

مباحثی در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه

ویرایش سوم



نویسندگان:

هادی شیرویه‌زاد
محمد مهدی توکلی

مباحثی در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه

ویرایش سوم

نویسندگان:

هادی شیرویه‌زاد

محمد مهدی توکلی

سرشناسه	: شیرویه‌زاد، هادی، ۱۳۵۴ -
عنوان و نام پدیدآور	: مباحثی در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه / نویسندگان هادی شیرویه‌زاد، محمدمهدی توکلی؛ ویراستار مرضیه عبادی‌نیک.
مشخصات نشر	: شیراز: نشر شواتیر، ۱۴۰۰.
مشخصات ظاهری	: [۲۲۸]ص.: جدول، نمودار.
شابک	: ۵۰۰۰۰۰۰ ریال 978-622-6849-97-5
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: کتابنامه:ص. [۲۲۶]-[۲۲۸].
موضوع	: تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه
	Multiple criteria decisions making
	تصمیم‌گیری -- الگوهای ریاضی
	Decision making -- Mathematical models
	تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی) --
	Multiple criteria decision making -- Examinations, questions, etc. (Higher).
شناسه افزوده	: توکلی‌هرندی، محمدمهدی، ۱۳۶۷ -
رده بندی کنگره	: ۹۵/ت۵۷
رده بندی دیویی	: ۴۰۳/۶۵۸
شماره کتابشناسی ملی	: ۸۶۶۲۶۱۴
اطلاعات رکورد کتابشناسی	: فیپا

عنوان	: مباحثی در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه
نگارش	: هادی شیرویه‌زاد، محمد مهدی توکلی هرندی
ناشر	: انتشارات شواتیر
نوبت چاپ	: سوم
شمارگان	: ۱۰۰۰ جلد
قطع، شمارش صفحات	: وزیری، ۲۲۸ صفحه
بها	: ۲۴۰۰۰۰ ریال

تقدیم بہ:

کسانی کہ سر آغاز تولد من ہستند.

از یکی زاوہ میثوم و از دیگر سی جاودانہ.

پدری کہ سیدی را بر تختہ سیاہ زندگیم نگاشت

و

مادری کہ تار موی از او پای من سیاہ ماند.

پیش‌گفتار

یکی از اصلی‌ترین وظایف افراد و مدیران در زندگی کاری و روزمره تصمیم‌گیری می‌باشد. در سازمان‌ها معمولاً مدیران با تصمیم‌گیری‌های خود جهت‌گیری سازمان را مشخص می‌کنند و بر نتایج سازمان تاثیر می‌گذارند. تصمیم‌گیری فرآیند پیچیده‌ای است که شاخص‌های مختلفی در این فرآیند موثر می‌باشند. وجود معیارهای متعدد در تصمیم‌گیری، این فرآیند را پیچیده ساخته است و نیاز به روش‌های علمی در تصمیم‌گیری را اثبات می‌نمایند. در میان روش‌های تصمیم‌گیری، روش‌های کمی از اقبال و توجه بالاتری برخوردار هستند. این روش‌ها براساس یک الگوریتم مشخص، بر مبنای یک روند منطقی، فرآیند تصمیم‌گیری را تسهیل می‌نماید. معیارها و شاخص‌های موثر در تصمیم‌گیری معمولاً با یکدیگر در تناقض می‌باشند و دستیابی به یک شاخص، امکان داشتن شاخص دیگر را از بین می‌برد.

در این کتاب به بیان ساده و با مثال‌هایی نسبتاً کاربردی سعی شده است که روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره مرسوم و پر استفاده معرفی گردد. این کتاب در شش فصل تنظیم گردیده است. در فصل اول به بیان تعاریفی از تصمیم‌گیری و فرآیند آن و معرفی روش‌های مختلف تصمیم‌گیری پرداخته شده است. در فصل دوم نیز به بیان مفاهیم مقدماتی از تصمیم‌گیری چندمعیاره پرداخته شده است و مفاهیمی همچون ماتریس تصمیم‌گیری، مقایسه زوجی و روش‌های وزن‌دهی مورد اشاره قرار گرفته است. در فصل سوم روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه جبرانی معرفی شده و مثال‌هایی کاربردی نیز از هر کدام بیان شده است. فصل چهارم این کتاب، شامل مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه غیرجبرانی می‌شود که به توضیح این روش‌ها به همراه مثال‌هایی پرداخته شده است. در فصل پنجم مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی بیان شده و برای فهم بهتر آن، در ابتدای این فصل به توضیحاتی در ارتباط با منطق فازی پرداخته شده است. در فصل انتهایی این کتاب نیز مدل‌های تصمیم‌گیری چند هدفه بیان شده و روش‌های مختلف آن به همراه مثال‌هایی توضیح داده شده است.

در نگارش این کتاب به سادگی نگارش و سادگی بیان مطالب توجه زیادی شده است. این کتاب دارای این قابلیت می‌باشد که به عنوان یک منبع درسی برای دانشجویان مهندسی صنایع و مدیریت در درس تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه و روش‌های کمی در مدیریت استفاده شود. در ضمن این کتاب برای صاحبان صنایع و مدیران نیز جهت کمک به تصمیم‌گیری‌ها قابل استفاده می‌باشد.

