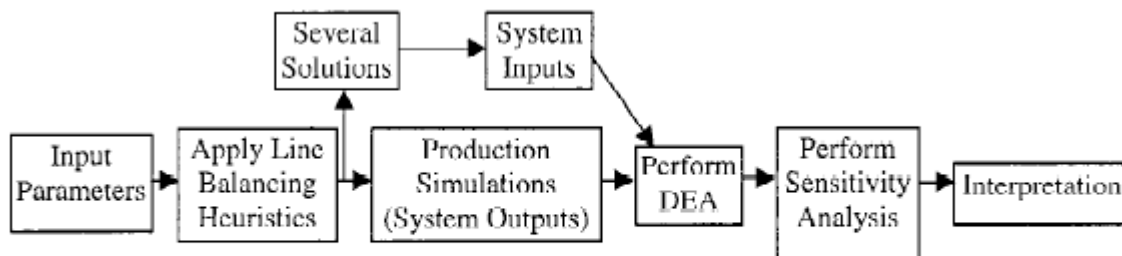


Figure 1. Overview of research.



## روشی یکپارچه جهت انتخاب یک سیستم تولیدی انعطاف پذیر

در این پژوهش از سه روش تحلیل سلسله مراتبی و شبیه سازی و تحلیل پوششی داده ها استفاده شده است. در این پژوهش ابتدا بوسیله تحلیل سلسله مراتبی وزن های هر یک از اهداف را تعیین کرده و سپس بوسیله ابزار شبیه سازی سود های حاصل از استفاده از هر یک از سناریو ها مورد سنجش قرار می گیرند. سپس با تعیین ورودی های مدل و خروجی های مدل به عنوان نتایج حاصل از شبیه سازی ها، به حل مدل شبیه سازی پرداخته شده است. در انتها نیز بوسیله روش کارایی متقاطع، تحلیل حساسیت بر روی نتایج بدست آمده از تحلیل پوششی داده ها انجام گرفته است. در این پژوهش ۱۲ واحد تصمیم گیرنده مورد ارزیابی قرار گرفته اند.

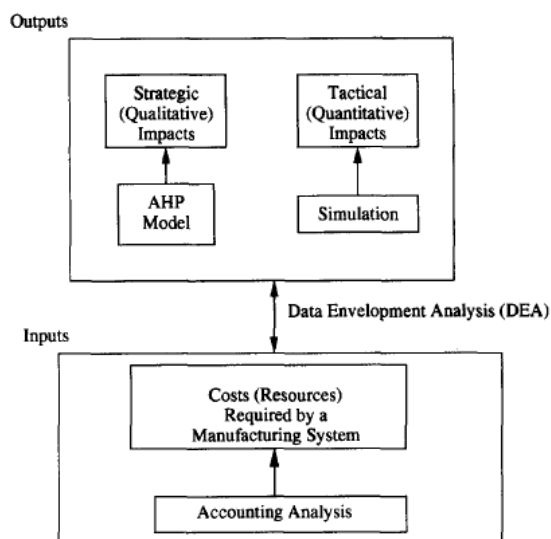


Fig. 1. Framework for the selection of FMS.

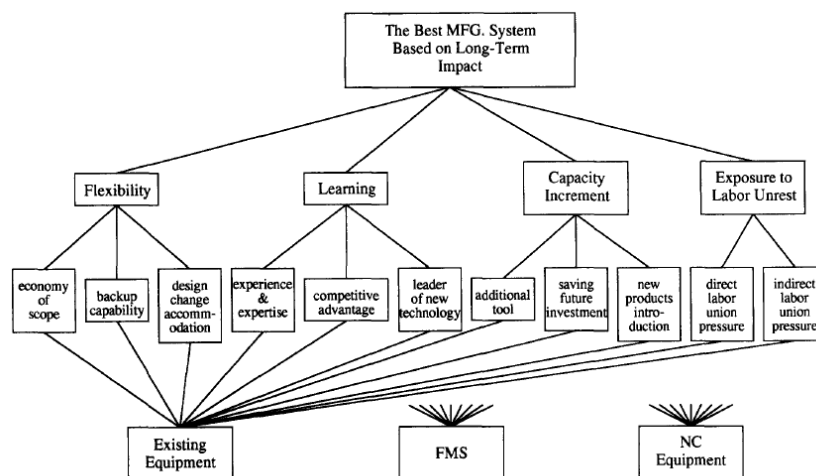


Fig. 2. The hierarchy for selecting a manufacturing system based on strategic factors.

دو نمونه مقاله دیگر که از روش کار شبیه به مراحل ترکیبی مقاله های قبلی هستند :

## تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس مدل تصمیم‌گیری در مورد تخصیص بهینه اپراتور به سیستم‌های تولید سلولی

در این پژوهش هدف تعیین تعداد بهینه اپراتورها به سلول‌های سیستم تولید سلولی با توجه به معیارهای ارزیابی کار در اینگونه سیستم‌ها می‌باشد. ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل DEA به ترتیب عبارتند از تعداد کارگران - اندازه محموله‌های منتقل شونده - سطح تقاضا ، و خروجی‌ها با : متوسط زمان تحویل ، درصد بکارگیری اپراتورها در نظر گرفته شده اند. تعداد DMU ها برابر با ۴۸ عدد است. سپس با روش کارایی متقاطع، ۱۰ واحد تصمیم‌گیرنده کارا را نیز رتبه بندی گردیده اند. روند کلی پژوهش بصورت مراحل زیر است :

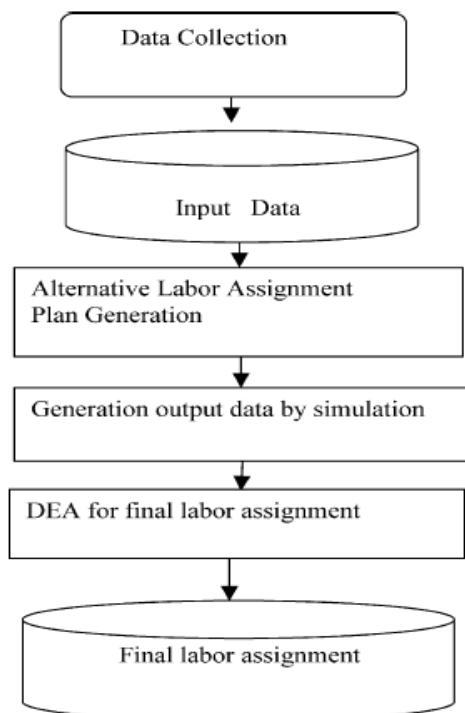


Fig. 2. Steps of the proposed methodology.

کاربرد DEA در تحلیل عملیات وسایل حمل و نقل هدایت شونده در یک سکوی بارگیری بندر در این پژوهش بررسی انواع سناریوهای مختلف جهت انتخاب و انجام باکارآمدترین سناریوهای مورد نظر می‌باشد.

### منابع بخش سوم

م.مومنی ، ب. زارعی ، م. اسماعیلیان(۱۳۸۵) " تجزیه و تحلیل کارایی یک سیستم تولیدی به کمک مدل شبیه سازی " فصلنامه مدرس علوم انسانی، دوره ۱۰ ، شماره ۴

A. Azadeh a,b,c,\* , S.F. Ghaderi a,b,c, H. Izadbakhsh (2008)“Integration of DEA and AHP with computer simulation for railway system improvement and optimization “ applied mathematic and computation .195.775-785

P. R. MCMULLEN, G. V. FRAZIER (2008) “Using Simulation and Data Envelopment Analysis to Compare Assembly Line Balancing Solutions” Productivity analysis .11.149-168

J. Shang a,\* , T. Sueyoshi (۲۰۰۶) "A unified framework for the selection of a Flexible Manufacturing System " European Journal of Operational Research 85 . 297-315

T.Ertay , D.Ruan (۲۰۰۵) "Data envelopment analysis based decision model for optimal operator allocation in CMS"European Journal of Operational Research 164 .800–810

Application of DEA to the (۲۰۱۱)" Teodorović, Vukadinović, D. Vladislavljević, K.Pjevčević, I.D  
Procedia Social and Behavioral Sciences "port container terminal analysis of AGV fleet operations in a  
20

## تحلیل پوششی داده های فازی و تحلیل حساسیت

### ۱- تحلیل پوششی داده ها

تحلیل پوششی داده ها در واقع یک چارچوب تئوریک را برای تحلیل عملکرد فراهم می کند. این مدل شامل مجموعه ای از تکنیک های برنامه ریزی خطی است که مرز کار را با استفاده از داده های مشاهده شده بنا می کند و آنگاه به ارزیابی و اندازه گیری واحد های تصمیم ساز می پردازد. مدل DEA برخلاف بسیاری از مدل های مرسوم در اندازه گیری کارایی می تواند شامل چندین ورودی و خروجی می باشد و یک روش برنامه ریزی غیر پارامتری و غیر آماری است که جهت ارزیابی کارایی نسبی واحدهای متجانس و نامتجانس، متشکل از چندین ورودی برای تولید چندین خروجی به کار می رود. تحلیل پوششی داده ها برای اولین بار توسط چارنر و همکارانش در سال ۱۹۷۸ مطرح شد. بطور کلی تحلیل پوششی داده ها یک متدولوژی بر پایه برنامه ریزی خطی است که برای ارزیابی عملکرد نسبی DMU ها بکار می رود. مزیت استفاده از DEA این است که در این روش نیازی به یک سری پیش فرض بر محدوده و فضای مدل سازی و حل ندارد. از زمانی که این روش توسط چارنر و همکارانش مطرح شد جهش بزرگی در این موضوع بوجود آمد و مقالات بسیاری ارائه شد.

روش های تحلیل پوششی داده اصلی و کلاسیک همواره نیازمند داده ها و اطلاعات دقیق و همچنین اندازه گیری های شفاف ورودی ها و خروجی ها هستند. اما در دنیای واقعی مقادیر مشاهده شده در داده های ورودی و خروجی در بیشتر اوقات مبهم و گنگ هستند. اطلاعات مبهم احتمالاً منجر به نتایج نادقیق و غیر قابل استناد می شود. تعدادی از محققین روش های فازی متنوعی را برای حل این مسئله و ابهام در داده ها، ارائه کرده اند. در ادامه به بررسی مقالات ارائه شده درباره چهار گروه اصلی تحلیل پوششی داده های فازی از گذشته تا به حال، می پردازیم. و در پایان با توجه به مطالعات صورت گرفته به رده بندی روش های مذکور پرداخته خواهد شد.

### ۲- تئوری مجموعه فازی

نظریه مجموعه های فازی با هدف بررسی مفهوم مقادیر نسبی به وجود آمده است. این مقادیر دارای طیف گسترده ایی از حقیقت محض تا دروغ محض می باشد. نظریه مجموعه های فازی برای حل کردن مفاهیمی چون بی دقتی و ابهام مطرح شده است و تبدیل به ابزاری بسیار مهمی در این زمینه گشته است. هدف نظریه فازی انعطاف پذیری، استحکام و ارایه راه کارهای کم هزینه برای حل مشکلات دنیای واقعی می باشد. بر اساس گفته زاده در سال ۱۹۷۵، خیلی سخت خواهد بود اگر بخواهیم با کمک اندازه گیری های مرسوم به بیان شرایط پیچیده

بپردازیم و نیاز است تا از متغیرهای زبان شناختی استفاده کنیم. در یک زبان طبیعی یا ساختگی، کلمات و جملات ارزش های زبان شناختی به حساب می آیند. پتانسیل کار با ارزش های زبان شناختی، هزینه های پائین محاسباتی و راحتی درک آن از جمله ویژگی هایی است که باعث مرسوم شدن این شیوه گشته است. جبر مجموعه های فازی که به وسیله زاده در سال ۱۹۶۵ بسط پیدا کرد، شکل صوری نظریه ایی است که در شرایط احتمالی باعث برطرف شدن تخمین های مبهم و گنگ می شود.

زاده در سال ۱۹۶۵ بیان می کند: " مفهوم نظریه فازی برای ایجاد یک چهارچوب نظری که در بسیاری از جنبه ها با چارچوب های استفاده شده در مجموعه های ساده مشابهت دارد، نقطه حرکت مناسبی فراهم می کند. با این حال نظریه فازی به نسبت مجموعه های ساده کلی تر بوده و این پتانسیل را دارد که بیشتر بکار رود".

کاربرد نظریه فازی در تصمیم گیری چند معیاره هنگامی ممکن گشت که بلمن و زاده (۱۹۷۰) و زیمرمن (۱۹۸۷) مجموعه فازی را در تصمیم گیری چند معیاره معرفی کردند. این افراد راه را برای مجموعه ایی از روش ها هموار کردند تا بتوان از آن طریق مسائلی را که با شیوه های استاندارد غیر قابل حل هستند، بررسی و حل کنند.

چارچوب بلمن و زاده در سال ۱۹۷۰ بر اساس مدل یاگار و بسن و از روش جمع موزون در سال ۱۹۷۵ و باس و کواکرنا در سال ۱۹۷۷ می باشد. مدل باس و کواکرنا را عموماً به عنوان اثر کلاسیک شیوه تصمیم گیری های چند معیاری فازی می شناسند.

چن و هاوانگ در سال ۱۹۹۲، شیوه ایی راحت و قابل فهم برای کاهش مشکل محاسبات در شیوه های قبلی تصمیم گیری های چند معیاره پیشنهاد کردند. این شیوه شامل دو مرحله می باشد: ۱- تبدیل اطلاعات فازی به اعداد آشکار و ۲- معرفی شیوه های قابل درک و راحت. علاوه بر این، چن و هاوانگ در سال ۱۹۹۲ بین شیوه های رتبه بندی فازی و شیوه های تصمیم گیری های چند معیاره فازی تفاوت غائل شدند. اولین گروه آنها دربرگیرنده شیوه هایی برای پیدا کردن رتبه بندی، میزان بهینگی، فاصله انسانی، عملکرد مقایسه میانگین و سرعت فازی، تناسب با ایده آل، اعداد چپ و راست و شیوه های رتبه بندی زبان شناختی می شود. گروه دوم به منظور ارزیابی اهمیت نسبی ویژگی های چند گانه تهیه شد: روش جمع موزون، فرایند مقایسه سلسله مراتب فازی، شیوه های ربط دهنده/فاصل، شیوه های رتبه بندی فازی و شیوه های ترکیب فازی در این دسته قرار می گیرند. ایگوچی و دیگران در سال ۱۹۹۰ بررسی مفیدی از کاربردهای برنامه ریزی ریاضی فازی ارائه می دهند که شامل این موارد می گردد: برنامه ریزی انعطاف پذیر، برنامه ریزی احتمالی، برنامه ریزی روابط فازی، برنامه ریزی احتمالی خطی با کمک مجموعه فازی ماکزیمم (Fuzzy max)، برنامه ریزی خطی احتمالی با اهداف فازی و برنامه ریزی قاطع.

اخیراً نظریه مجموعه های فازی در بسیاری از زمینه ها کاربرد پیدا کرده است، از جمله: علوم مدیریت، نظریه تصمیم، هوش مصنوعی، علوم کامپیوتر، سیستم های خبره، منطق، نظریه کنترل و آمار.

### ۳- تئوری مجموعه فازی و تحلیل پوششی داده ها

داده ها در مدل CCR و BCC اصلی و کلاسیک دارای مقادیر عددی قطعی می باشند در حالیکه مقادیر مشاهده شده در دنیای واقعی برای ورودی ها و خروجی ها گاهی اوقات مبهم و غیر قطعی هستند. سنگوچتا در سال ۱۹۹۲ نخستین فردی بود که دیدگاه برنامه ریزی ریاضی فازی را مطرح کرد. او برای تابع هدف و محدودیت ها سطح تحمل (tolerance) مشخص کرد.

فرض کنید که به تعداد  $n$  عدد DMU و  $m$  ورودی و  $s$  خروجی داریم.  $X_{ij}=(i=1,2,\dots,m)$  ورودی فازی و  $y_{ij}=(r=1,2,\dots,s)$  خروجی فازی برای  $j$  امین DMU،  $j$  برابر است با  $(j=1,2,\dots,n)$ . مدل CCR اولیه و ثانویه فازی ورودی محور بصورت زیر فرمول بندی می شود:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_p \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{x}_{ij} \leq \theta_p \bar{x}_{ip}, \quad \forall i, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j \bar{y}_{rj} \geq \bar{y}_{rp}, \quad \forall r, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad \forall j. \end{aligned}$$

مدل اولیه CCR (ورودی محور):

مدل ثانویه CCR (ورودی محور):

$$\begin{aligned} \max \quad & \theta_p = \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rp} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ip} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij} \leq 0, \quad \forall j, \\ & u_r, v_i \geq 0, \quad \forall r, i. \end{aligned}$$

در مدل ثانویه  $V_i$  و  $u_r$  وزن های ورودی و خروجی  $i$  امین ورودی و  $r$  امین خروجی می باشند. در ادامه اگر محدودیت به مدل اولیه اضافه گردد، مدل BCC فازی بدست می آید که بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \min \quad & \theta_p \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j \tilde{x}_{ij} \leq \theta_p \tilde{x}_{ip}, \quad \forall i, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j \tilde{y}_{rj} \geq \tilde{y}_{rp}, \quad \forall r, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad \forall j. \end{aligned} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\begin{aligned} \max \quad & w_p = \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rp} + u_0 \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ip} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij} + u_0 \leq 0, \quad \forall j, \\ & u_r, v_i \geq 0, \quad \forall r, i. \end{aligned}$$

#### ۴- روش های تحلیل پوششی داده های فازی

کاربرد تئوری مجموعه فازی در تحلیل پوششی داده ها بطور کلی در چهار گروه اصلی تقسیم بندی می شود: ۱- رویکرد میزان تحمل (tolerance approach)، ۲- رویکرد سطح  $\alpha$  ( $\alpha$ -level based approach)، ۳- رویکرد رتبه بندی فازی (fuzzy ranking approach) و ۴- رویکرد امکان پذیری (possibility approach). در این قسمت به بررسی و مرور مقالات ارائه شده درباره هریک از رویکردها می پردازیم.