امید است که این کتاب مورد تایید و استفاده‌ی خوانندگان قرار گیرد، نویسندگان امید دارند که ما را با انتقادات و پیشنهادات خود در کاهش ضعف‌ها و نقایص کتاب در چاپ‌های بعدی یاری نمایید. در پایان از کلیه‌ی دوستانی که ما را در تالیف این کتاب همراهی نمودند تشکر و قدردانی می‌نماییم.

هادی شیرویه‌زاد

محمد مهدی توکلی

تابستان ۱۴۰۰

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	فصل اول: تصمیم‌گیری
۱-۱-۱	مقدمه
۲-۱	مراحل تصمیم‌گیری
۳-۱	معیارهای تصمیم‌گیری
۴-۱	کاربرد تصمیم‌گیری چندمعیاره
۵-۱	تقسیم‌بندی روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره
۱-۵-۱	تصمیم‌گیری چندشاخصه
۲-۵-۱	تصمیم‌گیری چندهدفه
۶-۱	تصمیم‌گیری گروهی
۹	فصل دوم: مفاهیم مقدماتی تصمیم‌گیری چندمعیاره
۱-۲	مقدمه
۲-۲	مفاهیم کلی تصمیم‌گیری
۳-۲	انواع شاخص
۴-۲	تبدیل شاخص‌های کیفی به کمی
۵-۲	ماتریس تصمیم‌گیری
۶-۲	بی‌مقیاس‌سازی
۱-۶-۲	بی‌مقیاس‌سازی مستقیم
۲-۶-۲	بی‌مقیاس‌سازی خطی
۳-۶-۲	بی‌مقیاس‌سازی فازی
۴-۶-۲	بی‌مقیاس‌سازی نرم اقلیدسی
۷-۲	ماتریس مقایسات زوجی
۸-۲	روش‌های وزن‌دهی شاخص‌ها
۱-۸-۲	روش‌های وزن‌دهی کیفی
۲-۸-۲	روش‌های وزن‌دهی کمی
۴۳	تمرینات پایان فصل
۴۷	فصل سوم: مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه غیرجبرانی
۱-۳	مقدمه
۲-۳	روش تسلط
۳-۳	روش ماکسی مین
۴-۳	روش ماکسی ماکس
۵-۳	روش رضایت‌بخش شمول

۵۴	۳-۶- روش لکسیکوگراف
۵۵	۳-۷- روش حذف
۵۷	۳-۸- روش جایگشت
۶۱	تمرینات پایان فصل

فصل چهارم: مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه جبرانی

۶۵	۴-۱- مقدمه
۶۶	۴-۲- روش وزن‌دهی ساده
۶۸	۴-۳- روش شباهت به گزینه ایده‌آل
۷۳	۴-۴- روش الکترو
۸۰	۴-۵- روش برنامه‌ریزی توافقی
۸۴	۴-۶- روش ویکور
۹۱	۴-۷- روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی
۹۳	۴-۷-۱- سازگاری
۹۴	۴-۷-۲- سازگاری سلسله مراتب
۱۰۹	۴-۷-۳- فرآیند تحلیل سلسله مراتبی گروهی
۱۱۳	۴-۸- روش تخصیص خطی
۱۱۷	۴-۹- روش‌های تلفیق
۱۱۷	۴-۹-۱- روش میانگین رتبه‌ها
۱۱۸	۴-۹-۲- روش بردا
۱۱۸	۴-۹-۳- روش کپلند
۱۲۰	۴-۱۰- مثال کاربردی
۱۳۹	تمرینات پایان فصل

فصل پنجم: مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی

۱۴۷	۵-۱- مقدمه
۱۴۷	۵-۲- منطق فازی
۱۴۸	۵-۲-۱- مجموعه‌های فازی
۱۵۲	۵-۲-۲- عملگرهای فازی
۱۵۵	۵-۳- روش TOPSIS فازی
۱۶۶	۵-۴- روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی
۱۷۸	تمرینات پایان فصل

فصل ششم: مدل‌های تصمیم‌گیری چند هدفه

۱۸۳	۶-۱- مقدمه
۱۸۳	۶-۲- تعریف برخی از واژه‌های پرستفاده
۱۸۵	۶-۳- شکل کلی مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه
۱۸۶	۶-۴- روش‌های حل مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه
۱۸۶	۶-۴-۱- روش تبدیل اهداف به محدودیت

۱۸۷	۶-۴-۲- روش وزن‌دهی به اهداف
۱۹۰	۶-۴-۳- روش اولویت مطلق
۱۹۲	۶-۴-۴- روش معیار جامع
۱۹۳	۶-۴-۵- روش STEM
۱۹۶	۶-۴-۶- برنامه‌ریزی آرمانی
۲۰۸	تمرینات پایان فصل
۲۰۹	پیوست ۱. پرسشنامه تعهد سازمانی
۲۱۳	پیوست ۲. مثال کاربردی روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

تصمیم‌گیری

۱-۱- مقدمه

انسان‌ها در دوران مختلف زندگی خود با مسائل مختلفی روبرو هستند و برای غلبه بر این مسائل، بایستی به اتخاذ تصمیماتی در زمان و مکان مناسب بپردازند. معمولاً در همه‌ی زمینه‌ها، انسان نیاز به تصمیم‌گیری^۱ دارد و بایستی بتواند با شناخت شرایط و امکانات خود، به اتخاذ تصمیم مناسب بپردازد. به عنوان مثال، مدیران سازمان‌ها در شرایط متفاوت بایستی بتوانند، به اتخاذ تصمیمات مناسب پرداخته تا از ورود سازمان به بحران جلوگیری نمایند و یا این که در شرایط بحرانی بتوانند با اتخاذ تصمیماتی، سازمان را از بحران خارج کنند.

بسیاری از محققین، فرآیند ارزیابی وضعیت موجود، پیش‌بینی، جستجوی راه حل‌ها و بررسی نتایج آن‌ها و در نهایت انتخاب راه حل نهایی را تصمیم‌گیری می‌نامند، در صورتی که تمام مراحل این فرآیند کامل انجام گیرد، می‌توان به نتایج مطلوب دست پیدا کرد. بایستی توجه داشت که با توجه به اندازه و حساسیت مسأله، فرآیند تصمیم‌گیری نیز متفاوت می‌باشد. به عنوان مثال تصمیم‌گیری در ارتباط با حذف یارانه‌ها در کشور و یا تصمیم‌گیری در ارتباط با کاهش تورم دارای فرآیند طولانی مدت و پیچیده است در حالی که تصمیم‌گیری جهت خرید یک اتومبیل، از اندازه‌ی کوچک‌تر و حساسیت کمتر برخوردار است و فرآیند آن نیازمند زمان و اطلاعات کمتری می‌باشد.

در بسیاری از سازمان‌ها، اندازه‌ی تصمیماتی که هر فرد اتخاذ می‌نماید وابسته به میزان اختیارات وی نیز می‌باشد. به عنوان نمونه، میزان اهمیت و همچنین تأثیرگذاری تصمیمات مدیر یک سازمان بسیار بیشتر از یک کارگر در سازمان می‌باشد. تصمیمات مدیر می‌تواند علاوه بر سازمان بر زندگی کاری کارگران نیز تأثیرگذار باشد، در حالی که تصمیم یک کارگر، نهایتاً در حوزه کاری خود بوده و بر همان حوزه تأثیر می‌گذارد.

تصمیم‌گیران در هر حوزه کاری بایستی به عوامل متعددی توجه نمایند تا بتوانند یک تصمیم مناسب اتخاذ نمایند. از جمله عواملی که در بیشتر تصمیمات باید به آن‌ها توجه شود، عوامل عقلانی است که از آن جمله می‌توان به عواملی همچون سود، هزینه، زمان و نیروی کار مورد نیاز اشاره کرد. همچنین تصمیم‌گیرنده بایستی توجه کند که در تمام مراحل اتخاذ تصمیم، به عوامل محیطی و فرهنگی جامعه‌ای که در آن به اتخاذ تصمیم پرداخته می‌شود نیز توجه نماید. در صورت توجه به این عوامل، مقاومت در برابر تصمیمات کاهش می‌یابد و تصمیم راحت‌تر مورد پذیرش قرار می‌گیرد.

۱-۲- مراحل تصمیم‌گیری

معمولاً جهت اتخاذ یک تصمیم مناسب، مراحل زیر انجام می‌گیرد:

- (۱) **شناخت مسأله:** اولین مرحله در انجام هر فعالیتی، شناخت آن فعالیت می‌باشد. در تصمیم‌گیری نیز مسأله‌ای که در مورد آن تصمیم‌گیری می‌شود، شناخته شده و جزئیات آن نیز آشکار می‌شود تا در اتخاذ تصمیم به همه‌ی آن‌ها توجه گردد.
- (۲) **شناخت راه‌حل‌های موجود و تجزیه و تحلیل عواقب هر راه‌حل:** در این مرحله و پس از شناخت کامل مسأله، تمام راه‌حل‌های احتمالی که می‌توان برگزید شناسایی می‌گردد و میزان سود و هزینه‌ی هر راه‌حل نیز بررسی می‌شود. بدین منظور، تمام راه‌حل‌های موجود با هر کیفیتی را یادداشت کرده و پس از آن، به تحلیل هزینه-فایده و همچنین نتایج و عواقب آن پرداخت.
- (۳) **انتخاب یک راه‌حل:** در این مرحله با توجه به بررسی نتایج و عواقب هر یک از راه‌حل‌ها، به انتخاب یک راه‌حل پرداخته می‌شود و بر مبنای آن تصمیم‌گیری انجام می‌گیرد.
- (۴) **بررسی نتایج تصمیم‌گیری:** پس از انتخاب راه‌حل مناسب و اتخاذ تصمیم، نتایج تصمیم‌گیری بررسی می‌شود تا مشخص گردد که آیا تصمیم اتخاذ شده مناسب بوده است یا خیر.

۱-۳- معیارهای تصمیم گیری^۱

در انجام هر تصمیم یک سری شاخص وجود دارد و تصمیم گیری بر مبنای آن‌ها انجام می‌گیرد، به این شاخص‌ها، معیار گفته می‌شود که تصمیم گیرنده برای بالابردن قابلیت اطمینان تصمیمات خود در تصمیم گیری، آن‌ها را در نظر می‌گیرد. این معیارها اصولاً به عنوان سنجه‌هایی برای هدف مسأله در نظر گرفته می‌شوند و بوسیله‌ی آن‌ها، هدف اندازه‌گیری می‌شود. معیارهای اندازه‌گیری به دو دسته معیارهای کمی^۲ و کیفی^۳ تقسیم می‌شوند. معیارهای کمی، معیارهایی هستند که با اعداد و ارقام بیان می‌شوند و معیارهای کیفی، معیارهایی هستند که معمولاً با استفاده از عبارات زبانی^۴ اندازه‌گیری می‌شوند. در بسیاری از مسائل تصمیم گیری، هر دو نوع معیارهای کمی و کیفی وجود دارد.