#### ۴-۱) شیوه ی تلورانس (تحمل پذیری خطا)

این رویکرد از جمله اولین روش های تحلیل پوششی داده ها به حساب می رود که توسط سنگوپتا در سال ۱۹۹۲ به وجود آمد و سپس کاهرمن و کولپا در سال ۱۹۹۸ آن را بسط دادند. در این شیوه ایده اصلی ترکیب تردید در تحلیل پوششی داده است که از طریق تعریف سطوح تحمل پذیری صورت می گیرد. این شیوه نشانه های برابری و نابرابری ها را فازی می کند، اما نمی تواند مستقیماً به بررسی ضریب همبستگی فازی بپردازد. محدودیت های پیچیده این شیوه به طراحی مدل نتیجه گیری های چند معیاره همراه با توابع عینی فازی و مقید فازی مربوط است. (تریانیت و گیورل، ۱۹۹۸). اگر چه در بیشتر فرآیندها، فازی بودن هم به لحاظ دست نیافتن به اهداف خاص و عینی بروز پیدا می کند و هم به لحاظ عدم دقت در اطلاعات، رویکرد تحمل پذیری با کم کردن رابطه تصمیم گیری های چند معیاری باعث نوعی انعطاف پذیری می گردد. این در حالی است که رابطه ورودی و خروجی قطعی در نظر گرفته می شود.

#### ۴-۲) رویکرد مبتنی بر آلفا $\alpha$ -level

این شیوه شاید مطرح ترین مدل تحلیل پوششی داده باشد. این ادعا را می توان از طریق تعداد مقالاتی یافت که در این زمینه به چاپ رسیده است. در این شیوه، ایده اصلی تبدیل مدل تحلیل پوششی داده به زوجی از برنامه های پارامتریک با هدف پیدا کردن پایین ترین و بالاترین سطح آلفا در توابع می باشد. گیورل در سال ۱۹۹۶ برای فرموله کردن BCC فازی و مدل لایه دسترس آزاد FDH استفاده کرد که به نوعی ارزیابی ای از شیوه پیشنهادی کارسون و کوهونن بود. در این مدل ورودی ها می توانند بین میزان بدون ریسک (بالا) و میزان غیر ممکن (پائین) در نوسان باشند. به همین ترتیب، خروجی ها بین حد کم خطر (پائین) و غیرممکن (بالا) در نوسان باشند. تیانت و گئورد در سال ۱۹۹۸ توانستند شیوه LP فازی را معرفی کنند آنها توانستند با این کار، کارایی فنی را اندازه گیری کنند. رویکرد این دو از ۳ شیوه تشکیل شده بود: اول، ورودی و خروجی های غیر دقیق به لحاظ حد عاری از خطر و حد غیر غیرممکن از طریق تصمیم گیرنده مشخص می گردند. دوم، سه مدل فازی CCR, BCC, و FDH به لحاظ درجه ریسک پذیری فرموله می شوند. در ضمن تابع عضویت این مدل ها برای مقادیر مختلف آلفا نیز اندازه گیری می شوند. سوم اینکه این دو توانستند کاربرد مدل BCC فازی را در خطوط بسته بندی نشان دهند که کاغذ را به روزنامه تبدیل می کنند. تریانیتس در سال ۲۰۰۳ کار ابتدایی خود در مورد تحلیل پوششی داده های فازی را به سمت تحلیل پوششی داده های غیر شعاعی فازی گسترش داد. هدف او طراحی سیستم اندازه گیری عملکرد یکپارچه بود. او همچنین مدل خود را با کارایی فنی شعاعی همان خط تولیدی مقایسه کرد که توسط گیورل (۱۹۹۶) و گیورل و تریانیتس (۱۹۹۹) تشریح شده بود. در سال ۱۹۹۸، از روش آلفا برای رسیدن به کارایی بازه ای و تحلیل پوششی داده فازی بهره جست.

کائو و لیو در سال ۲۰۰۰، نظریه و ایده اولیه انتقال مدل تحلیل پوششی داده ها را به مجموعه ایی از مدل قطعی مرسوم تحلیل پوششی داده تبدیل کردند و توانستند با مشاهده مدل های BCC راه حلی برای اندازه گیری کارایی مدل تحلیل پوششی داده ها پیدا کنند. مدل آنها توانست با کمک رویکرد مبتنی بر آلفا و اصل گسترش آقای زاده توابع عضو ارزیابی های فازی را پیدا کنند. آنها مدل تحلیل پوششی داده های فازی را به زوجی از برنامه های ریاضی پارامتریک تبدیل و از شیوه اندازه گیری فازی استفاده کردند تا بتوانند عملکرد تحلیل پوششی داده را محاسبه کنند. حل این مدل در سطح مشخص آلفا باعث به وجود آمدن کارایی فاصله ای در تحلیل پوششی داده های فازی گشت. تعدادی از این بازها را می توان در ایجاد کارایی متناظر فازی استفاده کرد. با این فرض که  $N$  تعداد واحد تصمیم گیرنده (DMU) وجود دارد، هر کدام دارای  $M$  تعداد ورودی برای تولید خروجی های مختلف می باشند. هر واحد تصمیم گیرنده برای تولید خروجی های گوناگون از مقادیر ورود گوناگونی استفاده می کنند. بر اساس فرمول،  $X$  و  $Y$  به ترتیب نشان دهنده مقادیر ورودی و خروجی واحد تصمیم گیرنده هستند. برای حل مدل BCC فازی، کیو و لائو در سال ۲۰۰۴، زوجی از مدل های ریاضی دو مرحله ایی پیشنهاد کردند که می توانست حد بالا و پائین (WP) را محاسبه کند:

$$(w_p)_\alpha^L = \min_{\substack{(X_{ij})_\alpha^L \leq x_{ij} \leq (X_{ij})_\alpha^U \\ (Y_{rj})_\alpha^L \leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_\alpha^U \\ \forall r, i, j}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{w}_p = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + u_0 \\ \text{s.t.} \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1, \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_0 \leq 0, \quad \forall j, \\ u_r, v_i \geq 0, \quad \forall r, i. \end{array} \right.$$

$$(w_p)_\alpha^U = \max_{\substack{(X_{ij})_\alpha^L \leq x_{ij} \leq (X_{ij})_\alpha^U \\ (Y_{rj})_\alpha^L \leq y_{rj} \leq (Y_{rj})_\alpha^U \\ \forall r, i, j}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{w}_p = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + u_0 \\ \text{s.t.} \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1, \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_0 \leq 0, \quad \forall j, \\ u_r, v_i \geq 0, \quad \forall r, i. \end{array} \right.$$

در این مدل  $[(X_{ij})_\alpha^L, (X_{ij})_\alpha^U]$  و  $[(Y_{rj})_\alpha^L, (Y_{rj})_\alpha^U]$  ورودی و خروجی های فازی در سطح آلفا هستند. این دو مدل برنامه ریزی ریاضی می توانند به یک مدل ساده و کلاسیک تبدیل شوند:

$$(w_p)_\alpha^L = \max \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rp})_\alpha^L + u_0$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rp})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ip})_\alpha^U + u_0 \leq 0,$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^L + u_0 \leq 0, \quad \forall j, j \neq p,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i (X_{ip})_\alpha^U = 1, \quad u_r, v_i \geq 0, \quad \forall r, i.$$



$$\begin{aligned}
(w_p)_\alpha^U &= \max \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rp})_\alpha^U + u_0 \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rp})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ip})_\alpha^L + u_0 \leq 0, \\
& \sum_{r=1}^s u_r (Y_{rj})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (X_{ij})_\alpha^U + u_0 \leq 0, \quad \forall j, j \neq p, \\
& \sum_{i=1}^m v_i (X_{ip})_\alpha^L = 1, \quad u_r, v_i \geq 0, \quad \forall r, i.
\end{aligned}$$

سپس با کمک مدل های مذکور توابع عضو را می توان ساخت. این توابع می تواند حد بالا و پائین آلفا را برای هر (DMU) محاسبه کنند. کائو و لائو از شیوه رتبه بندی فازی استفاده کرده اند تا کارایی فازی به دست آمده را محاسبه کنند. آنها همچنین با استفاده از محاسبه مقادیر از دست رفته در تحلیل پوششی داده فازی و با استفاده از مفهوم توابع عضو تئوری مجموعه فازی توانستند کارایی را محاسبه کنند. در شیوه آنها کمترین، بیشترین و ممکن ترین مقادیر اطلاعات از دست رفته ی مشاهده شده استخراج می شوند تا یک تابع سه گانه به وجود آید. آنها با مشاهده کارایی ۲۴ کتابخانه دانشگاه از ۱۴۴ کتابخانه در تایوان کارایی شیوه خود را اثبات کردند. گو در سال ۲۰۰۱ از مدل تحلیل پوششی داده های فازی مشابه کائو و لیو استفاده کرد تا بتواند حد کارایی اندازه گیری فازی را محاسبه کند. با این حال، آنها در سال ۲۰۰۰ مدل های خود را طراحی کردند. کائو از فرضیه بازده به مقیاس متغیر (VRS) و لیئو از مدل CRS استفاده کرد.

کائو و لیئو در سال ۲۰۰۳ از شیوه مجموعه حداقل و حداکثر چن استفاده کردند. آنها از این شیوه برای ایجاد زوج های برنامه های غیر خطی و رتبه بندی DMU ها استفاده کردند. در این شیوه نیازی به استفاده از محاسبه مقادیر توابع عضو فازی نیست، اما توابع عضو ورودی و خروجی باید مشخص شوند. در سال ۲۰۰۵ کائو و لیئو از شیوه اولیه خود برای تعیین کارایی فازی ۱۵ شرکت تولیدی در تایوان استفاده کردند.

زانگ و دیگران در سال ۲۰۰۵ برای محاسبه کارایی اطلاعات از شیوه خرد و کلان استفاده کردند. آنها از مدل تحلیلی پوششی داده های فازی کائو و لیئو استفاده کردند که با استفاده از مجموعه ایی از مقادیر آلفا، مدل تحلیل پوششی داده ها را به مدل تحلیل داده های پوششی واضح تبدیل می کرد. کائو و لیئو در سال ۲۰۰۷ تغییراتی در شیوه خود اعمال کردند تا بتوانند ارزش های از دست رفته را محاسبه کنند. بر این اساس آنها از شیوه تحلیل پوششی داده ها استفاده کردند و با کمک آلفا، کارایی داده ها را محاسبه کردند. آنها این کار را برای محاسبه عملکرد شرکت های چند ملیتی در زمینه مواجهه با نرخ ریسک بررسی کردند. آنها از مدل تحلیل پوششی داده ها در صنعت فناوری اطلاعات تایوان استفاده کردند. لی و یانگ در سال ۲۰۰۸ برای طبقه بندی مشاهدات فازی به دو گروه از شیوه آنالیز تحلیل پوششی داده ها استفاده کردند. آنها برای اینکار از شیوه کائو و لیو استفاده کردند و مدل برنامه ریزی خطی فازی را با مدل پارامتریک جایگزین کردند تا حد پائین و بالا ارزش ها را محاسبه کنند. با استفاده از شیوه کائو و لیو و شیوه سلسله مراتبی فازی، آنها برای رتبه بندی توسعه محصولات جدید شیوه ایی جدید ابداع کردند.

حسین زاده، لطفی و دیگران در سال ۲۰۰۷ مدل آنالیز تحلیل پوششی داده ها را برای بررسی محیط های نامشخص استفاده کردند. آنها در ابتدا با استفاده از داده های مشخص مدل "سویوشی" را تغییر دادند، سپس با استفاده از آلفا آنها را به داده های ورودی و خروجی تبدیل کردند. کارکاک در سال ۲۰۰۸، مدل کوک را بسط داد تا از آن برای ارزشیابی ورودی ها و خروجی های ترتیبی استفاده کنند. آنها این کار را با

مشخص کردن سطوح بالا و پائین آلفا از توابع هم عضو انجام دادند. از سال ۲۰۰۸ از شکل سه گوش مدل ورودی و خروجی به جای اطلاعات واضح استفاده کرد و برای محاسبه کارآمدی DMU ها از آنها بهره برد. او مدل CCR فازی را به زوجی از برنامه های پارامتریک آلفا تبدیل کرد و با این کار حد بالا و پائین کارایی را شناسایی کرد. نقش او در تحلیل پوششی داده ها فازی در توسعه توابع مشترک و هم عضو کارایی برجسته است. او برای انتقال مدل تحلیل پوششی داده های فازی به مجموعه ایی از مدل های مرسوم مدل تحلیلی پوششی از آلفا استفاده کرد. از سال ۲۰۱۰ از این مدل برای حل دیگر مشکلات در بخش فروش هم استفاده کردند. وانگ و دیگران در سال ۲۰۰۹، برای طبقه بندی شبکه خود از شیوه تحلیل پوششی داده ها استفاده کردند. آنها در اندازه های مختلف شیوه شان از حدود پائین و بالای کارآمدی استفاده کردند.

حسین زاده، لطفی و دیگران در سال ۲۰۰۹، برای حل مدل CCR فازی از دو شیوه اطلاعات دقیق و اطلاعات معمولی استفاده کردند. در روش اول، آنها برای تبدیل داده های فازی از تابع انالوگ استفاده می کنند. در شیوه دوم، برای کسب کارایی بازه ایی از شیوه آلفا استفاده می کنند. تیگ و ربای در سال ۲۰۰۹، بر اساس روابط بین اعداد RL فازی تلاش کردند مسائل مربوط به دوگانگی FCCR را بر طرف کنند. ظرافت و دیگران در سال ۲۰۱۰ ثابت کردند که شیوه رتبه بندی فازی دارای نقاط مثبت و نقاط منفی است. آنها از شیوه آلفا برای حفظ ماهیت فازی بودن مدلشان استفاده کردند.

#### ۳-۴) رویکرد رتبه بندی فازی

این رویکرد از جمله تکنیک های رایجی می باشد که توجه زیادی را به خود جلب کرده است. نگرش اصلی در این شیوه پی بردن به کارایی فازی تحلیل پوششی داده ها با استفاده از برنامه های خطی فازی می باشد که این کار به مجموعه های فازی نیاز دارد. این شیوه برای اولین بار توسط گوا و کاناکا در سال ۲۰۰۱ ارائه گردید. آنها مدل CCR فازی را پیشنهاد دادند که در آن محدودیت های فازی با کمک سطح احتمال به حد آشکار تبدیل می شوند. کارایی ورودی های فازی سه گانه متقارن و همینطور خروجی های فازی در فرمول و مدل زیر نشان داده می شود:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} \theta_p &= \sum_{r=1}^s (u_r y_{rp} - (1 - \alpha) u_r d_{rp}) \\ \text{s.t.} \quad \max_v \quad &\sum_{i=1}^m v_i c_{ip} \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{i=1}^m (v_i x_{ip} - (1 - \alpha) v_i c_{ip}) = 1 - (1 - \alpha) e, \\ &\sum_{i=1}^m (v_i x_{ip} + (1 - \alpha) v_i c_{ip}) \leq 1 + (1 - \alpha) e, \\ &v_i \geq 0, \forall i. \\ &\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj} + (1 - \alpha) u_r d_{rj}) \leq \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij} + (1 - \alpha) v_i c_{ij}), \quad \forall j, \\ &\sum_{r=1}^s (u_r y_{rj} - (1 - \alpha) u_r d_{rj}) \leq \sum_{i=1}^m (v_i x_{ij} - (1 - \alpha) v_i c_{ij}), \quad \forall j, \\ &u_r \geq 0, \forall r. \end{aligned}$$

در این مدل با فرض بر اینکه  $n$  تعداد DMU تحت ارزیابی قرار دارند، کارامدی  $DMU_j$  با  $m$  ورودی فازی مثلثی و  $s$  خروجی فازی مثلثی بدین ترتیب می باشد که  $X_{ij}=(X_{ij},c_{ij})$  و  $Y_{ij}=(Y_{ij},d_{ij})$  که مرکز هستند و  $d_{ij}$  و  $c_{ij}$  اعداد فازی هستند.

گو و تاناکا در سال ۲۰۰۸ کار اولیه خود را بسط دادند و با ترکیب مقادیر فازی چند گانه مجموعه ایی از DMU ها را رتبه بندی کردند. گو در سال ۲۰۰۹، با ترکیب مدل تحلیل پوششی داده های فازی با مدل ترکیب فازی گائو و تاناکا شیوه خود را در مطالعه موردی که مربوط به یک رستوران در چین می شد، پیاده کرد. صانعی و دیگران در سال ۲۰۰۹، مدل آنالیز کوپر و دیگران را با داده های فازی استفاده کردند و از آن برای تعیین پایداری آلفا های مختلف استفاده کردند. لئون و دیگران نیز در سال ۲۰۰۳ شیوه ایی مشابه این رویکرد ابداع کردند. با این حال در شیوه گئو و تاناکا (۲۰۰۳) کارایی فازی برای هر آلفا به صورت جدا محاسبه می شود، در حالی که مدل لئون در سال ۲۰۰۳، از همه یا تک تک آلفا ها به وجود می آید. لئون و دیگران در سال ۲۰۰۳، دو شیوه گوناگون را بسته به شیوه های رتبه بندی و برای تفسیر نابرابری های فازی پیشنهاد کردند. اولین شیوه از مدل رتبه بندی استفاده می کند که در آن تمام ارزش های متفاوت متغیرهای گوناگون برای تمامی DMU ها مورد توجه قرار می گیرند.

حاتمی و دیگران (۲۰۱۰) مدل CCR فازی را برای اندازه گیری تحلیل پوششی داده ها پیشنهاد کردند. سپس برای رتبه بندی تمام DMU با کمک دو کارایی مختلف، شاخص همبستگی آنها محاسبه گردید. جهان شاهلو و دیگران در سال ۲۰۰۴، برای حل اندازه گیری مدل تحلیل پوششی داده ها هنگامی که ورودی ها و خروجی ها اعداد فازی سه شکل باشند، شیوه رتبه بندی فازی را پیشنهاد می کنند. ساعتی و معماریانی در سال ۲۰۰۶، برخی از نقاط ضعف DBA را برشماردند و راه حل هایی هم برای آن پیشنهاد کردند.

#### ۴-۴) رویکرد امکان سنجی (possibility approach)

اصول این نظریه در نظریه مجموعه فازی شرح داده شده است. زاده معتقد است که متغیر فازی با همان شیوه توزیعی مرتبط است که متغیر رند م با شیوه تصادفی. در مدل های LP فازی، ضریب فازی را می توان به عنوان متغیرهای فازی در نظر گرفت.

گئو و دیگران در سال ۲۰۰۰ ابتدا مدل تحلیل پوششی داده های فازی را بر اساس معیارهای ممکن و ضروری محاسبه کرده و سپس دو شیوه متفاوت برای حل مشکل اندازه گیری مدل های پوشش اندازه گیری فازی ارایه می دهند. آنها اسم این دو شیوه را "Possibility Approach" و "Credibility Approach" می گذارند. آنها شیوه تصادفی را از هر دو نقطه نظر مثبت و منفی بررسی می کنند. اما در شیوه اعتبار سنجی، مدل تحلیل پوششی داده های فازی به مدل تحلیل پوششی داده های اعتباری تبدیل می شود و متغیرهای فازی با اعتبار مورد انتظار جایگزین می شوند. جزییات محاسباتی این مدل را می توان در کارهای آن ها مشاهده کرد. او در سال ۲۰۰۳، از آن شیوه برای حل مدل CCR فازی استفاده کرد. در این شیوه حدود فازی به عنوان "FUZZY EVENT" در نظر گرفته می شوند. آنها با استفاده از معیار (FUZZY EVENT)، مدل تحلیل پوششی داده ها را تغییر دادند. در موارد خاص، اگر اعداد نیز فازی باشند، مدل تحلیل پوشش داده های تصادفی تبدیل به مدل LP میگردد.