۱-۴- کاربرد تصمیم گیری چندمعیاره^۵

انسان در زندگی روزمره خود نیازمند اتخاذ تصمیمات مختلفی می‌باشد که برای هر کدام از این تصمیمات، چندین معیار مختلف در نظر گرفته می‌شود و در صورتی که در اتخاذ تصمیم، به تمام این معیارها توجه نشود، نتیجه‌ی تصمیمات ممکن است صحیح نباشد. به عنوان مثال در صورتی که در خرید اتومبیل تنها به زیبایی توجه شود و یک اتومبیل خریداری شود، نمی‌توان این اطمینان را داشت که این تصمیم با نیازهای تصمیم گیرنده تطابق کامل داشته باشد.

امروزه با توجه به پیشرفت تکنولوژی و دسترسی آسان به اطلاعات، افراد به راحتی می‌توانند در مسائل و مشکلات خود، به اطلاعات دسترسی پیدا کنند و جهت اتخاذ تصمیمات، تمام مراحل ممکن را در نظر بگیرند و برخلاف گذشته، که بیشتر تصمیمات بر مبنای مهم‌ترین معیار تصمیم گیرنده انجام می‌گرفت، امروزه تصمیمات با معیارهای چندگانه انجام می‌گیرد و می‌توان بیان داشت که قابلیت اطمینان تصمیمات افزایش یافته است. علاوه بر این، پیچیدگی‌های محیط برنامه‌ریزی و همچنین حجم زیاد اطلاعات، مشکلات زیادی را برای تصمیم‌گیران بوجود آورده است و با توجه به این مسائل، تصمیم گیری تک‌بعدی و بر مبنای تک معیار، در حالت عمومی مورد قبول و دارای اعتبار نیست.

-
- 1- Decision Criteria
 - 2- Quantitative Criterion
 - 3- Qualitative Criterion
 - 4- Linguistic Variable
 - 5- Multi Criteria Decision Making (MCDM)

از طرف دیگر، تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه نیز به سادگی امکان‌پذیر نیست و در بسیاری از تصمیمات، معیارها با یکدیگر دارای تضاد می‌باشند و این امکان وجود دارد که توجه به یک معیار باعث بی‌توجهی معیارهای دیگر شود و در این صورت، تصمیم‌گیرنده جهت انتخاب گزینه‌ی مناسب دچار مشکل می‌شود. با توجه به این مشکلات، روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره ارائه شدند که می‌توانند با در نظر گرفتن همه‌ی معیارها، به انتخاب گزینه‌ی مناسب پردازند. مهم‌ترین مزایای روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره عبارتند از:

- ۱) امکان فرموله کردن مسأله و تجدید نظر کردن آن‌ها وجود دارد.
- ۲) معیارهای مختلف کمی و کیفی را در نظر می‌گیرد.
- ۳) گزینه‌های مختلف در انتخاب را در نظر می‌گیرد.
- ۴) تصمیم‌گیری به صورت گروهی امکان‌پذیر می‌باشد.

روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره به صورت گسترده در علوم مختلف و صنایع و همچنین بوسیله‌ی مدیران در بسیاری از امور مورد استفاده قرار گرفته است. برخی از کاربردهای روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره عبارتند از:

- انتخاب تأمین‌کننده و توزیع‌کننده
- انتخاب کارمند و واحد برتر
- استخدام کارمندان
- انتخاب استراتژی‌های سازمانی
- مکان‌یابی جهت احداث کارخانه و محل زندگی
- انتخاب پروژه مناسب
- انتخاب مواد اولیه
- انتخاب شغل
- انتخاب پیمانکاران پروژه

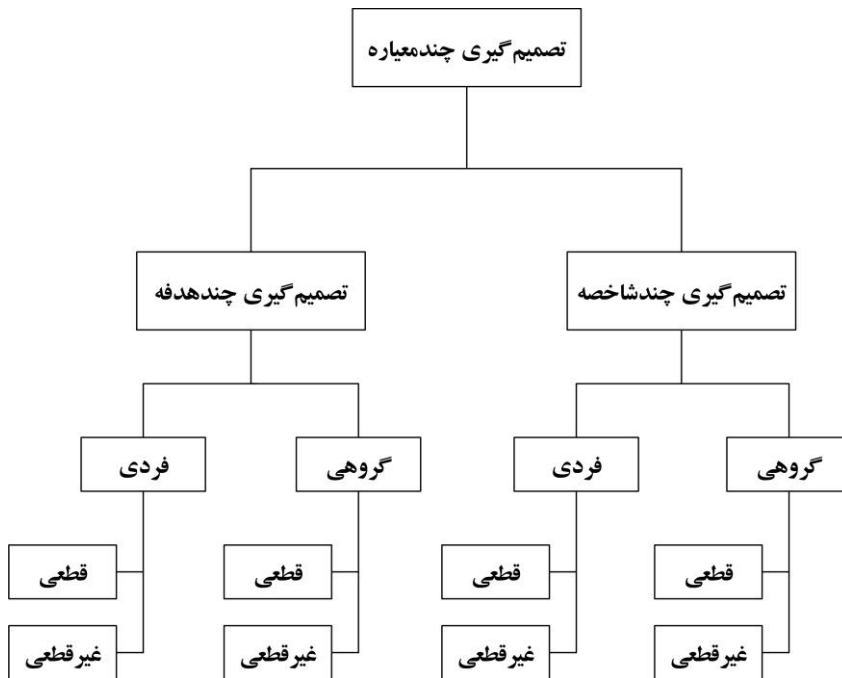
۱-۵- تقسیم‌بندی روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره

روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره بر مبنای این‌که دارای جواب‌های محدود و یا جواب‌های نامحدود باشند، یا این‌که بر مبنای اهداف متفاوت تصمیم‌گیری انجام گیرد، به دو دسته‌ی تصمیم‌گیری

چندشاخصه^۱ و تصمیم گیری چندهدفه^۲ تقسیم می‌شوند. در تصمیم گیری چندشاخصه، تصمیم گیرنده چندین شاخص مختلف را در نظر می‌گیرد و بر مبنای آن‌ها، چندین گزینه را رتبه‌بندی و در نهایت گزینه‌ای را انتخاب می‌نماید. جهت مثال‌هایی برای تصمیم گیری چند شاخصه، می‌توان به انتخاب تامین کننده، انتخاب محل زندگی، انتخاب کارمند نمونه و غیره اشاره کرد.

در برخی از روش‌های تصمیم گیری، تصمیم گیرنده بر مبنای چندین هدف مختلف به اتخاذ تصمیم می‌پردازد و با در نظر گرفتن اهداف چندگانه، تصمیمات خود را اجرا می‌نماید. به عنوان مثال در یک سیستم تولیدی، تصمیم گیرنده به دنبال تعیین میزان تولید براساس کمینه کردن نیروی کار، زمان تولید و مواد مصرفی و از طرف دیگر، افزایش کیفیت و سود می‌باشد. در این دسته از روش‌های تصمیم گیری معمولاً منطقه جواب نامحدود می‌باشد.

به طور کلی، مسائل تصمیم گیری چندمعیاره به صورت شکل ۱-۱ تقسیم‌بندی می‌شوند:



شکل ۱-۱: تقسیم‌بندی تصمیم‌گیری چندمعیاره

1- Multi Attribute Decision Making (MADM)

2- Multi Objective Decision Making (MODM)

۱-۵-۱- تصمیم‌گیری چندشاخصه

در صورتی که مجموعه جواب‌های مسأله قابل شمارش^۱ باشند و بر مبنای چندین شاخص به آن‌ها پرداخته شود، تصمیم‌گیری چندشاخصه گفته می‌شود. به عنوان مثال در انتخاب کارمند نمونه، کارمندان یک سازمان به عنوان گزینه‌ها در نظر گرفته می‌شوند و معیارهایی همچون تعهد، تخصص، کارکرد و غیره به عنوان شاخص‌های ارزیابی انتخاب می‌شوند. این شاخص‌ها می‌تواند کمی یا کیفی و یا ترکیبی از هر دو باشد. روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه در قالب دو دسته‌ی روش‌های جبرانی^۲ و غیرجبرانی^۳ تقسیم‌بندی می‌شوند.

در مسائلی که قوت یک شاخص می‌تواند نقاط ضعف شاخص‌های دیگر را بپوشاند و در واقع امتیاز کل شاخص‌ها مد نظر است از روش‌های جبرانی استفاده می‌شود. در حالی که از روش‌های غیر جبرانی در مسائلی استفاده می‌شود که هر شاخص به صورت مستقل در تصمیم‌گیری مؤثر است و هر کدام از شاخص‌ها به تنهایی در انتخاب مهم هستند. به بیان دیگر در این روش‌ها مبادله^۴ بین شاخص‌ها امکان‌پذیر نیست و نقطه ضعف در یک شاخص توسط مزیت در شاخص دیگر جبران نمی‌شود. به طور کلی، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه به صورت شکل ۱-۲ تقسیم‌بندی می‌شوند.

۱-۵-۲- تصمیم‌گیری چندهدفه

در صورتی که مجموعه جواب‌های مسأله، غیر قابل شمارش^۵ باشد و بر مبنای چندین هدف مختلف، به ارزیابی پرداخته شود، تصمیم‌گیری چندهدفه گفته می‌شود. به عنوان مثال تعیین سطح بهینه-ی تولید یک شرکت تولیدی به گونه‌ای که محدودیت تولید، محدودیت تقاضا، قیمت تمام شده و غیره در نظر گرفته شود، یک مسأله تصمیم‌گیری چندهدفه می‌باشد.

در مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه، چندین هدف به طور همزمان در نظر گرفته می‌شود. در بسیاری از موارد، اهداف در نظر گرفته شده در تضاد با یکدیگر می‌باشند. به عنوان مثال در یک مسأله، تصمیم‌گیرنده به دنبال افزایش تولید و از طرف دیگر به دنبال کاهش ساعات کار و در نتیجه کاهش دستمزد نیز می‌باشد، که این اهداف با یکدیگر در تضاد می‌باشند.