رمضان زاده و دیگران در سال ۲۰۰۵ مدل CCR را پیشنهاد دادند و از روش آلفا برای اصلاح رندوم بودن داده ها استفاده کردند. آنها برای این کار از شیوه "classical-mean variance" کوپر استفاده کردند. جیانگ و یانگ در سال ۲۰۰۷، مدل تحلیل پوششی داده های را استفاده کردند و برای تبدیل برنامه ریزی فازی به برنامه های تأیید شده، شیوه ایی جدید ابداع کردند. خدابخشی و دیگران در سال ۲۰۱۰ برای تعیین ارزش برنامه تحلیل پوششی داده ها از دو مدل فازی متفاوت استفاده کردند. آنها مدل تحلیل پوششی داده ها را بر اساس رویکرد تصادفی و برنامه ریزی محدود فرموله کردند. ون و لی در سال ۲۰۰۹، برای حل مدل تحلیل پوششی داده های فازی بر اساس معیار اعتبارسنجی از شیوه الگوریتم ترکیبی یکپارچه سازی فازی استفاده کردند. ون و دیگران در سال ۲۰۱۰ مدل CCR را به مدل تحلیل پوششی داده های فازی

تغییر دادند. آنها توانستند الگوریتمی ترکیبی را طراحی کنند که با ترکیب الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی فازی می تواند تمام DMU ها را با ورودی و خروجی فازی رتبه بندی کند.

#### ۵- پیشرفت های بیشتر در تحلیل پوششی داده های فازی

در این بخش ما مدل های دیگری از تحلیل های پوششی داده ایی را بررسی خواهیم کرد که در طبقه بندی چهار گروه اصلی می توانند قرار گیرند. هاگارد در سال ۱۹۹۹، کارایی فنی استفاده شده در تحلیل پوششی داده ها را به فاصله های فازی گسترش داد و ثابت کرد که چگونه امتیازات فازی این اجازه را به تصمیم گیرنده خواهد داد تا از نتایج به دست آمده از کارایی فنی همراه با دیگر منابع اطلاعات عملکردی استفاده کند.

شس و تریانتیث در سال ۲۰۰۳ چارچوب تحلیل داده های فازی را برای اندازه گیری و ارزیابی اهداف کارایی و کارآمدی در محیط های فازی تدوین کردند. آنها تابع عضویت را برای هر محدوده فازی تعریف کردند و میزان رسیدن به هدف آن را نیز اندازه گرفتند.

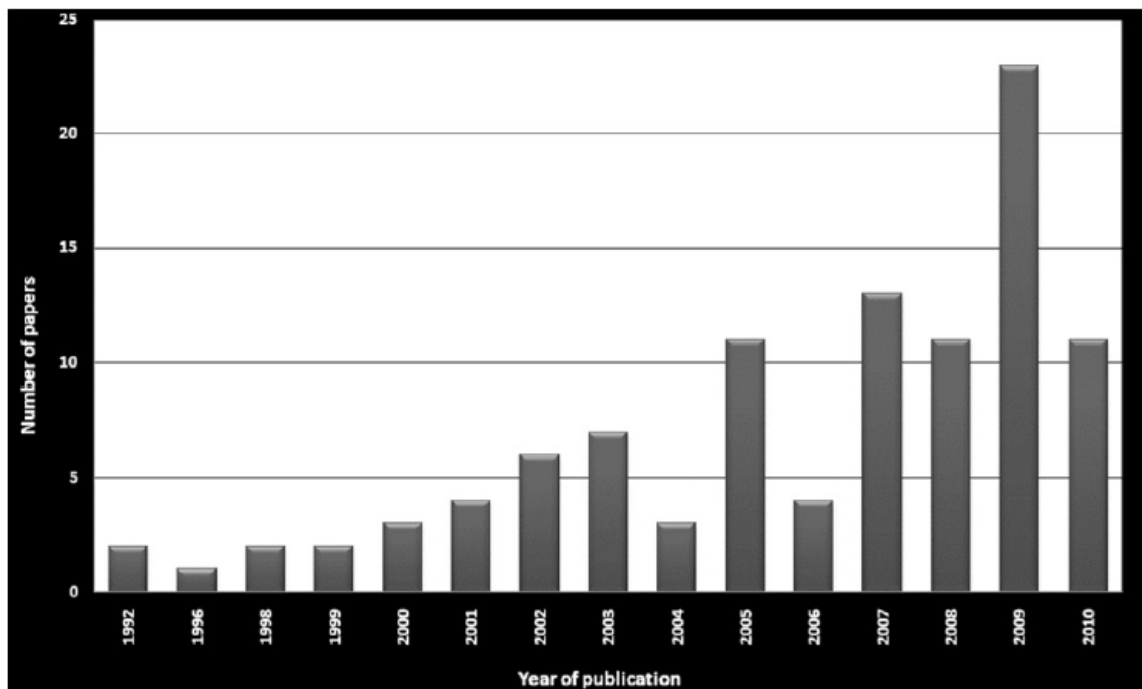
هاگارد در سال ۲۰۰۵ برای ارزیابی راحت تر رتبه ها شیوه ایی دیگر ابداع کرد. این شیوه نیازمند تکنیک LP فازی نبود و در عین حال دارای تصویر اقتصادی روشنی نیز بود. به آن معنا که تمام محاسبات ضروری را می توان به راحتی در صفحات جدا انجام داد. وانگ و دیگران در ۲۰۰۵ مدل های تحلیل پوششی داده های فاصله دار را برای بررسی اطلاعات نامفهوم، اطلاعات ترتیبی، اطلاعات فازی و ترکیب آنها ارائه کرد. در این شیوه، رتبه های کارایی به عنوان اعداد ترتیبی استخراج می شوند و از شیوه "MINIMAX" برای رتبه بندی امتیازات استفاده می شد. یومرا در سال ۲۰۰۶ بر اساس ارزیابی رتبه ورودی های تکی از آنالیز فازی هدفی برای خود معین کرد و سپس آن هدف ۱ در تحلیل پوششی داده ها استفاده کرد. لوبن در سال ۲۰۰۹ شیوه ایی را ابداع کرد که از کار شس و تریانتیث الهام گرفته بود و برای انتخاب توابع هم عضو از روش حد ورودی- خروجی و اهداف تعیینی استفاده کرد. آنها هر یک از مدل های تحلیل پوششی داده های فازی را به ۳ مدل LP تبدیل کردند تا با این کار بتوانند کارایی DMU ها را به عنوان اعداد فازی محاسبه کنند.

گین و دیگران در سال ۲۰۰۹ برای بررسی نکات مبهم زبان شناختی و اعدادی توابع هم عضو فازی مدل تحلیل پوششی داده ها را همراه با دو نوع ورودی و خروجی ابداع کردند. بر اساس ارزش متغییر فازی، آنها از مدل کمینه برای دو نوع متغییر فازی استفاده کردند و با کمک اندازه گیری اعتبار توانستند یک مدل تحلیل پوششی داده های فازی ابداع کنند. کین و بیو در سال ۲۰۰۹ مجموعه ای از تحلیل پوششی داده های فازی با ورودی و خروجی ها پیشنهاد دادند که رندم و فازی بودن درسیستم ارزیابی همراه هم بوده و این از مهمترین ویژگی های آن به شمار می رفت. آنها همچنین برای سنجش عملکرد عینی تحلیل پوششی داده ها شیوه های الگوریتم ترکیبی و ژنتیک یکپارچه سازی فازی را پیشنهاد کردند. آنها در سال ۲۰۱۰ شیوه ایی را ابداع کردند که بسیار به شیوه سال ۲۰۰۹ شبیه بود.

ظرافت و دیگران در سال ۲۰۱۰ یک شیوه رتبه بندی جداگانه بر اساس تحلیلی پوشی داده ها در محیط های فازی ارائه دادند. آنها از این شیوه در سیستم رای گیری استفاده کردند. این شیوه دارای چهار مرحله بود. اگرچه آنها اطلاعات و داده ها را به عنوان روابط ترتیبی در نظر گرفتند، مرحله اول را به عنوان تابع عضو فازی برای رتبه بندی مجموعه ایی از متغیرها تعریف کردند تا بتوانند به متغیر ایده ال دسترسی داشته باشند. در مرحله دوم نیز برای به دست آوردن راه حل ایده ال از روش تحلیل پوششی داده های فازی استفاده کردند. در دو مرحله آخر، سه و چهار، آنها روشی را پیشنهاد کردند تا نتایج را به یک عدد ساده تبدیل کنند و در این راه از وزن عینی به دست آمده در اندازه گیری و قضاوت های مقایسه ایی استفاده کردند.

## ۶- نتیجه گیری و پیشنهادات

مقالات بسیاری در زمینه تحلیل پوششی داده های فازی منتشر شده است. همان طور که اشاره شد چهار گروه اصلی در زمینه تحلیل پوششی داده های فازی وجود دارد که عبارتند از : ۱- رویکرد تلورانس ۲- رویکرد مبتنی بر سطح  $\alpha$  ۳- رویکرد رتبه بندی فازی ۴- رویکرد احتمالی (امکان سنجی). اگرچه بیشتر این روش ها مزیت هایی دارند لیکن محدودیت های محاسباتی و آماری در برخی از آنها در شرایط خاص مشاهده می شود برای مثال سلیمانی و همکاران در سال ۲۰۰۶ از رویکرد تلورانسی به جای ورودی و خروجی های فازی استفاده می کنند که در شرایط خاص پایدار نیست. همان طور که مشاهده شد مشهورترین این روش ها روش مبتنی بر  $\alpha$  می باشد. با توجه به گستردگی مقالات در زمینه FDEA، حاتمی و امروزنژاد (۲۰۱۱)، معتقد هستند که این موضوع همچنان در ابتدای راه می باشد. نمودار زیر میزان توسعه و تعداد مقالات منتشر شده به زبان انگلیسی در دو دهه ی اخیر را نشان می دهد.



همانطور که در نمودار مشاهده می کنید پژوهش های فراوانی در زمینه FDEA صورت گرفته است. لیکن کمبودهایی درباره نمود نرم افزاری جامع و ساده در این زمینه مشاهده می شود. اگرچه نرم افزارهای بسیاری درباره DEA وجود دارد اما بکارگیری داده های فازی در آنها بسیار ضعیف می باشد. در ادامه باید اشاره کرد که در بیشتر مقالات ارائه شده مدل ها با داده های فرضی و یا مثال های عددی مورد ارزیابی قرار گرفته اند. این نشان می دهد که محققین می بایست داده های واقعی را برای سنجش بهتر مدل ها و الگوریتم ها بکار برند. در پایان باید اشاره کرد که در بیشتر مقالات جای تحلیل حساسیت خالی است. به همین دلیل نیاز به یک مطالعه جامع در زمینه استراتژی های تحلیل حساسیت در FDEA صورت پذیرد با توجه به نکته که داده ها غیر دقیق می باشند. در نتیجه نتایج مدل های فازی پایدار نبوده و در دوره های زمانی و در فازهای مختلف مدل سازی متمایل به تغییر می باشند.

## مدل رتبه بندی با MAJ

### مقدمه:

سنجش و ارزش‌یابی عملکرد از گذشته‌ها بسیار دور مورد توجه انسان بوده است. هدف از ارزش‌یابی عملکرد اصلاح، بهبود و ارتقای عملکرد است. امروزه با توجه به رشد و اهمیت فزاینده‌ی سازمان‌ها در اجتماع، ارزش‌یابی عملکرد سازمان‌ها و مدیران بسیار مورد توجه قرار گرفته و شاخص‌های گوناگونی به عنوان معیار سنجش عملکرد مدیران در سازمان‌ها مطرح است. بهره‌وری، کارایی، اثربخشی نمونه‌هایی از این معیارهای ارزش‌یابی هستند. ارزش‌یابی عملکرد به ارزش‌یابی افراد محدود نمی‌شود بلکه هر سیستم یا سازمان را بر مبنای اهدافی که دارد می‌توان مورد ارزش‌یابی قرار داد و میزان موفقیت آن را برای دستیابی به اهداف سنجید.

### پیشینه‌ی نظری تحقیق:

کارایی بیان‌کننده‌ی این مفهوم است که یک سازمان چگونه از منابع خود در برای تولید نسبت به بهترین عملکرد در مقطعی از زمان استفاده کرده است [7].

کارایی در واقع نسبت خروجی واقعی به خروجی مورد انتظار با مقیاس ورودی واقعی است.

کارایی یک واحد تصمیم‌گیری به صورت نسبت خروجی بر ورودی تعریف می‌شود. در حالتی که یک واحد تصمیم‌گیری چندین ورودی را برای تولید چندین خروجی مصرف می‌کنند کارایی به صورت:

$$e_j = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \quad \forall j$$

تعریف می شود که در این رابطه،  $e_j$  ( $j=1, \dots, n$ ) کارایی DMUj،  $r_j$  ( $r=1, \dots, s$ )، خروجی  $r$  ام،  $x_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ) ورودی  $i$  ام،  $u_r$  ( $r=1, \dots, s$ ) وزن خروجی  $r$  ام و  $v_i$  ( $i=1, \dots, m$ ) وزن ورودی  $i$  ام می باشد.

تعریف 2. چارنز، کوپر و رودز بر اساس تعریف کارایی، مدل مضربی CCR را به شکل ذیل تعریف کردند. [2]

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1 \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j, \\ & u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i. \end{aligned}$$

اصلاح روش CCR در سال 1979 توسط چارنز، کوپر و رودز انجام شد [7] و متغیرهای وزن  $v_i$  و  $u_r$  بزرگتر از صفر در نظر گرفته شدند تا در نامساوی فوق دیگر وزن ها مساوی صفر نشوند. برای این که مساله از حالت خطی خارج نشود، وزن ها را بزرگتر یا مساوی یک عدد غیر ارشمیدسی مثبت  $\epsilon$  در نظر گرفتند.

تحلیل پوششی داده‌ها:

مفهومی از محاسبه ارزیابی سطوح کارایی در داخل یک گروه از سازمان را نشان می‌دهد که کارایی هر واحد در مقایسه با تعدادی از واحدها که دارای بیشترین عملکرد هستند محاسبه می‌شود [1]. این تکنیک، مبتنی بر رویکرد برنامه‌ریزی خطی است که هدف اصلی آن، مقایسه و سنجش کارایی تعدادی از واحدهای تصمیم‌گیرنده مشابه است که تعداد ورودی‌های مصرفی و خروجی‌های تولیدی متفاوتی دارند. این واحدها می‌توانند شعب یک بانک، مدارس، بیمارستانها، پالایشگاهها، نیروگاه‌های برق، ادارات تحت پوشش یک وزارتخانه و یا کارخانه‌های مشابه باشند. منظور از مقایسه و سنجش کارایی نیز این است که یک واحد تصمیم‌گیرنده در مقایسه با سایر واحدهای تصمیم‌گیرنده، چقدر خوب از منابع خود در راستای تولید استفاده کرده است.

اندازه‌گیری کارایی مستلزم مقایسه‌ی ستاده‌ها و داده‌های آن واحد است. در ساده‌ترین حالت که تنها یک داده و یک ستاده وجود دارد، کارایی را می‌توان از تقسیم ستاده به داده به دست آورد.

$$\text{داده} / \text{ستاده} = \text{کارایی}$$

به عنوان مثال کارایی یک کامپیوتر از تقسیم تعداد محاسبات به مقدار زمان به دست می‌آید که حاصل تعداد محاسبات در واحد زمان را نشان می‌دهد. اگر واحد تصمیم‌گیری دارای داده‌ها و ستاده‌های چندگانه باشد و ارزش (قیمت) هر یک از داده‌ها و ستاده‌ها معلوم باشد، می‌توان از تقسیم مجموع حاصل ضرب مقدار ستاده‌ها در وزن‌های (قیمت یا ارزش) مربوطه به مجموع حاصل ضرب مقدار داده‌ها در وزن‌های مربوطه میزان کارایی را محاسبه کرد.

$$\text{(مجموع وزنی مقدار داده‌ها)} / \text{(مجموع وزنی مقدار ستاده‌ها)} = \text{کارایی}$$

در سال 1957 فارل 1 از یک روش ناپارامتریک برای تعیین میزان کارایی استفاده کرد. وی به جای تخمین تابع تولید با مشاهده ی مقادیر داده و ستاده واحدهای تصمیم گیری یک تابع مرزی که به شکل یک تابع خطی با قطعات غیرخطی بود، به عنوان مرز کارایی تعریف کرد و این مرز را به عنوان معیار و ملاک کارایی واحدهای تصمیم گیری قرار داد.

مورد استفاده قرار می گیرد همان حاصل تقسیم مجموع DEA مفهوم کارایی که در وزنی مقدار ستاده ها به مجموع وزنی مقدار داده ها است. در غالب مواردی که قیمت یا ارزش (وزن های) داده ها و ستاده ها مشخص نیست و یا داده ها و ستاده ها مقیاس های وزن های DEA بر ای تعیین میزان کارایی استفاده می شود. در DEA متفاوتی دارند از اختصاص داده شده به هر یک از داده ها و ستاده ها از طریق حل یک مدل برنامه ریزی این وزن ها را طوری تعیین می کند که کارایی واحد. DEA خطی به دست می آید نسبت به سایر واحدها حداکثر شود. چارنز و کوپر و رودز (۱۹۸۷). یک روش کاربردی را برای تعیین میزان کارایی یک مجموعه از واحدهای تصمیم گیری که دارای داده و ستاده چندگانه بودند، ارائه کردند که به تحلیل پوشش داده ها (DEA) معروف است. [8] این مدل که به نام معرفی کنندگان آن (CCR) نامگذاری شد فرض بازده به مقیاس ثابت روش سنجش کارایی فارل را به حالت چند داده و چند ستاده تعمیم داد. بنکر، چارنز و کوپر (۱۹۸۴) مفاهیم و مدل های DEA را توسعه دادند و مدل (BCC) را برای تعیین میزان کارایی بدون فرض ثابت بودن بازده به مقیاس ارائه کردند. [9] چارنز و همکاران (1985) مدل جمعی را به عنوان یکی دیگر از مدل های DEA معرفی کردند که هم زمان کاهش ورودی و افزایش خروجی ها را مد نظر قرار می دهد.