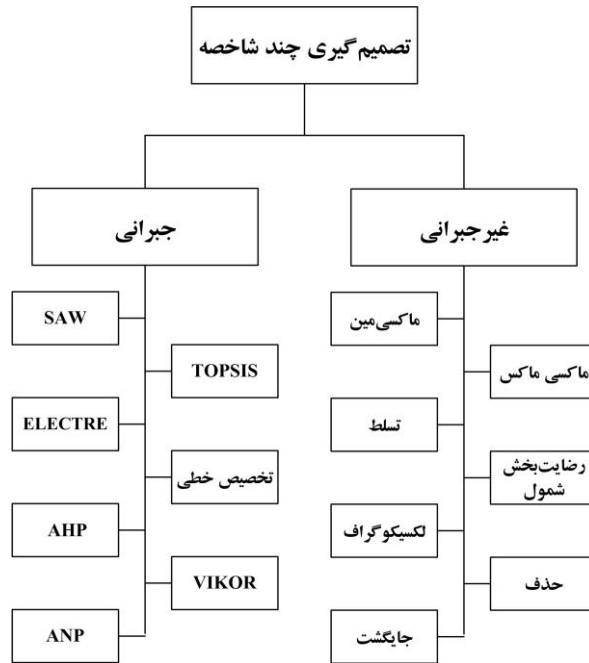
1- Countable

2- Compensatory Method

3- Non-Compensatory Method

4- Trade-off

5- Non-Countable



شکل ۱-۲: تقسیم‌بندی تصمیم‌گیری چندشاخصه

۱-۶- تصمیم‌گیری گروهی^۱

امروزه با پیشرفت امکانات و تجهیزات، پیچیدگی مسائل بیشتر شده و به همان نسبت مشکلات نیز افزایش یافته و مدیریت آن‌ها مشکل‌تر شده است و به‌طور طبیعی در سازمان‌ها، یک نفر نمی‌تواند مدیریت و تصمیم‌گیری را به تنهایی برعهده بگیرد و آن را خوب انجام دهد. تصمیم‌گیری تک نفره باعث می‌شود تا فرد تصمیم‌گیرنده، گرایش‌ها و نظرات خاص و پیش‌داوری‌های خود را در تصمیم‌گیری‌ها دخالت دهد. به همین دلیل، تصمیم‌گیری گروهی با همکاری و هم‌فکری مجموعه‌ای از متخصصان و خبرگان سعی می‌کند بهترین تصمیم را اتخاذ نماید که منطبق بر نظم و منطق باشد. بایستی توجه داشت که با استفاده از تصمیم‌گیری گروهی، خطاها کاهش می‌یابد و نتایج بهتری بدست می‌آید. هرچند که در بسیاری از موارد تصمیم‌گیری گروهی مؤثرتر می‌باشد اما بایستی به این نکته نیز توجه داشت که بسیاری از تصمیمات ماهیتاً فردی می‌باشند و نمی‌توان به‌صورت گروهی تصمیم‌گیری کرد و در مقابل برخی از تصمیمات نیز ماهیتاً بایستی به‌صورت گروهی اتخاذ شوند.

با توجه به اهمیت تصمیم‌گیری گروهی، بیشتر سازمان‌ها علاوه بر معرفی مدیر سازمان، هیئت مدیره را نیز مشخص می‌نمایند تا از طریق هم‌فکری با یکدیگر بتوانند تصمیمات بهتری را اخذ کرده و به نتایج بهتری برسند. برخی از مزایای تصمیم‌گیری گروهی عبارتند از:

(۱) **کیفیت برتر تصمیمات گروهی نسبت به تصمیمات فردی**: در تصمیمات گروهی به دلیل این-که از دانش، تخصص و اطلاعات مجموعه‌ای از افراد استفاده می‌شود، در نتیجه کیفیت تصمیمات بالاتر می‌باشد و امکان خطای تصمیمات کمتر می‌شود.

(۲) **ارائه راه و روش‌های بیشتر و مختلف**: همان‌طور که در مراحل تصمیم‌گیری بیان شد یکی از مهم‌ترین مراحل تصمیم‌گیری، شناخت راه‌حل‌های ممکن می‌باشد. در تصمیم‌گیری گروهی، با توجه به استفاده از نظر مجموعه‌ای از خبرگان و متخصصین، امکان شناخت راه‌حل‌های بیشتری وجود دارد و می‌توان در نتیجه به راه‌حل بهینه دست پیدا کرد.

(۳) **شناخت راه‌حل‌های ابتکاری**: از تبادل نظر بین اعضای گروه و حتی اختلاف نظر بین آن‌ها می‌توان به صورت سازنده استفاده کرد و به راه‌حل‌های ابتکاری دست پیدا کرد.

(۴) **پذیرش راحت‌تر تصمیمات**: مشارکت اعضای گروه در تصمیم‌گیری‌ها باعث می‌شود تا تصمیمات اتخاذ شده راحت‌تر مورد پذیرش قرار گیرد و موضع‌گیری در برابر آن کاهش می‌یابد.

همان‌گونه که بیان شد تصمیم‌گیری گروهی دارای معایبی نیز می‌باشد که به‌عنوان نمونه به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود:

(۱) معمولاً افراد در جمع، نظرات خود را کامل بیان نمی‌کنند. در این‌گونه جلسات معمولاً نظرات انتقادی نسبت به گروه کمتر بیان می‌شود.