مدل های پایه ای تحلیل پوششی داده ها، به دلیل نبود رتبه بندی کامل بین واحدهای کارا، امکان مقایسه واحدهای کارا با یکدیگر را فراهم نمی آورند. به عبارت دیگر، این مدل ها واحدهای تحت بررسی را به دو گروه "واحدهای کارا" و "واحدهای ناکارا" تقسیم می کنند. واحدهای ناکارا با کسب امتیاز کارایی، قابل رتبه بندی هستند، اما واحدهای کارا به دلیل اینکه دارای امتیاز کارایی برابر (کارایی واحد) هستند، قابل رتبه بندی نیستند. لذا برخی از محققین، روش هایی را برای رتبه بندی این واحدهای کارا پیشنهاد کرده اند که از معروفترین آنها می توان به مدل AP و روش کارایی متقابل اشاره کرد. در مدل اندرسون - پیترسون (مدل AP)، محدودیت متناظر با واحد تحت بررسی، از ارزیابی حذف می شود. این محدودیت سبب می شود که حداکثر مقدار تابع هدف، یک باشد. با حذف این محدودیت، کارایی واحد تحت بررسی می تواند بیشتر از ۱ باشد [2]. اما گاهی مدل AP با یک مشکل اساسی رو به رو می شود. به عبارت دیگر، با حذف بعضی از واحدها، مقدار بهینه تابع هدف، بسیار بزرگ می شود، به طوری که از نظر علمی نمی توان آن را در رتبه بندی اعمال کرد. در واقع، چنین واحدهایی از مقادیر کوچک ورودی یا خروجی برخوردار هستند که حذف آنها منجر به ناپایداری مدل می شود.

روش دیگری که برای رتبه بندی کامل واحدهای تصمیم گیرنده به کار می رود، کارایی متقابل نام دارد. در تحلیل پوششی داده ها، ضرایب مطلوب برای خروجی ها و ورودی ها از واحدی به واحد دیگر فرق می کنند، زیرا هر بار مدل برای یکی از واحدها حل می شود و به آن واحد اجازه داده می شود با رعایت محدودیت هایی که محصول عملکرد سایر واحدها هستند، بهترین مجموعه وزن های مطلوب را برای خود برگزینند، به گونه ای که نسبت جمع وزنی خروجی ها به جمع وزنی ورودی ها بیشینه گردد. این فرایند  $n$  بار و هر بار برای یکی از واحدها تکرار می شود. لذا وزن های به دست آمده را نمی توان مقایسه کرد. در اینجا بود که محققین بر آن شدند یک مجموعه وزن منحصر به فرد برای تمام واحدهای تحت ارزیابی به دست آورند که با استفاده از آنها بتوان تمام واحدها را به طور کامل از کاراترین تا ناکارترین رتبه بندی کرد. سکستون و همکاران در ۱۹۸۶ برای اولین بار، ماتریس ارزیابی متقابل را ارائه کردند [3] که در روش کارایی متقابل از آن استفاده شده است.



اندازه گیری کارایی به خاطر اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان یا هر واحد تصمیم گیری (DMU) مورد توجه محققین قرار داشته است. اولین بار در سال 1957 فارل برای اندازه گیری کارایی، مدل خود را با دو ورودی و یک خروجی طراحی کرد [4] که به دلیل محدود بودن ورودی و خروجی مدل موفق نبوده.

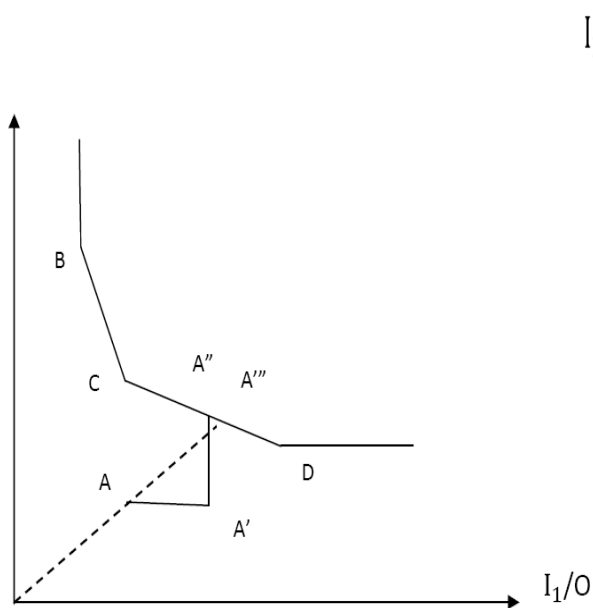
در سال 1978، Charnes، Cooper و Rhodes، در مقاله ای مدل CCR را ارائه کردند [5]. که هدف این، اندازه گیری و مقایسه کارایی نسبی واحدهای سازمانی بود که دارای چندین ورودی و خروجی هستند که این مزیت بزرگی نسبت به مدل فارل بود.

مهم ترین مساله، تحلیل و رتبه بندی واحدهای کارا بود که دارای کارایی یکسان بودند Andersen و Petersen در سال 1993، روش AP را ارائه کردند [2]. که با وجود نارسایی در بعضی از موارد روش های دیگری ارائه شد.

### مدل رتبه بندی MAJ :

باتوجه به مشکلات اساسی مدل AP، محرابیان و همکاران (1999) مدل دیگری را جهت رتبه بندی DMU های کارا مطرح نمودند [6]. در مدل AP حرکت به سوی مرز در امتداد شعاعی صورت می گرفت که ممکن بود سطح پوششی PPS را قطع نکند. در اینصورت مساله جواب شدنی ندارد و یا ممکن بود در فاصله بسیار دور، سطح پوششی PPS را قطع نماید. در اینصورت مساله ناپایدار است. در مدل MAJ حرکت به سوی مرز در امتداد شعاع فوق الذکر صورت نمی گیرد. بلکه در امتداد موازی ورودی ها (درماهیت ورودی) و به صورت حرکتی در مسیرهای قائم و عمود برهم و قدم های مساوی انجام می شود. برای روشن شدن مطلب فرض کنید.

شکل زیر نشانده مرز فارل در حالت دو ورودی - یک خروجی و پس از حذف DMU ی تحت ارزیابی A باشد.



مرز فارل برای مدل MAJ

که در شکل فوق  $w$   $AA'$  است. از  $A$  و  $A'$  به سوی  $A''$  که مرز جدید است، حرکت می کنیم (هدف پیدا کردن  $w$  است تا ما را به مرز برساند). حال مطلب را به صورت تحلیلی بیان می کنیم. در مدل AP مقدار کارایی DMUA عبارت بود از :

$$\theta_{AP}^* = \frac{OA'''}{OA} = \frac{OA + AA'''}{OA} = 1 + \frac{AA'''}{OA}$$

در مدل MAJ مقدار کارایی عبارت است از :

$$\theta_{MAJ}^* = 1 + w^* = 1 + AA' = 1 + A'A''$$

حال فرض کنید TC مجموعه امکان تولید حاصل از حذف DMUO تحت ارزیابی از TC باشد. باتوجه به آنچه که از نظر شهودی گفته شد، هدف پیدا کردن کمترین مقدار  $w$  آنچه که از نظر شهودی گفته شد، هدف پیدا کردن کمترین مقدار  $w$  رابه ورودی های DMUO می افزاییم، واحدمجازی ساخته شده، روی مرز TC قرارگیرد. به بیان ریاضی به دنبال حل مساله زیر هستیم:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & 1 + w \\ \text{S.t} \quad & (X_o + \vec{1}w, Y_o) \in T_c' \end{aligned}$$

با توجه به ساختار TC خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & 1 + w \\ \text{S.t} \quad & \sum_{j=1, j \neq o}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io} + w, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1, j \neq o} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, j \neq o \end{aligned}$$

مقدار تابع هدف بهینه مساله بالا به واحد اندازه گیری ورودیها بستگی دارد. برای از بین بردن این مشکل، لازم است که داده هارائرمالیزه نماییم. دوآل مساله فوق همان فرم مضربی مدل MAJ است که به قرار زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{r=1}^s u_r Y_{ro} - \sum_{i=1}^m v_i X_{io} \\ \text{S.t} \quad & \sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0 \quad , \quad j=1,2,\dots,n \quad , \quad j \neq o \\ & \sum_{i=1}^m v_i = 1 \\ & u_r \geq 0 \quad , \quad r=1,2,\dots,s \\ & v_i \geq 0 \quad , \quad i=1,2,\dots,m \end{aligned}$$

منابع:

1. Martin D.H., G.Kocher and M. Sutter, (2000), "Measuring Efficiency of German Football Teams by DEA", University of Innsbruck, Australia, 4-5.
2. Per Andersen, N. C.Peterson, (1993), "A Procedure for Ranking Efficient Unit in DEA", Management Science, Vol.39, (10),1261-1294.
3. Sexton.T.R.,Silkman, R.H., Hogan, A.J, (1986), "Data envelopment Analysis: Critique and Extension.In: Silkman, R.H. (ED), Measuring Efficiency: An Assessment of Data envelopment Analysis." Jossey-Bass, San Francisco, CA, .73-105.
- 4.Farrell, M. J., (1957). The measuring of productive efficiency, Journal of the royal statistical,series A 120, 253-28.
- 5.Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units, European journal of operational research 2,429-444.
6. Mehrabian, S., Alirezaee, M. R., Jahanshahloo, G. R., (1999). A complete efficiency ranking decision making units in data envelopment analysis", Computational optimization and applications, 4, 261-266.
7. Pierce, John(1997)Efficiency Progress in the New SouthwalesGovernment,Internet:(<http://www.treasury.nsw.gov.edu> |).
8. Charnes,A. And Cooper, w.w(1985)Preface To Topics inDEA,Annals of operation Research, Z.
9. Banker , R.D. , Charnes. A. and Cooper W.W. ( 1984 ) Some models for estimating technical and scale efficiencies in dataenvelopment analysis , Management Science Sept ., 1078 – 1092.

## مدل BCC فازی در مدل تحلیل پوششی داده ها

### مقدمه

تحلیل پوششی داده ها، در واقع یک چارچوب تئوریک را برای تحلیل عملکرد فراهم می آورد. مدل مذکور شامل مجموعه ای از تکنیک های برنامه ریزی خطی است که مرز کارا را با استفاده از داده های مشاهده شده بنا میکند و آنگاه به ارزیابی و اندازه گیری واحد تصمیم ساز میپردازد. مدل DEA بر خلاف بسیاری از مدل های مرسوم در نظریه اقتصاد خرد، در اندازه گیری کارایی میتواند شامل چندین ورودی و چندین خروجی باشد. مضافاً اینکه به اطلاعات مربوط به قیمت کالا و خدمات نیازی ندارد. در این خصوص فرضیه نهفته در مدل اصلی DEA این است که داده های مساله، شامل مقادیر قطعی است و این در حالی است که این فرض در بسیاری موارد مخدوش است و داده های فازی و غیر دقیق هستند.

در این بین، محققین اندکی به اعمال نظریه مجموعه های فازی در اندازه گیری و ارزیابی کارایی پرداخته اند. Sengupta اولین نفری بود که رویکرد برنامه ریزی فازی را ارائه داد که در آن محدودیت ها و همچنین تابع هدف به صورتی قطعی ارضاء نمیشوند [1]. وی در مقاله خود، مدل DEA با چندین ورودی و خروجی را مورد ملاحظه قرار داد. در این مقاله دو نسخه از برنامه ریزی فازی، در قالب مدل DEA مد نظر قرار گرفت. اول از تابع عضویت غیر خطی استفاده شده و دیگر از تابع عضویت غیر خطی. در مدل پیشنهادی، سطوح نقض محدودیتها و تابع هدف مقادیر معمولی فرض میشوند که این فرض در بسیاری از موارد عملی نیست.

Seaver و Triantis رویکرد خوشه بندی  $3k$  میانه را به عنوان ابزاری برای تعیین رفتار کارایی حدی و با غیر معمول را ارائه دادند [2]. Yu و Cooper & Park مدل DEA غیر دقیق را بسط و توسعه دادند. در روش پیشنهادی آنان، از ترکیبی از داده های غیر دقیق با حدود معلوم و داده های دقیق استفاده شده است. [3]

Tanaka & Gua مدل فازی DEA را ارائه دادند. آنها داده ها را به عنوان اعداد مثلثی فازی در نظر گرفتند. در مقاله یاد شده پس از بهره گیری از روش برش آلفا و مقایسه فواصل از یک جفت برنامه ریزی خطی برای ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی استفاده کردند. آنها همچنین با بهره گیری از ارتباط بین مدل DEA و تحلیل رگرسیون مدل فازی DEA را بسط دادند. [4]

معماریانی و ساعتی در تحقیقی که ارائه داده اند، در نسخه فازی CCR پس از برش آلفای محدودیتها و تابع هدف، آنها را به فواصل قطعی تبدیل و مدل را حل کردند. آنها همچنین با روشی بدیل، اقدام به رتبه بندی واحدهای کارا پرداختند. [5]

Smirlis & Despotis در مقاله خود از داده هایی که دارای کران بالا و پایین هستند استفاده کردند. آنگاه متغیری را در بازه مذکور به عنوان سطح مصرفی ورودی و میزان خروجی در نظر گرفتند. با وارد کردن این متغیر در مدل استاندارد CCR مدل مذکور به نوع غیر خطی تبدیل میشود. آنها برای تبدیل مدل غیر خطی به خطی، از تغییر متغیر استفاده کردند. در نهایت با استفاده از دو نوع فرمولاسیون برای اندازه کارایی حدود بالا و پایین را محاسبه کردند. [6]

Zhu، مدل CCR فازی را با داده های کراندار رتبه ای و کراندار نسبی مورد توجه قرار داد. با لحاظ کردن این گونه داده ها مدل خطی CCR به غیر خطی تبدیل میشود. برای تبدیل مدل غیر خطی به خطی در این تحقیق از دو نوع رویکرد استفاده میشود: نخست تبدیل مقیاس و دوم تغییر متغیر.

وی در نهایت از فرمولاسیون پیشنهادی خود در محاسبه کارایی مجموعه ای از مراکز مخابراتی استفاده کرد. [7]

هدف ما در این تحقیق، سری کاربرد برنامه ریزی فازی به مدل BCC در تحلیل پوششی داده هاست که در آن مقادیر داده ها شامل ترکیبی از مقادیر دقیق و فازی است. برای انجام این کار، نسخه فازی BCC و روشی برای حل آن ارائه خواهد شد. در روش پیشنهادی، پس از تعیین برش آلفای تابع هدف و محدودیتها، اعداد فازی مثلثی به فواصل قطعی تبدیل میشوند. در بسیاری از روشهای موجود برای برنامه ریزی امکان پذیری خطی که در آن از روش برش آلفا استفاده میشود جواب را از طریق مقایسه چپ و راست محدودیت ها بدست می آورند.

متدلوژی های متفاوتی برای مقایسه فواصل پیشنهاد شده است. در برخی از این روش ها، که در واقع ساده ترین آنهاست فقط نقاط انتهایی بازه مورد توجه قرار میگیرد. در این گونه روشها بسیاری از اطلاعات ندید گرفته میشود.

معماریانی، ساعتی و جهانشاه لو در مقاله خودشان ایده جدیدی ارائه دادند که در طی آن، نقطه ای در بازه مفروض به عنوان متغیر در نظر گرفته اند که در عین اینکه محدودیت ها را ارضاء میکند تماماً تابع هدف را نیز بهینه میکند.

تاکنون تنها به مقاله هایی در زمینه نسخه فازی CCR پرداخته شده است. در زمینه مدل فازی BCC کار چندانی صورت نگرفته است و حتی کارهای انجام شده کمتر بوده است. به تنها مقاله ای که میتوان اشاره کرد مقاله Lio & Kao است. در این تحقیق از برنامه ریزی پارامتری برای استخراج تابع عضویت اندازه گیری کارایی در مدل فازی BCC استفاده کردند.

در بخش دو، به بسط و توسعه مدل BCC فازی میپردازیم. در بخش سه، به تحلیل مدل پیشنهادی پرداخته میشود. در بخش چهار، به وضعیت بازه نسبت به مقیاس واحدها پرداخته میشود. در بخش پنج، از یک مثال عددی برای تبیین مفاهیم بخشهای چهار و پنج بهره گیری میشود. در نهایت در بخش ششم، به نتیجه گیری و تحقیقات آتی خواهیم پرداخت.

## مقدمه ای بر نظریه فازی

در منطق کلاسیک عضویت در یک مجموعه به صورت صفر و یک در نظر گرفته می شود؛ بدین صورت که در صورتی که عضوی در یک مجموعه وجود داشته باشد با ۱ و در غیر این صورت با ۰ نشان داده می شود. و در حقیقت درجه عضویت تابعی است که برد آن عضو مجموعه  $\{0,1\}$  می باشد. اما از طرف دیگر در منطق فازی، مفهوم **درجه عضویت** در یک مجموعه به بازه  $[0, 1]$  گسترش می یابد. مفهوم منطق فازی از آن جهت مورد توجه قرار می گیرد که در جهان واقع نیز بسیاری از استدلال ها و دلایل بشری، جنبه عدم قطعیت و تقریبی دارد.

**تعریف مجموعه فازی:** یک مجموعه فازی روی یک مجموعه مبدا<sup>۳۵</sup>  $X$  مجموعه ای از جفت های

$$A = \{\mu_A(x)/x : x \in X, \mu_A(x) \in [0, 1] \in R\}$$

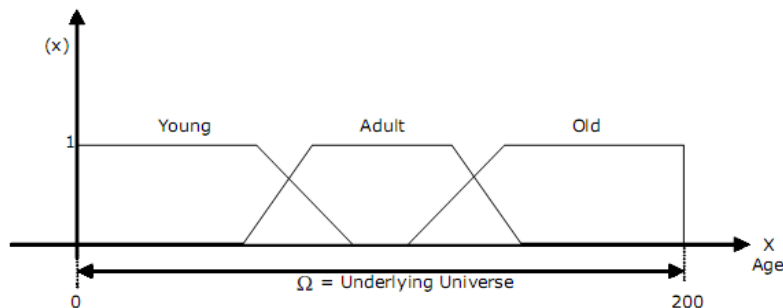
به صورتی که  $\mu_A(x)$  تابع درجه عضویت<sup>۳۶</sup> عضو فازی  $x$  مجموعه  $A$  نامیده می شود. تابع درجه عضویت می تواند هر یک از مقادیر حقیقی بین ۰ و ۱ را بپذیرد.

$$\mu_A(x) = 0 : \text{بیانگر این است که } x \text{ قطعاً به مجموعه فازی } A \text{ تعلق ندارد.}$$

$$\mu_A(x) = 1 : \text{بیانگر این است که } x \text{ قطعاً به مجموعه فازی } A \text{ تعلق دارد.}$$

در زیر مثالی از یک مجموعه فازی آمده است؛ اگر مفهوم جوانی را به عنوان یک مجموعه فازی در نظر بگیریم و  $x$ ، مقادیر سن در مجموعه اعداد طبیعی باشد، یک نمایش از این مجموعه فازی می تواند مشابه زیر باشد. در شکل شماره ۱ نمایشی از سه مجموعه فازی جوانی، میان سالی و پیری آمده است.

$$\text{Young} = 1/0 + \dots + 1/25 + 0.9/26 + 0.8/27 + 0.7/28 + 0.6/29 + 0.5/30 + \dots + 0.1/34$$



شکل شماره ۱: نمودار تابع درجه عضویت سه مجموعه فازی جوانی، میانسالی و پیری

در ادامه مهمترین خصوصیات منطق فازی آمده است:

<sup>35</sup> Possibility theory

<sup>2</sup> Universe of discourse

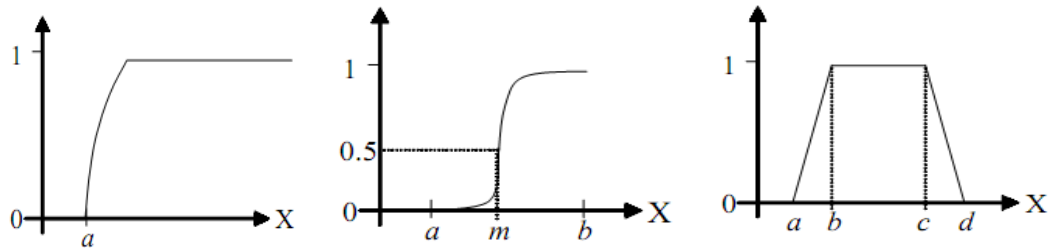
<sup>3</sup> Membership degree

- در منطق فازی، استدلال دقیق یا منطق معمولی حالت خاصی از استدلال تقریبی است.
- هر سیستم منطقی قابل تبدیل به منطق فازی است.
- در منطق فازی، دانش به عنوان مجموعه ای از محدودیت های فازی یا انعطاف پذیر روی متغیر ها در نظر گرفته می شود.
- استنتاج به عنوان فرآیند انتشار این محدودیت ها در نظر گرفته می شود.
- در منطق فازی تمام مسائل دارای راه حلی هستند که درجه مطلوبیت (امکان) را نشان می دهد.

به کمک همین مفهوم ساده یک حیطه جدیدی از ریاضیات و نظریه محاسبات پدید آمد که کاربردهای بسیاری در حوزه های گوناگون علمی من جمله سیستم های کنترل، مدلسازی، شبیه سازی، بازشناسی الگو، سیستم های اطلاعاتی و دانشی (شامل پایگاه های داده، سیستم های مدیریت دانش، سیستم های خبره و . . .)، بینایی ماشین، هوش مصنوعی و موضوعات بسیار دیگر داشته است.

برای توابع عضویت انتخاب های متفاوتی وجود دارد که بسته به کاربرد مد نظر می توان یکی از آنها را انتخاب کرد. در یک تقسیم بندی کلی که توسط زاده ارائه شد، می توان توابع فازی را به دو دسته خطی و غیر خطی (منحنی) تقسیم بندی کرد.

توابع مثلثی، یکه، L، گاما، دوزنقه، S، گاوسی، شبه نمایی، از جمله معروفترین توابعی هستند که برای مدل کردن درجه عضویت در مجموعه های فازی برای کاربردهای متفاوت مورد استفاده قرار گرفته اند. در شکل شماره ۲ سه تابع گاما، دوزنقه ای و S آمده است.



شکل شماره ۲: نمودار تابع درجه عضویت گاما، S و دوزنقه

### مفاهیم مجموعه های فازی

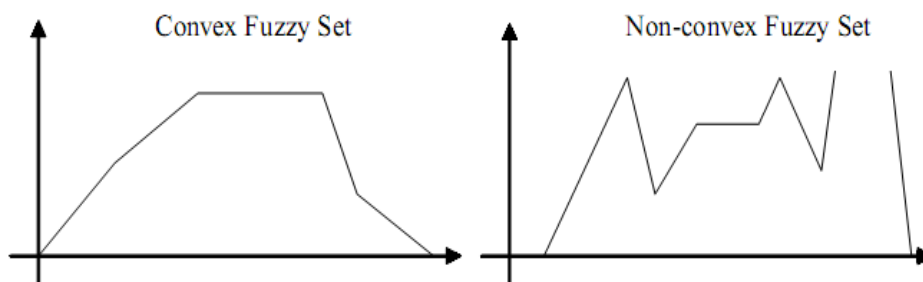
مانند آنچه در نظریه مجموعه های دقیق وجود داشت، برای مجموعه های فازی نیز می توان مفاهیم پایه عملیات روی مجموعه های فازی را تعریف کرد. به عنوان مثال تعریف برخی از روابط بین دو مجموعه فازی A و B در جدول شماره ۱ آمده است:

| نام               | تعریف   |
|-------------------|---|
| تساوی             | $A = B \Leftrightarrow \forall x \in A, \mu_A(x) = \mu_B(x)$            |
| زیر مجموعه        | $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A, \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ |
| مجموعه پشتیبان A  | $Supp(A) = \{x \in X, \mu_A(x) > 0\}$                                   |
| مجموعه کرنل A     | $Kern(A) = \{x \in X, \mu_A(x) = 1\}$                                   |
| ارتفاع مجموعه A   | $Hgt(A) = Sup_{x \in X} \mu_A(x)$                                       |
| مجموعه فازی نرمال | $\exists x \in X, \mu_A(x) = Hgt(A) = 1$                                |

|  |                      |
|--|----------------------|
| $Card(A) = \sum_{x \in X} \mu_A(x)$                                  | کاردینالیته مجموعه A |
| $A_\alpha = \{x: x \in X, \mu_A(x) \geq \alpha, \alpha \in [0, 1]\}$ | برش آلفای مجموعه A   |

جدول شماره ۱: برخی مفاهیم پایه مجموعه های فازی

مجموعه فازی محدب مجموعه ای است که هر برش  $\alpha$  از آن یک بازه باشد. در شکل شماره ۳ یک مجموعه فازی محدب و یک مجموعه فازی غیر محدب آمده است.



شکل شماره ۳: مجموعه فازی محدب و غیر محدب

برای گسترش عملگر های اجتماع، اشتراک و مکمل در مجموعه های فازی ذکر مقدماتی ضروری است. در انتخاب عملگر اجتماع و اشتراک باید این عملگر ها طوری انتخاب شوند که برای حالت خاص مجموعه های دقیق نیز درست عمل کنند. یعنی برخی خواص پایه مانند  $A \cup U = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A, \dots$  را داشته باشد ولی برای مجموعه های فازی پیدا کردن چنین عملگر هایی برای اجتماع و اشتراک امکان پذیر نمی باشد. ولی رایج ترین عملگر برای اشتراک Minimum و برای اجتماع Maximum می باشد. در شکل های شماره ۴ و ۵ از عملگر های اجتماع و اشتراک پیشنهاد شده توسط افراد گوناگون آمده است. این که کدام عملگر نسبت به دیگری بهتر است مفهومی ندارد اما می توان برای تمامی این روابط رابطه زیر را داشت. توضیح اینکه  $s(x, y)$  و  $t(x, y)$  به ترتیب به معنای اجتماع و اشتراک می باشند.

$$\text{Drastic product}(x, y) < t(x, y) < \text{Minimum}(x, y)$$

$$\text{Maximum}(x, y) < s(x, y) < \text{Drastic Sum}(x, y)$$

برای مکمل یک مجموعه فازی رایج ترین رابطه، یک منهای درجه عضویت است، که در زیر آمده است:

$$\mu_{\sim A}(x) = 1 - \mu_A(x), x \in X$$



| t-norms                              | Expression   |
|--------------------------------------|--|
| Minimum                              | $f(x, y) = \min(x, y)$   |
| Product (Algebraic)                  | $f(x, y) = x \bullet y$  |
| Drastic Product                      | $f(x, y) = \begin{cases} xy, & \text{if } y = 1 \\ y, & \text{if } x = 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$   |
| Bounded Product (bounded difference) | $f(x, y) = \max[0, (1 + p)(x + y - 1) - pxy]$ , where $p \geq -1$  |
| Hamacher Product                     | $f(x, y) = \frac{xy}{p + (1 - p)(x + y - xy)}$ , where $p \geq 0$  |
| Yager Family                         | $f(x, y) = 1 - \min(1, [(1 - x)^p + (1 - y)^p]^{1/p})$ , where $p > 0$   |
| Dubois-Prade Family                  | $f(x, y) = \frac{xy}{\max(x, y, p)}$ , where $0 \leq p \leq 1$   |
| Frank Family                         | $f(x, y) = \log_p \left( 1 + \frac{(p^x - 1)(p^y - 1)}{p - 1} \right)$ , where $p > 0; p \neq 1$   |
| Einstein Product                     | $f(x, y) = \frac{xy}{1 + (1 - x) + (1 - y)}$   |
| Others                               | $f(x, y) = \frac{1}{1 + [(1 - x)/x]^p + [(1 - y)/y]^p}$ , where $p > 0$<br><br>$f(x, y) = \frac{1}{[1/x^p + 1/y^p - 1]}$<br><br>$f(x, y) = [\max(0, x^p + y^p - 1)]^{1/p}$ |

شکل شماره ۴: برخی از عملگرهای پیشنهادی برای عملگر اشتراک

| t-conorms or s-norms        | Expression  |
|-----------------------------|---|
| Maximum                     | $f(x, y) = \max(x, y)$  |
| Sum-Product (Algebraic sum) | $f(x, y) = x + y - xy$  |
| Drastic sum                 | $f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{if } y = 0 \\ y, & \text{if } x = 0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases}$   |
| Bounded sum                 | $f(x, y) = \min(1, x + y + pxy)$ , where $p \geq 0$   |
| Einstein sum                | $f(x, y) = \frac{x + y}{1 + xy}$  |
| Sugeno Family               | $f(x, y) = \min(1, x + y + p - xy)$ , where $p \geq 0$  |
| Yager Family                | $f(x, y) = \min(1, [x^p + y^p]^{1/p})$ , where $p > 0$  |
| Dubois-Prade Family         | $f(x, y) = \frac{(1-x)(1-y)}{\max(1-x, 1-y, p)}$ , where $p \in [0, 1]$   |
| Frank Family                | $f(x, y) = \log_p \left( 1 + \frac{(p^{1-x} - 1)(p^{1-y} - 1)}{p - 1} \right)$<br>where $p > 0; p \neq 1$   |
| Others                      | $f(x, y) = \frac{x + y - xy - (1-p)xy}{1 - (1-p)xy}$ , where $p \geq 0$<br><br>$f(x, y) = 1 - \max(0, [(1-x)^p + (1-y)^p - 1]^{1/p})$ , where $p > 0$<br><br>$f(x, y) = \frac{1}{1 - [x/(1-x)^p + y/(1-y)^p]^{1/p}}$ , where $p > 0$<br><br>$f(x, y) = \frac{1}{1 - [1/(1-x)^p + 1/(1-y)^p - 1]^{1/p}}$ , where $p > 0$ |

شکل شماره ۵: برخی از عملگرهای پیشنهادی برای عملگر اجتماع

## مدل BCC:

اگر چه تعداد مدل های تحلیل پوششی داده ها روز به روز افزایش یافته وجنبه تخصصی پیدا می کند، ولی مبنای همه آنها تعدادی مدل اصلی است که بنیان گذاران این روش طراحی کرده اند. اولین مدل تحلیل پوششی داده ها در رساله دکتری ادوارد رودز به راهنمایی کوپر در سال ۱۹۷۶ در دانشگاه کارنگی مطرح و با انتشار مقاله ای تحت عنوان «اندازه گیری کارایی واحد های تصمیم گیرنده» در سال ۱۹۷۸ توسط چارلز، کوپر و رودز معرفی شد. این مدل با استفاده از حروف اول نام این نویسندگان با عنوان CCR نام گذاری شد که فرض بازدهی ثابت به مقیاس (CRS) در آن لحظ شده بود. پس از آن بنکر و همکارانش (۱۹۸۴) مدل دیگری را توسعه دادند که به صورت کلی تری بحث بازده به مقیاس را وارد مدل CCR نمود و مدلی را با نام BCC با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس (VRS) پایه گذاری نمود. بازده ثابت نسبت به مقیاس یعنی تغییر در مقدار داده منجر به تغییر در میزان ستاده به همان نسبت میشود. این مدل زمانی مناسب است که همه واحد ها در مقیاس بهینه عمل کنند. بازده متغیر نسبت به مقیاس یعنی تغییر در داده به نسبتی کمتر یا بیشتر در میزان ستاده تغییر ایجاد می کند. از دیدگاه دیگر مدل های تحلیل پوششی داده ها به دودسته مدل های با ماهیت ورودی و مدل های با ماهیت خروجی تقسیم میشوند. هدف مدل های با ماهیت ورودی ارائه مسیر بهبود با کاهش ورودی ها و هدف مدل های با ماهیت خروجی، طراحی مسیر بهبود با افزایش خروجی هاست (کوک و سیفورد، ۲۰۰۹). در این پژوهش مدل BCC خروجی محور از سایر مدل های تحلیل پوششی داده ها به کار گرفته شده است. دلیل انتخاب خروجی محور آن است که به کتابخانه ها مقدار ثابتی از منابع مانند بودجه، کتابدار و... داده می شود؛ اما خروجی حداکثر از آنها خواسته می شود. به عبارت دیگر کتابخانه هادر تعیین میزان ورودی های خود نقش چندانی ندارند، ولی خروجی هایشان به فعالیت ها و نحوه تخصیص منابع به بخش های مختلف بستگی دارد؛ لذا برای ارزیابی آنها مدل خروجی محور مناسب تر است. همچنین مدل BCC بدین جهت انتخاب می شود که دلیلی دال بر بازده ثابت به مقیاس در کارکرد کتابخانه ها وجود ندارد. مدل BCC خروجی محور به صورت زیر است (کوک و سیفورد، ۲۰۰۹).

$$\min Z_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + w$$

s.t.:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} = 0$$

$$v_i, u_r \geq 0$$

$$j = 1, \dots, m$$

$$v_i, u_r \geq 0$$

که در آن متغیر ها به صورت زیر تعریف میشوند:

$X_{ij}$  میزان ورودی

$Y_{ij}$  میزان خروجی

$V_i$  وزن داده شده به ورودی:

$U_i$  وزن داده شده به خروجی:

تحلیل پوششی داده ها، واحد های مورد بررسی را به دو گروه کارا و نا کارا تقسیم میکند. واحد های ناکارا را می توان بر اساس نمره نا کارایی شان رتبه بندی کرد ولی این کار برای واحد های کارا امکان پذیر نیست، زیرا نمره کارایی آنها برابر یک است. برای رتبه بندی واحد های کارا روش های زیادی وجود دارد. در این تحقیق از روش اندرسون - پترسون (اندرسون و پترسون، ۱۹۹۳) برای رتبه بندی واحد های کارا استفاده شده است. اساس مدل ریاضی این روش به صورت مدل قبلی (BCC خروجی محور) بوده است، با این تفاوت که ما در این روش واحد های کارایی که امتیاز کارایی آنها در مدل قبلی معادل یک شده است را در نظر گرفته و از مجموعه محدودیت مدل قبلی، محدودیت مربوط به آن واحد را حذف و دوباره مدل را حل می کنیم. بدین ترتیب با آزاد شدن سقف کارایی، کارایی این واحدها در این تکرار بیشتر از یک به دست آمده و مبنای رتبه بندی آنها خواهد شد.

### مدل فازی BCC

فرض کنید که  $n$  DMU داریم که باید ارزیابی شوند. هر DMU مقادیر متغیری از  $m$  ورودی متفاوت را برای تولید  $S$  خروجی متفاوت استفاده میکنند. در این خصوص DMU به اندازه  $X$  ( $i=1, \dots, m$ ) ورودی مصرف میکند و  $\gamma$  ( $r=1, \dots, S$ ) خروجی تولید میکند. در فرموله کردن مساله،  $X$  ( $i=1, \dots, m$ ) و  $\gamma$  ( $r=1, \dots, S$ ) بترتیب مقادیر قطعی و نامنفی بردارهای ورودی و خروجی DMU است.

فرمولاسیون مدل اولیه و دوگان (با ماهیت ورودی) برای مدل BCC به قرار ذیل است:

$$(BCC_{IP}(X_p, Y_p))$$

$$\text{Min} Z_p = \theta$$

s.t

$$\theta X_{ip} - \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} \geq 0 \quad \forall i$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{ij} \geq y_{rp} \quad \forall r \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \forall j$$

$$\lambda_j \geq 0$$

$(BCC_{ID}(X_p, Y_p))$

$$Max w_p = \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} - u_0$$

s.t :

(2)

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_0 \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

$$\forall i, r$$

عموماً به جهت فقدان اطلاعات و وجود داده های غیر دقیق و فازی ریاضیات به طور دقیق نمیتواند پاسخ گوی سیستم های پیچیده از این دست باشد. در این ارتباط در دنیای واقعی تصمیم گیری ها اغلب بر پایه هر دو نوع داده های کمی و کیفی قرار دارد. بنابراین، یک رویکرد فازی را ایجاد میکند که بر این گونه مسائل انطباق داشته باشد و بتواند راه حلی را در پیش روی ما قرار دهد. مدل BCC با داده های فازی را میتوان به صورت ذیل بیان کرد:

$$Max W_p = \sum_{r=1}^s \tilde{u}_r$$

$$\sum_{i=1}^m V_i \tilde{x}_{ip}$$

$$\sum_{i=1}^m u_r \tilde{y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij} - \tilde{u}_0 \leq 0 \quad \forall j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \forall i, j$$

$$\lambda_j \geq 0$$

در بین انواع مختلف اعداد فازی، اعداد مثلثی فازی دارای اهمیت بیشتری نسبت به بقیه است. در این ارتباط فرض میشود که ورودی و خروجی های DMU متشکل از اعداد مثلثی فازی هستند. در نظر بگیرید که  $(\tilde{x}_{ij}^m, \tilde{x}_{ij}^l, \tilde{x}_{ij}^u)$  و  $(\tilde{y}_{ij}^m, \tilde{y}_{ij}^l, \tilde{y}_{ij}^u)$  باشد. بنابراین مدل (۳) را میتوان به صورت ذیل بازنویسی کرد:

$$Max w_p = \sum_{r=1}^s u_r (y_{ip}^m, y_{ip}^l, y_{ip}^u) - u_0$$

$$\sum_{i=1}^m V_i (x_{ip}^m, x_{ip}^l, x_{ip}^u) = (1, 1^l, 1^u)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (y_{ij}^m, y_{ij}^l, y_{ij}^u) - \sum_{i=1}^m V_i (x_{ij}^m, x_{ij}^l, x_{ij}^u) - u_0 \leq 0 \quad \forall j.$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

که در آن  $1^l \leq 1, 1^u \geq 1$  اعداد حقیقی هستند. مدل (۴) یک مدل برنامه ریزی امکان پذیری خطی است. روشهای زیادی برای حل آن وجود دارد. در اغلب این روشها برای حل، با استفاده از برش آلفا، فواصل در هر دو طرف محدودیتها با هم مقایسه میشوند. همچنین روشهای زیادی برای مقایسه فواصل ارائه

شده است. در این تحقیق بجای مقایسه فواصل، متغیری در هر فاصله تعریف میشود که در عین اینکه محدودیتها را رعایت میکند در همان زمان تابع هدف را بهینه نماید. در بخش بعد روش حل مدل فازی BCC ارائه خواهد شد.