(۲) در جلساتی که به تصمیم‌گیری گروهی می‌انجامد، معمولاً اولین راه‌حلی که مورد قبول جمع می‌باشد انتخاب می‌شود و از بررسی سایر راه‌حل‌ها پرهیز می‌شود.

(۳) افرادی که دارای اعتبار بالاتری در سازمان می‌باشند، می‌توانند بیشتر از سهم خود در تصمیمات تأثیرگذار باشند.

(۴) تصمیم‌گیری گروهی اصولاً زمان‌بر می‌باشد.

مفاهیم مقدماتی

تصمیم‌گیری چندمعیاره



۲-۱- مقدمه

در این فصل به بررسی موضوعات کلی تصمیم‌گیری چندمعیاره پرداخته می‌شود. در سالیان اخیر بیشتر محققین برای مسائل تصمیم‌گیری به مدل‌های مختلف *MCDM* توجه کرده‌اند. اصولاً در تصمیم‌گیری‌ها، چندین شاخص مختلف در نظر گرفته می‌شود که معمولاً در تضاد با یکدیگر می‌باشند. مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره، در علوم و حوزه‌های مختلفی کاربرد دارد و در تصمیماتی که بر مبنای شاخص‌های متفاوت انجام می‌گیرد استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال در زندگی شخصی برای خرید تلفن همراه، افراد دارای معیارهای متفاوتی همچون وزن، زیبایی، قیمت، کیفیت و غیره می‌باشند که برخی از این معیارها کمی و برخی کیفی می‌باشند.

در علوم مدیریتی نیز به‌عنوان نمونه برای انتخاب مدیر و کارمند نمونه می‌توان از این مدل‌ها استفاده کرد و با استفاده از شاخص‌هایی همچون شخصیت، کیفیت کار، بهره‌وری و غیره به انتخاب پرداخت. همچنین در علوم نظامی به‌عنوان مثال برای تصمیم‌گیری در ارتباط با راکت‌اندازها، معیارهایی همچون دقت، سرعت و مواد اولیه در نظر گرفته می‌شود. در مسائل تولیدی نیز برای انتخاب ماشین‌آلات به شاخص‌هایی همچون دقت، قیمت، ظرفیت و غیره توجه می‌شود و یا در انتخاب تأمین‌کننده، عواملی همچون کیفیت مواد، نزدیکی به سازمان، قیمت، زمان و غیره در نظر گرفته می‌شود. در این‌گونه مسائل می‌توان از مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره استفاده کرد.

در این فصل ابتدا مفاهیم کلی مورد استفاده در تصمیم‌گیری چندمعیاره تعریف می‌شود، سپس روش‌های کمی‌سازی شاخص‌های کیفی بیان می‌شود و در ادامه روش‌های بی‌مقیاس‌سازی و وزن‌دهی شاخص‌ها توضیح داده می‌شود و سپس به بیان مقدمات تصمیم‌گیری با این مدل‌ها پرداخته خواهد شد.

۲-۲- مفاهیم کلی تصمیم‌گیری

برخی از واژه‌ها در کلیه مسائل تصمیم‌گیری مشترک می‌باشد که در این بخش به معرفی آن‌ها پرداخته خواهد شد:

(۱) هدف^۱

هر مسأله تصمیم‌گیری دارای هدف خاصی می‌باشد و فرد تصمیم‌گیرنده به دنبال دست‌یابی به آن هدف می‌باشد. هدف برخی از مسائل، اولویت‌بندی گزینه‌ها می‌باشد، از این دسته اهداف می‌توان به اولویت‌بندی تأمین‌کنندگان یک سازمان و یا اولویت‌بندی بازیکنان والیبال در لیگ جهانی اشاره کرد. در برخی دیگر از مسائل تصمیم‌گیری، انتخاب گزینه مناسب هدف می‌باشد که از آن جمله می‌توان به انتخاب تأمین‌کننده مناسب برای سازمان تولیدی و یا انتخاب تلفن همراه مناسب اشاره کرد.

(۲) شاخص‌ها

در هر تصمیم‌گیری که انجام می‌گیرد فرد یا افراد تصمیم‌گیرنده یک سری شاخص را در نظر می‌گیرند و بر مبنای آن به ارزیابی گزینه‌ها می‌پردازند. اصولاً مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره دارای چندین شاخص ارزیابی می‌باشند که بر مبنای آن تصمیم‌گیری انجام می‌شود. تعداد شاخص‌های ارزیابی در هر یک از مسائل تصمیم‌گیری به نوع مسأله و حساسیت تصمیم‌گیرنده در انتخاب بستگی دارد. به‌عنوان مثال در تصمیم‌گیری برای خرید تلفن همراه به شاخص‌هایی همچون قیمت، وزن، زیبایی، امکانات، کیفیت و غیره توجه می‌شود. اما در تصمیم‌گیری برای احداث یک پالایشگاه نفت به تعداد زیادی شاخص جهت ارزیابی مکان‌های مختلف و انتخاب مکان موردنظر نیاز است و امکان دارد بیش از ۱۰۰ شاخص مختلف در نظر گرفته شود که در تضاد با یکدیگر نیز می‌باشند و برخی از آن‌ها کمی و برخی کیفی هستند.