### روش پیشنهادی

بعد از اعمال برش آلفا در تابع هدف و محدودیتها، مدل (۴) به شکل ذیل در می آید:

$$Max W_p = \sum_{r=1}^s u_r (\alpha y_{rp}^m + (1-\alpha)y_{rp}^l, \alpha y_{rp}^m + (1-\alpha)y_{rp}^u) - u_0$$

$$s.t : \sum_{i=1}^m v_i (\alpha x_{ip}^m + (1-\alpha)x_{ip}^l, \alpha x_{ip}^m + (1-\alpha)x_{ip}^u) = (\alpha + (1-\alpha)1^l, \alpha + (1-\alpha)1^u)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (\alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)y_{rj}^l, \alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)y_{rj}^u)$$

$$-\sum_{i=1}^m v_i (\alpha x_{ij}^m + (1-\alpha)x_{ij}^l, \alpha y_{rj}^m + (1-\alpha)x_{ij}^u) - u_0 \leq 0 \quad \forall j$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

چنانچه در مدل (۵) مشهود است تمامی ضرایب برحسب فاصله بیان شده است و لذا نمیتوان آنرا از روش های معمولی حل نمود. ایده های بسیاری برای حل مدل (۵) وجود دارد. در اغلب آنها مقایسه فواصل ایده اصلی را تشکیل میدهد. در این بخش بجای مقایسه فواصل، یک متغیر را در هر فاصله تعریف میکنیم که در عین اینکه محدودیتها را رعایت میکند بطور همزمان تابع هدف را بیشینه نماید.

تعریف (۱): نقطه بهینه

نقطه بهینه سیستم ذیل

$$\text{Max}[x_1, y_1]$$

$$\text{s.t.} : [x_2, y_2] \leq [x_3, y_3]$$

برداری مانند (a,b,c) خواهد بود به طوری که:

$$a \in [x_1, y_1], b \in [x_2, y_2] \text{ and } c \in [x_3, y_3]$$

همه محدودیتها را ارضاء کند .

تابع هدف را بیشینه نماید. با استفاده از الگوریتم ذیل میتوان به جواب بهینه مدل (۵) نائل شد.

**قدم اول:**

تغییر فواصل، که در طی آن متغیرهای ذیل با فواصل منتج از مدل (۵) جایگزین میشوند:

$$\tilde{x}_{ij} = \alpha x_{ij}^l + (1-\alpha)x_{ij}^u$$

$$\hat{y}_{ij} = \alpha y_{ij}^l + (1-\alpha)y_{ij}^m, \alpha y_{ij}^m + (1-\alpha)y_{ij}^u$$

$$L \in (\alpha + (1-\alpha)l^1, \alpha + (1-\alpha)l^u)$$

پس از جایگزینی متغیرهای جدید، مدل (۵) را میتوان به صورت ذیل بازنویسی کرد

$$\begin{aligned}
 Max w_p &= \sum_{r=1}^s u_r \tilde{v}_r \\
 s.t: \\
 \sum_{i=1}^m v_i \tilde{v}_r & \leq \sum_{i=1}^m u_r \tilde{v}_r \quad \forall j \\
 \alpha x_{ij}^m + (1-\alpha) \hat{x}_{ij} & \geq \hat{x}_{ij} \geq \alpha x_{ij}^u + (1-\alpha) x_{ij}^l \quad \forall i, j \quad (6) \\
 \alpha y_{rj}^m + (1-\alpha) y_{rj}^l & \leq \hat{y}_{rj} \leq \alpha y_{rj}^m + (1-\alpha) y_{rj}^u \quad \forall r, j \\
 \alpha + (1-\alpha) l^l & \leq L \leq \alpha + (1-\alpha) l^u \quad \forall r, i \\
 u_r, v_i & \geq 0
 \end{aligned}$$

مدل (۶) یک مدل غیرخطی است. برای خطی کردن مدل (۶) میتوان از تغییر متغیر ذیل استفاده کرد.

قدم دوم:

تغییر متغیر: با استفاده از تغییر متغیر  $u_r \hat{y}_{ij} = y_{ij}, v_i \hat{x}_{ij} = x_{ij}$  مدل (۶) را میتوان به صورت ذیل بازنویسی کرد.

$$\begin{aligned}
 Max w_p &= \sum_{r=1}^s y_{rp} - u_0 \\
 s.t: \\
 \sum_{i=1}^m \bar{x}_{ip} &= L \\
 \sum_{r=1}^s \bar{y}_{ij} - \sum_{i=1}^m \bar{x}_{ij} - u_0 &\leq 0
 \end{aligned}$$



$$v_i(ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^1) \leq \bar{x}_{ij} \leq v_i(ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^u) \forall i, j$$

$$u_r(ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^1) \leq \bar{y}_{rj} \leq u_r(ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^u) \forall r, j$$

$$a + (1-a)l^1 \leq L \leq a + (1-a)l^u$$

$$u_r, v_i \geq 0 \forall r, i$$

تابع هدف مدل (۷) نظیر تابع هدف مدل BCC انعکاس دهنده کارایی واحد تحت بررسی است. لازم به ذکر است که در اینجا نماینده متغیرهایی است که به فاصله ذیل تعلق دارد:  $y_{rp}, (r=1, \dots, s)$

$$u_r [ay_{rp}^m + (1-a)y_{rp}^1, ap_{rp}^m + (1-a)y_{rp}^u], (r=1, \dots, s)$$

بنابراین ارزش کارایی نیز بر حسب فاصله خواهد بود. مقادیر بهینه این متغیرها،  $\bar{y}_{rp}, (r=1, \dots, s)$  در عین اینکه همه محدودیتها را رعایت میکنند در همان زمان مجموع این متغیرها اندازه کارایی  $DMU_p$  را نیز بدست میدهد.

قضیه ۱:  $DMU_p$  کارا خواهد بود اگر:  $w_p^* = 1$

محدودیت دوم از مدل (۷) را در نظر بگیرید:

$$\sum_{r=1}^s \bar{y}_{ip} - \sum_{i=1}^m \bar{x}_{ip} - u_0 \leq 0$$

اگر  $1^u > 1$  باشد، در این صورت برخی از  $DMU$ ها به کارایی بیش از یک دست خواهند یافت. لذا حد بالای آن باید برابر یک باشد. از سوی دیگر محدودیت آخر مدل (۷) بصورت ذیل بازنویسی میکنیم:

$$a + (1-a)l^1 \leq L \leq 1 \quad (9)$$

حال با توجه به اولین محدودیت (۷) و روابط (۸) و (۹) محدودیت آخر زائد بوده و  $L=1$  خواهد شد. بنابراین میتوان مدل (۷) معادل با برنامه ریزی ریاضی ذیل دانست:

$$Max w_p = \sum_{r=1}^s y_{rp} - u_0$$

s.t :

$$\sum_{i=1}^m \bar{x}_{ip} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s \bar{y}_{ij} - \sum_{i=1}^m \bar{x}_{ij} - u_0 \leq 0 \forall j$$

$$v_i (ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^1) \leq \bar{x}_{ij} \leq v_i (ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^u)$$

$$u_r (ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^1) \leq \bar{y}_{ij} \leq u_r (ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^u)$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

$$a \in (0,1]$$

مدل اخیر معادل برنامه ریزی پارامتری خواهد بود که در آن پارامتر مساله است. بنابراین مدل برنامه ریزی خطی فازی (۴) را به برنامه ریزی پارامتری قطعی در مدل (۱۰) تبدیل کردیم. لازم به ذکر است که به ازای هر  $\alpha$  یک جواب بهینه خواهیم داشت. بنابراین میتوان جدولی از جوابها را به ازای  $a \in (0,1]$  های مختلف برای مرجع تصمیم گیری فراهم آورد. در بخش ۴ تحلیل مدل (۱۰) آورده شده است.

### تحلیل مدل پیشنهادی

برای مطالعه مدل (۱۰) لازم است که ابتدا فرمولاسیون مساله دوگان آن نوشته شود. مساله دوگان عبارت است از:

$$Min z = \theta$$

s.t :

$$\theta - \lambda_p + \delta_{ip} - \Delta_{ip} \geq 0$$

$$-\lambda_j + \delta_{ij} - \Delta_{ij} \geq 0$$

$$\lambda_p + \beta_{rp} - \gamma_{rp} \geq 1$$

$$\lambda_p + \beta_{rj} - \gamma_{rj} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^n \{\Delta_{ij}(ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^l) - \delta_{ij}(ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^u)\} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^n \{\lambda_{rj}(ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^l) - \beta_{rj}(ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^u)\} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\Delta_{ij}, \delta_{ij} \geq 0$$

$$\lambda_{rj}, \beta_{rj} \geq 0$$

$$\lambda_j \geq 0$$

مدل (۱۱) باید در واقع انعکاس دهنده رفتار ضرایب  $\bar{\lambda}$  و نیز آنچه که از این ضرایب به عنوان مجموعه مرجع مشخص میشود، باشد. پس از مطالعه مدل فوق این نتیجه حاصل شده است که رفتار ضرایب  $\bar{\lambda}$ ، درست مانند حالت قطعی، کاملاً توجیه پذیر و قابل پیش بینی بوده و درست همان رسالتی را که در حالت قطعی ایفا میکند در اینجا نیز به خوبی به انجام میرساند. در مواردی پیش می آید که به ازای برخی مقادیر

$a \in (0, 1]$  برخی از DMUها کارا میشوند اما به طور کامل بر روی مرز کارایی که میتوان منصور شد قرار نگرفته فقط با آن تلاقی دارند، در اینجا ضریب  $\bar{\lambda}$  مربوط به آن در ارتباط با DMU تحت مطالعه مثبت نخواهد شد و جزء مجموعه مرجع معرفی نمیشود.

دیگر آنکه، آنچه که از هر دو مدل (۱۰) و (۱۱) بر می آید این است که در ارزیابی یک DMU خاص همیشه بهترین وضعیت آن واحد (حد پایین ورودی و حد بالای خروجی) با بدترین قسمت مرز کارا (حد بالای ورودی و حد پایین خروجی DMUهای متعلق به مجموعه مرجع) مقایسه میشود. در این ارتباط قیودی به قرار ذیل را میتوان از مساله حذف کرد:

الف- قیود مربوط به حد بالای ورودی واحد تحت بررسی

ب- قیود مربوط به حد پایین خروجی واحد تحت بررسی

ج- قیود مربوط به حد پایین ورودی مرز کارا

د- قیود مربوط به حد بالای خروجی مرز کارا

با حذف قیود بالا مدل (۱۰) را میتوان به صورت ذیل بازنویسی کرد:

$$Maxw = \sum_{r=1}^s u_r (ay_{rp}^m + (1-a)y_{rp}^u) - u_0$$

s.t :

$$\sum_{i=1}^m v_i (ax_{ip}^m + (1-a)x_{ip}^1) = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^1) - \sum_{i=1}^m v_r (ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^u) - u_0 \leq 0$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (ay_{rp}^m + (1-a)y_{rp}^1) - \sum_{i=1}^m v_i (ax_{ip}^m + (1-a)x_{ip}^u) - u_0 \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq 0$$

مدل (۱۲) مدل تقلیل یافته مدل (۱۰) است که در آن با حذف محدودیت ها ابعاد مساله کوچکتر و لذا سرعت محاسبات افزایش خواهد یافت. در مواردی پیش می آید که DMU تحت مطالعه با مرز کارای ضعیف مقایسه میشود. در این صورت با وضعیتی مشابه وجود متغیرهای Slack در مدل قطعی مواجه هستیم. لذا چنانچه از دوگان مدل (۱۲) در محاسبه کارایی استفاده نماییم، در صورتی که از DMU با مرز کارای ضعیف مقایسه شود، اثبات و مشاهده آن به خوبی از روی متغیرهای Slack مربوط به محدودیت ها مسیر است. مساله دوگان مدل (۱۲) به قرار ذیل است:

$$\text{Min} z = \theta$$

s.t :

$$\theta(ax_{ip}^m + (1-a)x_{ip}^1) \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^n \lambda_j (ax_{ij}^m + (1-a)x_{ij}^u) + \lambda_p (ax_{ip}^m + (1-a)x_{ip}^1)$$

$$(ay_{rp}^m + (1-a)y_{rp}^u) \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^n \lambda_j (ay_{rj}^m + (1-a)y_{rj}^1) + \lambda_p (ay_{rp}^m + (1-a)y_{rp}^u)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0$$

در نهایت با در نظر گرفتن مدل (۱۲) میتوان از این فرمولاسیون به عنوان حد بالایی برای اندازه کارایی هر DMU یاد کرد. با این وصف، مشابه با تعبیری نظیر آنچه در بالا آمد حد پایین کارایی را میتوان به شکل ذیل از مقایسه بدترین وضعیت DMU (حد بالای ورودی و حد پایین خروجی) با بهترین وضعیت مرز کارا (حد پایین ورودی و حد بالای خروجی) DMU های متعلق به مجموعه مرجع بدست آورد:

$$\text{Max} W = \sum_{r=1}^s u_r (\alpha y_{rp}^m + (1-\alpha)y_{rp}^1) - u_0$$

s.t :

$$\sum_{i=1}^m v_i (\alpha x_{ip}^m + (1-\alpha)x_{ip}^u) = 1 \quad (14)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (\alpha y_{rj}^m + (1-\alpha) y_{rj}^u) - \sum_{i=1}^m v_i (\alpha x_{ij}^m + (1-\alpha) x_{ij}^l) - u_0 \leq 0 \quad \forall j \neq p$$

$$(14) \sum_{r=1}^s u_r (\alpha y_{rp}^m + (1-\alpha) y_{rp}^u) - \sum_{i=1}^m v_i (\alpha x_{ip}^m + (1-\alpha) x_{ip}^l) - u_0 \leq 0$$

$$u_r, v_i \geq 0 \quad \forall r, i$$

#### ۶- یک مثال عددی

مثال ۱- پنج DMU را در نظر بگیرید که هر کدام دو ورودی فازی را برای تولید دو خروجی فازی، مصرف میکنند. مقادیر ورودی و خروجی هر DMU مطابق با اعداد مثلثی فازی است. داده های مربوط به این DMU ها در جدول (۱) ذیل آمده است

| DMUs           | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> | D <sub>4</sub> | D <sub>5</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| I <sub>1</sub> | (6,7,8)        | (12,10,14)     | (13,9,16)      | (14,12,15)     | (8,5,10)       |
| I <sub>2</sub> | (30,29,32)     | (110,107,113)  | (100,95,101)   | (125,120,131)  | (38,35,39)     |
| O <sub>1</sub> | (38,35,5,41)   | (36,34,5,38)   | (41,37,46)     | (27,24,28)     | (50,48,51)     |
| O <sub>2</sub> | (411,409,416)  | (400,396,405)  | (393,387,402)  | (404,400,406)  | (470,470,470)  |

با استفاده از مدل (۱۱) ضرایب  $\alpha$  مطابق با جدول (۳) میباشد:

| $\alpha$ | D <sub>1</sub>   | D <sub>2</sub>                         | D <sub>3</sub>                         | D <sub>4</sub>   | D <sub>5</sub>   |
|----------|------------------|--|--|------------------|------------------|
| 0,0      | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_1=0,8$<br>$\lambda_5=0,2$     | $\lambda_3=1,00$                       | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_5=1,00$ |
| 0,25     | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_1=0,889$<br>$\lambda_5=0,111$ | $\lambda_1=0,303$<br>$\lambda_5=0,697$ | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_5=1,00$ |
| 0,5      | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_1=0,980$<br>$\lambda_5=0,02$  | $\lambda_1=0,449$<br>$\lambda_5=0,551$ | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_5=1,00$ |
| 0,75     | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_1=1,00$                       | $\lambda_1=0,598$<br>$\lambda_5=0,402$ | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_5=1,00$ |
| 1        | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_1=1,00$                       | $\lambda_1=0,75$<br>$\lambda_5=0,25$   | $\lambda_1=1,00$ | $\lambda_5=1,00$ |

#### ۶- نتیجه گیری:

در این تحقیق نسخه فازی مدل BCC با اعداد مثلثی به همراه روش حل آن ارائه شده است. با لحاظ کردن داده های فازی در واقع مدل استاندارد BCC به یک برنامه ریزی خطی امکانپذیری تبدیل خواهد شد. در اینجا بر اساس روش برش آلفا، روشی پیشنهاد میشود که در طی آن مساله برنامه ریزی خطی امکانپذیری به صورت یک برنامه ریزی خطی قطعی در می آید.

در اغلب روش های مبتنی بر متد برش آلفا، روش کار بدین منوال است که برای حل مدل از مقایسه فاصله سمت چپ و راست هر تساوی و یا نامساوی بهره میگیرند. البته این رویکرد بسیار ساده و گاهی صعوبت های محاسباتی را به همراه دارد. در روش پیشنهادی، فرض میشود که جواب به هر حال درون فاصله های مذکور قرار دارد لذا به ازای هر فاصله یک متغیر مناسب تعریف میشود. جواب بهینه این متغیرها به گونه ای است که در عین اینکه محدودیت ها را ارضاء میکنند، در همان زمان تابع هدف را نیز بیشینه مینماید. در صورت استفاده از این متغیرها مدل BCC به صورت غیر خطی در می آید که با یک تغییر متغیر میتوان آنرا به صورت خطی تبدیل کرد. مدل مذکور نیز با عطف به اینکه همیشه بهترین وضعیت DMU تحت مطالعه (حد بالای خروجی و حد پایین ورودی) با بدترین وضعیت مرز کارا (حد پایین خروجی و حد بالای ورودی) DMU های کارا) مقایسه میشود میتوان برنامه ریزی خطی فوق الذکر را به یک برنامه ریزی خطی قطعی با ابعاد کوچکتر تبدیل کرد و آنچه که به عنوان تابع هدف حاصل میشود در واقع کران بالایی برای اندازه کارایی واحد تحت بررسی خواهد بود. از سوی دیگر، داشتن این ایده، با در نظر گرفتن بدترین وضعیت DMU و بهترین وضعیت مرز کارا کران پایینی برای اندازه کارایی واحد تحت بررسی به ازای مقادیر مختلف آلفا بدست می آید.

در تعیین بازده نسبت به مقیاس واحد های کارا نیز میتوان بر اساس کران بالا و پایین متغیر  $u$  وضعیت افزایشی، کاهشی و ثابت بودن آنرا مشخص کرد.

در اینجا متغیر  $u$  به صورت قطعی در نظر گرفته و کلیه تحلیل ها بر اساس آن صورت گرفته است و لذا با فازی گرفتن آن میتوان افق جدیدی را فراروی مساله قرار داد.

- 1-sengupta,j.k.(1992).A Fuzzy System Approach in data Envelopment Analysis.Computers Math Applic.24,259-266
- 2-Tanka,H,H.Ichihashi,and K Asai.(1984).A Formulation of Fuzzy Linear Programming Problems Based in Comparison of Fuzzy Numbers,Control and Cybernetics 13,180-194
- 3-Zhu.J.(2003).Imprecise Data Envelopment Analysis (IDEA):A Review and Imporvement with an Application,European Journal of Operation Research 144,513-529
- 4-Delgado ,M,J.L.verdegay,and M.A.Vila.(1990).Relating Different Approach to Solve Liner Programming problem with Impecise Costs,Fuzzy Sets and Systems 37,33-42
- 5-Kao,C.and Shiang tai lio(2000)Fuzzy Efficiency Measures in Data Envelopment Analysis Fuzzy Sets and Systems 113,427-437
- 6-Lai,Y.J.and C.L.Hwang(1993).A Nem Approach to Some Possibilistic Programming Problem,Fuzzy Sets and Systems49

## شبکه عصبی و DEA

### شبکه عصبی

انسانها از زمانهای بسیار دور سعی بر آن داشتند که بیوفیزیولوژی مغز را دریابند چون همواره مسئله هوشمندی انسان و قابلیت یادگیری، تعمیم، خلاقیت، انعطاف پذیری و پردازش موازی در مغز برای بشر جالب بوده و بکارگیری این قابلیتها در ماشینها بسیار مطلوب می نمود. روشهای الگوریتمیک برای پیاده سازی این خصایص در ماشینها مناسب نمی باشند در نتیجه می بایست روشها مبتنی بر همان مدل‌های بیولوژیکی باشد. ANN<sup>۱</sup> درست مثل انسانها با استفاده از مثالها آموزش می بیند. در استفاده‌های جدیدتر این عبارت به شبکه عصبی مصنوعی که از نورون‌هایی مصنوعی ساخته شده است هم اشاره دارد. بنابراین عبارت 'شبکه عصبی' در حالت کلی به دو مفهوم مختلف شبکه عصبی زیستی و شبکه عصبی مصنوعی مختلف اشاره دارد.

شبکه های عصبی مصنوعی <sup>i</sup> (Artificial Neural Network) الگویی برای پردازش اطلاعات می باشند که با تقلید از شبکه های عصبی بیولوژیکی مثل مغز انسان ساخته شده اند. عنصر کلیدی این الگو ساختار جدید سیستم پردازش اطلاعات آن می باشد و از تعداد زیادی عناصر (نورون) با ارتباطات قوی داخلی که هماهنگ با هم برای حل مسائل مخصوص کار می کنند تشکیل شده اند. شبکه های عصبی مصنوعی با پردازش روی داده های تجربی، دانش یا قانون نهفته در ورای داده ها را به ساختار شبکه منتقل می کند که به این عمل یادگیری می گویند. اصولاً توانایی یادگیری مهمترین ویژگی یک سیستم هوشمند است. سیستمی که بتواند یاد بگیرد منعطف تر است و ساده تر برنامه ریزی می شود. بنابراین بهتر میتواند در مورد مسایل و معادلات جدید پاسخگو باشد.

از قرن نوزدهم بطور همزمان اما جداگانه از سوی نروفیزیولوژیست‌ها سعی کردند سامانه یادگیری و تجزیه و تحلیل مغز را کشف کنند و از سوی دیگر ریاضیدانان تلاش کردند تا مدل ریاضی بسازند که قابلیت فراگیری و تجزیه و تحلیل عمومی مسائل را دارا



باشد. اولین کوشش‌ها در شبیه‌سازی با استفاده از یک مدل منطقی توسط مک کلوک و والتر پیتز انجام شد که امروزه بلوک اصلی سازنده اکثر شبکه‌های عصبی مصنوعی است. این مدل فرضیه‌هایی در مورد عملکرد نورون‌ها ارائه می‌کند. عملکرد این مدل مبتنی بر جمع ورودی‌ها و ایجاد خروجی است. چنانچه حاصل جمع ورودی‌ها از مقدار آستانه بیشتر باشد اصطلاحاً نورون برانگیخته می‌شود. نتیجه این مدل اجرای توابع ساده منطقی مثل OR و AND بود [1].

### شبکه عصبی مصنوعی

نه تنها نروفیزیولوژیست‌ها بلکه روان‌شناسان و مهندسان نیز در پیشرفت شبیه‌سازی شبکه‌های عصبی تاثیر داشتند. در سال ۱۹۵۸ شبکه پرسپترون توسط روزنبلات معرفی گردید. این شبکه نظیر واحدهای مدل شده قبلی بود. پرسپترون دارای سه لایه به همراه یک لایه وسط که به عنوان لایه پیوند شناخته شده می‌باشد، است. این سامانه می‌تواند یاد بگیرد که به ورودی داده شده خروجی تصادفی متناظر را اعمال کند. در حالت کلی در شبکه‌های عصبی سه نوع لایه نورونی وجود دارد:

لایه ورودی: دریافت اطلاعات خامی که به شبکه تغذیه شده است.

لایه پنهان: عملکرد این لایه‌ها به وسیله ورودی‌ها و وزن ارتباط بین آنها و لایه‌های پنهان تعیین می‌شود. وزن‌های بین واحدهای ورودی و پنهان تعیین می‌کند که چه وقت یک واحد پنهان باید فعال شود.

لایه خروجی: عملکرد واحد خروجی بسته به فعالیت واحد پنهان و وزن ارتباط بین واحد پنهان و خروجی می‌باشد. در شبکه‌های عصبی چند نوع اتصال و یا پیوند وزنی وجود دارد:

پیشرو: بیشترین پیوندها از این نوع است که در آن سیگنال‌ها تنها در یک جهت حرکت می‌کنند. از ورودی به خروجی هیچ بازخوردی (حلقه) وجود ندارد. خروجی هر لایه بر همان لایه تاثیری ندارد.

سرو: داده‌ها از گره‌های لایه بالا به گره‌های لایه پایین بازخورانده می‌شوند. جانبی: خروجی گره‌های هر لایه به عنوان ورودی گره‌های همان لایه استفاده می‌شوند [10].

### کاربرد شبکه عصبی

شبکه‌های عصبی مصنوعی دارای دامنه کاربرد وسیعی می‌باشند در کل می‌توان کاربردهای شبکه‌های عصبی را به صورت زیر دسته‌بندی کرد: خوشه‌یابی، دسته‌بندی، شناسایی، بازسازی الگو، تعمیم دهی (به دست آوردن یک پاسخ صحیح برای محرک ورودی که قبلاً به شبکه آموزش داده نشده)، بهینه‌سازی. امروزه شبکه‌های عصبی در کاربردهای مختلفی نظیر مسائل تشخیص الگو که خود شامل مسائلی مانند تشخیص خط، شناسایی گفتار، پردازش تصویر و مسائلی از این دست می‌شود و نیز مسائل دسته‌بندی مانند دسته‌بندی متون یا تصاویر، به کار می‌روند. در کنترل یا مدل‌سازی سامانه‌هایی که ساختار داخلی ناشناخته یا بسیار پیچیده‌ای دارند نیز به صورت روز افزون از شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده می‌شود [2,3].

طی دههٔ اخیر مدل‌های جدیدی به نام شبکه‌های عصبی مصنوعی به مدل‌های ریاضی افزوده شده‌اند که نتایج قابل قبولی در زمینه‌های کاربردی مختلف از خود نشان داده‌اند. شبکه‌های عصبی مصنوعی یک مدل محاسباتی است که براساس سیستم عصبی مغز انسان در فرآیند یادگیری، طراحی شده است. این مدل‌ها قادرند رابطه میان ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم را توسط شبکه‌ای از گره‌ها که همگی به هم متصل هستند، تعیین نمایند که در آن میزان فعالیت هر یک از این اتصالات توسط اطلاعات تاریخی تنظیم می‌شود (فرآیند یادگیری) و در نهایت مدل قادر خواهد بود قوانین مرتبط میان ورودی‌ها و خروجی‌ها را کشف نماید، هر چند این قوانین غیرخطی و پیچیده باشند [3]. مشهورترین الگوریتم شبکه‌های عصبی، الگوریتم پس‌انتشار است که در سال ۱۹۸۰ توسط راملهارت، هینتون و ویلیامز<sup>۱۱</sup> ارائه شد. یک الگوریتم پس‌انتشار، یادگیری روی یک شبکه عصبی پیشخور را اجرا می‌کند [11].

## معایب شبکه‌های عصبی

با وجود برتری‌هایی که شبکه‌های عصبی نسبت به سامانه‌های مرسوم دارند، معایبی نیز دارند که پژوهشگران این رشته تلاش دارند که آنها را به حداقل برسانند، از جمله:

- قواعد یا دستورات مشخصی برای طراحی شبکه جهت یک کاربرد اختیاری وجود ندارد.
- در مورد مسائل مدل سازی، صرفاً نمی‌توان با استفاده از شبکه عصبی به فیزیک مساله پی برد. به عبارت دیگر مرتبط ساختن پارامترها یا ساختار شبکه به پارامترهای فرآیند معمولاً غیر ممکن است.
- دقت نتایج بستگی زیادی به اندازه مجموعه آموزش دارد.
- آموزش شبکه ممکن است مشکل و یا حتی غیر ممکن باشد.
- پیش بینی عملکرد آینده شبکه (عمومیت یافتن) آن به سادگی امکان پذیر نیست.

## مزایای شبکه عصبی

یادگیری انطباق پذیر: قابلیت یادگیری نحوه انجام وظایف برپایه اطلاعات داده شده برای تمرین و تجربه های مقدماتی. سازماندهی توسط خود: یک ANN میتواند سازماندهی یا ارائه اش را برای اطلاعاتی که در طول دوره یادگیری دریافت می کند خودش ایجاد کند.

عملکرد به هنگام (real time): محاسبات ANN می تواند به صورت موازی انجام شود وسخت افزارهای مخصوصی طراحی وساخته شده است که می تواند از این قابلیت استفاده کند.

تحمل اشتباه بدون ایجاد وقفه در هنگام کدگذاری اطلاعات: خرابی جزئی یک شبکه منجر به تنزل کارایی متناظر با آن می شود. اگرچه تعدادی از قابلیت های شبکه ممکن است حتی با خسارت بزرگی هم باقی بماند.

## تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده ها یک روش ناپارامتری برای ارزیابی واحدهای هم جنس می باشد که اولین بار در سال 1978 توسط کوپر<sup>11</sup> و همکاران، برای ارزیابی یک مرکز آموزشی در ایالات متحده آمریکا تحت عنوان مقاله CCR، ابداع گردید.

چارنز، کوپر ووردز<sup>12</sup> تحلیل پوششی داده هارا چنین تعریف کرده اند [12]: «تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی به کار گرفته شده برای داده های مشاهده شده است که روش جدیدی را برای تخمین مرز کارایی وهمچون تابع تولید فراهم می سازد که پایه اقتصاد مدرن می باشد.» در این تکنیک با استفاده از مجموعه ای از مشاهدات یک تابع تولید تجربی از داده های مشاهده شده ساخته می شود. این روش یک تابع مرزی به دست می دهد که تمام داده هارا تحت پوشش قرار می دهد، به همین دلیل آن را تحلیل پوششی یا تحلیل فراگیر می گویند [13]. در ادامه بنکر<sup>14</sup> و همکاران این روش را تحت عنوان مقاله BCC، توسعه بخشیدند. در روش تحلیل پوششی داده ها با تعریف ورودی ها و خروجی های هم سان برای تمام واحد های تصمیم گیری آنها را مورد ارزیابی قرار می دهند. در مدل با ماهیت ورودی نمره یک به واحدهای کارا اختصاص می یابد و واحد های ناکارا نمره ای در بازه (0،1) اخذ می کنند و در مدل با ماهیت خروجی واحد های کارا نمره کارایی یک و واحد های ناکارا نمره کارایی بیش از یک را اختیار می کنند [14]. در مسائل کاربردی ممکن است بیش از یک واحد کارا شوند، در این صورت مساله تمایز بین این واحد مطرح شد. اندرسون و پیترسون در سال 1993 مدل AP را برای رتبه بندی واحد های کارا معرفی کرده اند [4,15]. فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده هر یک با m ورودی و s خروجی مد نظر باشند. در این صورت  $X_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$  بردارهای ورودی و خروجی  $Y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})$  DMUj می باشند.

از آنجا که قیمت های بازار موجود نیست، از قیمت های سایه ای برای جمع بستن ورودی ها و خروجی های واحدها استفاده می کنیم؛

$$\text{ورودی مجازی} = v_1 x_{1,o} + \dots + v_m x_{m,o},$$

$$\text{خروجی مجازی} = u_1 y_{1,o} + \dots + u_s y_{s,o},$$

که با بیشینه کردن برنامه ریزی کسری زیر و با فرض نا منفی بودن قیمت های سایه ای، مقادیر وزنی  $v$  ها و  $u$  ها بدست می آیند.

$$\max \frac{u_1 y_{1,o} + \dots + u_s y_{s,o}}{v_1 x_{1,o} + \dots + v_m x_{m,o}},$$

$$\frac{u_1 y_{1,o} + \dots + u_s y_{s,o}}{v_1 x_{1,o} + \dots + v_m x_{m,o}} \leq 1.$$

در این صورت مجموعه امکان تولید به صورت زیر تعریف می شود [5]:

$$T = \{ (X, Y) \mid X \text{ نامنفی بتواند } Y \text{ نامنفی را تولید کند} \}$$

با پذیرش اصول شمول مشاهدات ، تحذب ، کارایی به مقیاس ثابت ، امکان پذیری ، و کمینه برونمایی مدل CCR به صورت زیر معرفی می گردد (فرم پوششی مدل CCR با ماهیت خروجی):

$$\max \sum_{r=1}^s u_r y_{r,o},$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r,j} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i,j} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i,o} = 1,$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon.$$

که افسیلین بینهایت کوچک ارشمیدسی است و جهت جلوگیری از حذف ورودی ها و خروجی ها در مدل لحاظ می شود. مدل فوق فرم مضربی مدل CCR نیز نامیده می شود. دوگان آن نیز به صورت زیر است که فرم پوششی مدل CCR می باشد.

$$\min \theta - \varepsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right),$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{i,o} \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{r,o} \quad r = 1, \dots, s.$$

## قابلیت های تحلیل پوششی داده ها

- **کارایی**: دلیل اساسی ایجاد نظریه تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیرنده است. به دلیل آنکه در تحلیل پوششی داده‌ها کارایی تکنیکی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و فرض‌های محدودی برای تعریف واحدهای تصمیم گیرنده وجود دارد، امکان ارزیابی انواع مختلفی از واحدهای تصمیم گیرنده وجود دارد. به همین دلیل در بخش‌هایی از جامعه که روش‌های اقتصادی توان ارائه نتایج قابل پذیرش را ندارند، امکان استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی واحدها وجود دارد.

- **رتبه بندی**: با روش‌ها و مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها امکان رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده وجود دارد. در کتبی که از تحلیل پوششی داده‌ها چاپ شده است، مجموعه‌ای از این روش‌های رتبه بندی معرفی شده اند.

- **تعیین مرجع از میان واحدهای تصمیم گیرنده**: در تحلیل پوششی داده‌ها، در زمان محاسبه کارایی واحدهای تصمیم گیرنده، برای هر یک از واحدهای ناکارا تعدادی از واحدهای کارا به عنوان مرجع معرفی شده و برای هر کدام از آن‌ها ضریبی برای مشخص کردن میزان تاثیر گذاری آن‌ها تعیین می‌شود. بنابراین مراجع واحدهای ناکارا از میان همان مجموعه واحدهای تصمیم گیرنده انتخاب می‌شوند. این قابلیت به دلیل ناپارامتریک بودن تحلیل پوششی داده‌ها ایجاد شده است.

- **تعیین مقادیر مطلوب ورودی‌ها و خروجی‌ها**: بر اساس مراجع تعیین شده برای هر یک از واحدهای تصمیم گیرنده و با توجه به قابل کنترل بودن یا نبودن شاخص‌ها، مقدار مطلوب هر یک از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای ناکارا تعیین می‌شود. بنابراین امکان هدف‌گذاری شاخص‌ها به روشی علمی و مبتنی بر واقعیت‌های مجموعه امکان تولید وجود دارد.

- **تعیین مقادیر مطلوب شاخص‌های واحد جدید**: با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های معکوس می‌توان با در نظر گرفتن وضعیت موجود واحدهای تصمیم گیرنده، مقادیر مطلوب ورودی‌ها و خروجی‌های یک واحد تصمیم گیرنده جدید را برای دستیابی به کارایی مورد نظر تعیین کرد.

## ترکیب شبکه عصبی مصنوعی و DEA

DEA برای مجموعه داده‌های بسیار بزرگ با تعداد زیادی ورودی و خروجی به منابع عظیم کامپیوتری از لحاظ زمان پردازش و میزان حافظه نیاز دارد و در بسیاری از کاربردهای عملی چه در بخش‌های دولتی و چه در بخش‌های خصوصی با چنین مسائلی بزرگی با تعداد زیادی متغیر روبه‌رو هستیم. به طوری که برخی از سازمان‌های بزرگ برای ارزیابی میلیون‌ها DMU از DEA استفاده می‌کنند. کاربردهای این چینی DEA به محاسبات خیلی زیادی نیاز دارد که حتی یک کامپیوتر پر سرعت هم زمان زیادی صرف می‌کند تا نتایج را بدست آورد؛ زیرا باید برای هر DMU یک برنامه ریزی خطی حل کند. برای حل این مشکل امروزه ژاد و استل شل در سال 2009 با ترکیب تحلیل پوششی داده‌ها و شبکه عصبی الگوریتم جدید NN-DEA را ارائه دادند که در شکل ۱ نشان داده شده است [6]. این الگوریتم از یک شبکه عصبی پیشخور با یادگیری پس انتشار خطا (Back propagation) استفاده کرده است. شبکه‌های پیشخور چند لایه با آموزش پس انتشار خطا، از معمول ترین مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی است.

## آموزش شبکه

اگر یک شبکه را هم‌ارز با یک **گراف** بدانیم، فرآیند آموزش شبکه تعیین نمودن وزن هر یال و **bias** اولیه خواهد بود. آموزش شبکه، فرایندی است که طی آن وزنها و بایاسهای شبکه به گونهای تغییر میکنند که خطای آموزش MSE مینیمم شود. این فرایند از سه مرحله تشکیل شده است؛ مرحله اول انتشار ورودی‌ها از نرون‌های ورودی به سمت نرون‌های خروجی است. در مرحله بعد با مقایسه خروجی‌های شبکه و مقادیر واقعی، مقدار خطا محاسبه می‌شود و سپس با پس انتشار خطا از نرون‌های خروجی به سمت ورودی وزن‌های شبکه اصلاح می‌شوند، به گونه‌ای که خطای آموزش شبکه کاهش یابد. به همین دلیل

این روش، پس انتشار گفته می شود [7,17]. چرخه های رفت و برگشت آنقدر تکرار می شود تا MSE مینیمم گردد. الگوریتم پس انتشار همانند قانون آموزش مینیمم میانگین مربعات (LMS) یک الگوریتم بیشترین کاهش (SD) است. این الگوریتم در واقع روش LMS را به شبکه های چند لایه ای با توابع غیرخطی تعمیم می دهد [15].

طلوع وهمکاران در پژوهشی به بررسی تخمین کارایی شعب به کمک شبکه عصبی مصنوعی پرداختند؛ در این تحقیق شاخص هایی که می توانند برای اندازه گیری کارایی هریک از شعب در DEA مورد استفاده قرار گیرند به عنوان شاخص ورودی و مقداری که باید پیش بینی شود، به عنوان شاخص خروجی در نظر گرفته شده است. ورودی های شبکه به طور همزمان، لایه اول شبکه را تشکیل می دهند. و خروجی های وزن دار شده از لایه ی اول، لایه ی دوم را می سازند. پس به این ترتیب خروجی های وزن دار شده ی لایه ی دوم (لایه ی میانی اول) لایه ی میانی بعدی را تشکیل می دهد. البته تعداد لایه های میانی، اختیاری است ولی در عمل، معمولاً فقط از یک با حداکثر سه لایه استفاده می شود. به همین صورت، ورودی لایه ی خروجی (لایه ی آخر) از خروجی آخرین لایه ی میانی تشکیل می شود و پس از ضرب در وزن های مرتبط و اعمال تابعی که تابع انتقال نامیده می شود، خروجی نهایی شبکه حاصل می شود. این شبکه، یک شبکه پیش خور است که ورودی ها یا خروجی های هیچکدام از لایه ها به عقب بازگشت داده نشده است و نیز یک شبکه ی کاملاً مرتبط است به طوری که در هر لایه همه ی نرون ها با هم مرتبط هستند.

به این ترتیب نشان داده شده است که یک شبکه عصبی پیش خور چند لایه با تعداد کافی لایه های میانی، می تواند به دقت مقدار کارایی هر یک از شعب بانک را با این حجم داده ی بزرگ تقریب بزند. این شبکه با پردازش مکرر روی یک نمونه تصادفی از مجموعه داده های بانک، مقدار کارایی بدست آمده را با مقدار کارایی واقعی بدست آمده از مدل DEA مقایسه می کند. برای هر نمونه آزمایش وزن ها در جهت مینیمم کردن میانگین مربعات خطا بین پیشگویی شبکه و مقدار کارایی واقعی، تعدیل می شوند. این تغییرات در جهت عقب پیش می رود، یعنی از لایه خروجی شروع شده و پس از عبور از لایه های میانی به لایه ی اول می رسد. به همین خاطر به آن پس انتشار گفته می شود.

در انتهای این تحقیق این نتیجه نیز حاصل آمده است که به علت کوتاه بودن زمان اجرای شبکه عصبی در مقایسه با زمان اجرای برنامه های DEA، می توان از آن به عنوان ابزار مناسبی در جهت محاسبه مقدار کارایی شعب بانک استفاده نمود. به علاوه در صورت وجود خطا در داده های ورودی شبکه تا حد زیادی قابلیت تحمل خطا را خواهد داشت [17].

بنابراین شبکه های عصبی مصنوعی به عنوان جایگزین خوبی برای برآورد مرزهای کارآ برای تصمیم گیری به کار گرفته می شود. زیرا ماهیت عملکرد شبکه های عصبی به دلیل قدرت یادگیری و تعمیم پذیری به گونه ای است که در برابر داده های پرت و اغتشاش های حاصل از اندازه گیری غیردقیق داده ها مقاوم تر عمل میکنند [19].

در سال ۱۹۹۷ کارای مترون<sup>vi</sup> با داده های سری های زمانی تحلیل شد و این نتیجه به دست آمد که نتایج حاصل از ANN با حداقل مربع های معمولی تصحیح شده و DEA بسیار به هم شبیه هستند [18]. در سال ۲۰۰۰ شبکه های عصبی برای تخمین توابع هزینه به کار گرفته شد [21] و در سال 2004 نیز سانتین<sup>vi</sup> از یک شبکه عصبی برای شبیه سازی تابع تولید غیرخطی استفاده کرد و نتایج آن را با روش های متداول تری مثل مرزهای تصادفی و DEA با مشاهدات مختلف و اغتشاش مقایسه کرد و نشان داد شبکه های عصبی در مقایسه با روش های ذکر شده ثبات بیشتری دارد [22].

در سال ۲۰۰۷ سلیمی و بیرکتر مقاله ای با عنوان ترکیب تحلیل پوششی داده و شبکه عصبی برای ارزیابی تأمین کنندگان تحت اطلاعات ناقص را مطرح کردند. انتخاب و ارزیابی تأمین کننده، فرآیندهای تصمیم گیری مهمی هستند که نیاز به ملاحظه نگرش های متنوعی دارند. مطالعات چندی برای انتخاب و ارزیابی مؤثر تأمین کنندگان با تکنیک های متعدد کاربردی نظیر روشهای موزون خطی، مدل های بر نامه ریزی ریاضی، روشهای آماری و هوش مصنوعی (AI) انجام گرفته است. به همین دلیل یکی از روشهای ارزیابی موفق پیشنهاد شده برای این هدف، تحلیل پوششی داده ها (DEA) است که تکنیک های برنامه

ریزی ریاضی را برای ارزیابی عملکرد مجموعه ای از واحدهای تصمیم گیری مشابه (یکسان) با چندین ورودی و خروجی به کار می برد [22,23].

### Back-propagation DEA algorithm

- 1) Initialize all weights // usually to small random numbers //
- 2) While terminating condition is not satisfied {
- 3) For each training sample of DMUs in samples
- 4) {
  - For each hidden layer neuron j
    - {
      - // note that for resource variables  $x_1 \dots x_n$  and
      - // outcome variables  $y_1 \dots y_m$  the  $O_k = I_k$ ,  $\theta_k$  is bias //
      - 5) 
$$I_j = \sum_i w_{ij} O_i + \theta_j$$
      - 6) 
$$O_j = 1 / (1 + e^{-I_j}) ;$$
      - }
      - 7) 
$$Err_j = DEAEff_j (1 - DEAEff_j) ( ESTeff_j - DEAEff_j )$$
        - // DEAEff<sub>j</sub> is the efficiency as obtain from DEA
        - // ESTeff<sub>j</sub> is the efficiency as estimated
        - by neural network
      - 8) For each unit j in the hidden layers
      - 9) 
$$Err_j = O_j (1 - O_j) \sum_k Err_k w_{jk} ;$$
      - 10) For each weight  $w_{ij}$  in network
        - {
        - 11) 
$$\Delta w_{ij} = (-1) Err_j \times O_j ;$$
        - 12) 
$$w_{ij} = w_{ij} + \Delta w_{ij} ;$$
        - }
      - 13) For each bias  $\theta_j$  in network
        - {
        - 14) 
$$\Delta \theta_j = (-1) Err_j$$
        - 15) 
$$\theta_j = \theta_j + \Delta \theta_j ;$$
        - }
      - 16) }
  - 17) }

شکل ۱- الگوریتم NN-DEA

یک الگوریتم ترکیبی با استفاده از شبکه عصبی توسط امروزنژاد (۲۰۰۹) ارائه گردید که برای ارزیابی کارایی مجموعه داده های بزرگ و همچنین صرفه جویی در محاسبات آنها، بسیار مؤثر واقع شد [6].

اجلی و صفری در پژوهشی از شبکه های عصبی و DEA و تلفیق آنها (Neuro-DEA) در اندازه گیری کارایی فنی شرکتهای گاز استانی استفاده و پس از محاسبه کارایی، نتایج حاصله را با DEA معمولی مقایسه کرده اند. برای ساخت مدل Neuro-DEA از یک شبکه عصبی بیش خور بسیار معروف و متداول استفاده می کنیم. شبکه عصبی مدل Neuro-DEA

یک پرسپترون چند لایه با الگوریتم پس انتشار خطا است که یک لایه خروجی و یک لایه پنهان دارد. تابع تبدیل لایه پنهان تابع تانژانت هیپرپولیک است و تابع تبدیل لایه خروجی یک تابع خطی است. در این شبکه، ورودی‌های شبکه شامل مجموع ورودی‌ها و خروجی‌های هر DMU است و خروجی مورد انتظار (O) شبکه کارایی هر DMU خواهد بود. تحقیق نشان داد که شبکه‌های عصبی، توان بالایی در یادگیری الگوهای کارای دارند، اما لازم به ذکر است که شبکه باید به شکل مناسبی آموزش داده شود. با استفاده از شبکه‌های عصبی و تلفیق آن با DEA می‌توان در مواردی که مدل‌های پایه‌ای توان تفکیک پذیری و تشخیص واحدها را ندارند به کار گرفت. در مقایسه انجام گرفته با روش‌های ریاضی و ترکیبی تحلیل کارایی، شبکه‌های عصبی نتایج قابل قبولی ارائه دادند [8].

محرابیان و همکاران طی پژوهشی با ترکیبی از یک روش شبکه عصبی و تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان دو روش ناپارامتریک به تحلیل کارایی ۴۰ شعبه بانک اقتصاد نوین طی سه مرحله پرداخته‌اند: مدل DEA، مدل DEA-ANN و مقایسه نتایج DEA با DEA-ANN. در ساختار مورد استفاده در این مقاله ورودی‌های ANN طبق نسبت‌هایی از ورودی‌های DEA که در اندازه‌گیری کارایی از آن استفاده می‌شود، در نظر گرفته شده و خروجی آن از وزن‌هایی که باید پیش‌بینی شود، تبعیت می‌کند. به این ترتیب ورودی‌ها را به شبکه داده و همزمان این ورودی‌ها درون یک لایه از واحدها که لایه ورودی را می‌سازند وزن‌دهی می‌شوند. خروجی‌های این واحدها به نوبت، به طور همزمان به درون لایه دوم (لایه پنهان) از واحدها وارد می‌شوند. در صورت وجود چندین لایه پنهان، خروجی‌های اولین لایه پنهان، می‌تواند به عنوان ورودی لایه پنهان دیگر استفاده شود. از آنجا که تعداد لایه‌های پنهان در ANN اختیاری است (اما معمولاً از یک تا حداکثر سه لایه پنهان استفاده می‌شود)، خروجی‌های وزن شده ی آخرین لایه پنهان به عنوان ورودی به لایه خروجی وارد می‌شوند و در نهایت داده‌هایی را تولید می‌کند. مدل ANN-DEA مورد استفاده در این پروژه از سه لایه تشکیل شده است که یک شبکه پیش‌خور با یک لایه مخفی و یک لایه خروجی است و نرون‌ها به وسیله بردار وزن‌ها به هم مرتبط هستند. با استفاده از این شبکه می‌توان کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده را تخمین زد. در روش مذکور داده‌های آزمون به طور مکرر به شبکه عصبی ارائه می‌شوند. وزن‌های اولیه صفر در نظر گرفته می‌شوند؛ سپس خروجی شبکه عصبی با خروجی مطلوب که همان درجه کارایی حاصل از روش DEA است، مقایسه شده و اگر خطا زیاد باشد روند آموزش داده‌ها با مجموعه وزن‌های اولیه متفاوت که در جهت کاهش خطای اولیه است، تکرار می‌شود. با انجام این کار خطا در هر تکرار کمتر شده و خروجی مطلوب‌تری به دست می‌آید. وزن‌های بهینه به دست آمده در روند مذکور به کل شبکه تعمیم داده شده و برای تمام مجموعه داده‌ها، خروجی مطلوب با استفاده از وزن‌های بهینه مذکور به دست می‌آید. قسمتی از داده‌ها را قبل از آموزش، شده است. در روند آموزش داده‌ها، نتایجی حاصل می‌گردد که در بازه جواب‌های قابل قبول قرار نمی‌گیرند. برای استفاده از مجموعه داده‌هایی که به ازای آن‌ها، نتایج غیر قابل قبول به دست می‌آید برای هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی مقدار مینیمم و ماکزیمم تعریف می‌کنیم؛ به صورتی که اگر مقادیر ورودی و خروجی در آن بازه‌ها قرار گیرند، نتیجه حاصل قابل قبول باشد [9].

برای شبیه‌سازی فرایند کارایی DEA، شبکه عصبی با استفاده از مجموعه‌ای از اطلاعات ورودی خروجی آموزش داده می‌شود. دانشوران و همکاران در تحقیقی به منظور ارزیابی امکان کم کردن خطا در شبیه‌سازی فرایند تخمین کارایی DEA در پنجاه وهفت واحد تصمیم‌گیرنده از مدل‌های MLP, RBF و ANFIS شبکه‌های عصبی استفاده کرده‌اند. مقایسه نتایج حاصل از مدل‌های ذکر شده حاکی از آن است که مدل ANFIS در شبیه‌سازی فرایند کارایی DEA، نسبت به مدل‌های MLP و RBF از کارایی بهتری برخوردار بوده است. لذا می‌تواند به عنوان ابزار مؤثری جهت تخمین کارایی DEA در مقیاس‌های بزرگ به کار گرفته شود [25].



## منابع

- 1- نظام‌الدین فقیه، "هوش مصنوعی در پیش‌بینی ایست خط تولید (کاربرد شبکه‌های عصبی مصنوعی)" ۹۶۴-۷۲۱۰-۸۸-۴
- 2- <http://www.nsl.hcmuns.edu.vn/greenstone/collect/hnkhbk/archives>
- 3- دانشور، تحلیل خطا در شبیه‌سازی فرآیند تخمین کارایی DEA با استفاده از مدل‌های MLP, RBF و ANFIS شبکه‌های عصبی، سومین همایش ملی تحلیل پوششی داده‌ها، فیروزکوه، ۱۳۹۰.
- 4- فلاح جلودار، مهدی، (1383)، مقایسه مدل‌های رتبه‌بندی در DEA، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران.
- 5- جهانشاهلو، غلامرضا و فرهاد حسین زاده، (1385)، مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌ها، 1-40.
- 6- طلوع، مهدی، (۱۳۹۰)، محاسبه کارایی شعب بانک صادرات ایران با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و شبکه عصبی مصنوعی، سومین همایش ملی تحلیل پوششی داده‌ها، ۳۰ تیر ۱۳۹۰.
- 7- منهای، محمدباقر؛ هوش محاسباتی (جلد اول: مبانی شبکه‌های عصبی)، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران ویرایش اول، ۱۳۷۹.
- 8- اجلی و صفری (۱۳۹۰)، "ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری با استفاده از مدل ترکیبی شبکه‌های عصبی پیش‌بینی‌کننده عملکرد و تحلیل پوششی داده‌ها"،
- 9- محرابیان، سعید، ساعتی مهتدی، صابر، هادی، علی، ارزیابی کارایی شعب بانک اقتصاد نوین با ترکیبی از روش شبکه عصبی و تحلیل پوششی داده‌ها، مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال هشتم، شماره ۴، صص ۲۹-۳۹، شابا ۲۲۵۱-۷۲۸۶.
- 10- Kasabov, N. K. *Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering*, The MIT Press, 1998. ISBN 0-262-11212-4 .
- 11- Rumelhart, D. E.; Hinton, G. E.; Williams, R.J.; "Learning representations by back-propagating errors", Proc. Nature, 323, 533-536, 1986.
- 12- Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., Measuring the efficiency of decision making units, European journal of operational research 2(6), 429-444, 1978.
13. Charnes, Cooper, Golang, Seiford, Stutz, Journal of Econometrics, No.30, p.91-107, 1985
- 14- Anderson, P., Peterson, N.C., (1993) A Procedure For Ranking Efficient Units In data Envelopment Analysis, management Science, VOL 39, NO1.
- 15- Adler, N., Fridman, L., Sinuany-stern, Z., (2002), Review of Ranking methods in the data envelopment analysis context. European Journal of Operational Research 140, 249-265.
- 16- Emrouznejad, A.; "A combined neural network and DEA for measuring efficiency of large scale datasets", proc. Computers & Industrial Engineering 56, 249-254, 2008.
- 17- Mehregan, M. (2004). "Quantitative models in evaluating organizations performance Published by (DEA).
- 18- Wang, S. (2003). "Adaptive non-parametric efficiency frontier analysis: A neural network-based model." *Computers and Operation Research*, 30, PP. 279-295.
- 19- Casta, A. and Harkellas, R.N. (1997). "Evaluating public transport efficiency with neural network models." *Transportation research*, c 5, PP. 301-312.
- 20- Fleissing A. Kaston R., Terrel (2000). "Evaluating the semi-nonparametric fourier, aim, and neural networks cost function." *Economics Letter*, 68(3), PP. 235-244.
- 21- Santin, D. and Delgado, F.J. (2004). "The measurement of technical efficiency: a neural network approach." *Applied Economic*, 36, PP. 627, 635.
- 22- Celebi, D. and Bayraktar, D. (2007). "An integrated neural network and data envelopment analysis for supplier evaluation under incomplete information." *Expert Systems With Applications*, PP. 1-13.



23- Neto, Luiz.E. and Lins Marcos, P.E (2004). "Neural data envelopment analysis: A simulation." *International Journal of Industrial Engineering*, Vol. 11, No. 1, PP. 14-24. of management of Tehran University, 1stEdition.

---

<sup>i</sup> Artificial Neural Network

<sup>ii</sup> - Rumelhart. Hinton, Williams

<sup>iii</sup> Cooper

<sup>iv</sup> Charnes, cooper , Rohdes

<sup>v</sup> banker

<sup>vi</sup> - Casta

<sup>vii</sup> Santi