۳) گزینه‌ها^۱

در هر مسأله تصمیم‌گیری، هدف انتخاب گزینه مناسب و یا اولویت‌بندی گزینه‌ها می‌باشد. تعداد گزینه‌ها نیز در هر مسأله بستگی به نوع مسأله دارد و ممکن است در یک مسأله همچون انتخاب مدیر نمونه در سازمان، گزینه‌ها تنها محدود به مدیران همان سازمان باشند اما در خرید یک اتومبیل مناسب، فرد خریدار گزینه‌های متعددی را پیش‌رو دارد.

۴) واحدهای بی‌مقیاس^۲

در مسائل تصمیم‌گیری، بسیاری از مواقع مقادیر شاخص‌های ارزیابی دارای مقیاس‌های مختلفی می‌باشند. لذا جهت انجام محاسبات به درستی از بی‌مقیاس‌سازی شاخص‌های ارزیابی استفاده می‌شود تا اهمیت نسبی داده‌ها حفظ شود. به‌عنوان نمونه، در تصمیم‌گیری برای انتخاب تلفن همراه شاخص‌هایی همچون قیمت و وزن در نظر گرفته می‌شود که دارای مقیاس‌های متفاوتی می‌باشد و برای تصمیم‌گیری با استفاده از روش‌های علمی مناسب، معمولاً شاخص‌های ارزیابی بی‌مقیاس می‌شود.

۵) وزن شاخص‌ها^۳

در تمام مسائل تصمیم‌گیری میزان اهمیت شاخص‌های ارزیابی برای تصمیم‌گیرندگان متفاوت است و حتی اهمیت شاخص‌ها در مسائل مختلف نیز می‌تواند متفاوت باشد. بدین صورت که برخی از شاخص‌ها اهمیت بیشتری برای تصمیم‌گیرندگان دارند. لذا جهت اتخاذ تصمیم بایستی وزن هر یک از شاخص‌ها مشخص شود تا تصمیم بهتری اتخاذ گردد و نتایج بهتری را به دنبال داشته باشد.

۲-۳- انواع شاخص

شاخص‌هایی که در مسائل تصمیم‌گیری بکار می‌رود را می‌توان به دو دسته شاخص‌های کمی و کیفی تقسیم کرد. شاخص‌های کمی، شاخص‌هایی هستند که با اعداد و ارقام قابل سنجش هستند و شاخص‌های کیفی شاخص‌هایی هستند که با اعداد قابل سنجش نیستند و اصولاً بر مبنای متغیرهای زبانی مشخص می‌شوند. به‌عنوان مثال در تصمیم‌گیری برای انتخاب تلفن همراه، شاخص‌هایی همچون وزن و قیمت به‌عنوان شاخص‌های کمی به حساب می‌آیند در حالی که شاخصی همچون زیبایی

1- Alternatives
2- Normalization
3- Criteria Weight

به‌عنوان شاخص کیفی شمرده می‌شوند. همچنین در انتخاب تأمین‌کنندگان یک سازمان تولیدی، عواملی همچون قیمت و زمان، شاخص‌های کمی هستند در حالی که شاخص کیفیت بسته‌بندی و سطح تخصص کارکنان تأمین‌کنندگان، از عوامل کیفی می‌باشد.

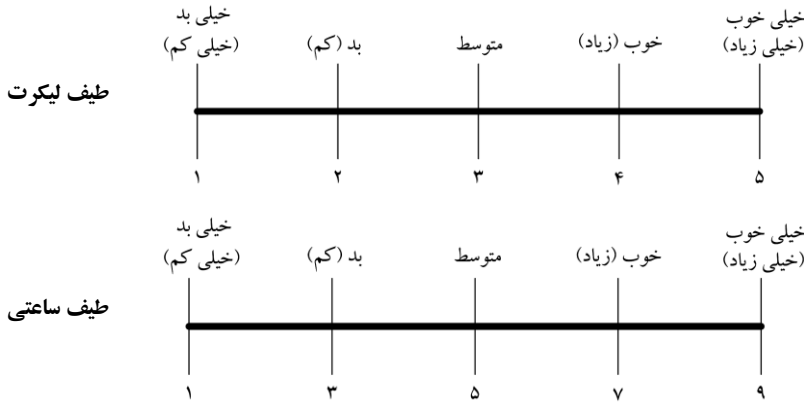
در تقسیم‌بندی دیگری که از شاخص‌های ارزیابی انجام می‌گیرد شاخص‌ها به دو دسته شاخص مثبت^۱ و شاخص منفی^۲ تقسیم می‌شوند. شاخص‌های مثبت، شاخص‌هایی هستند که هر چه مقدار این شاخص‌ها در ارزیابی یک گزینه بیشتر باشد بیان‌کننده‌ی آن است که گزینه مورد ارزیابی در سطح بالاتری از این شاخص می‌باشد. در حالی که شاخص‌های منفی، شاخص‌هایی هستند که هر چه مقدار این شاخص‌ها در ارزیابی یک گزینه کمتر باشد بیان‌کننده‌ی آن است که گزینه مورد ارزیابی در سطح بالاتری از این شاخص می‌باشد. به‌عنوان مثال در تصمیم‌گیری برای خرید تلفن همراه، وزن و قیمت از شاخص‌های منفی می‌باشند، زیرا هر چه وزن و قیمت یک تلفن کمتر باشد نسبت به تلفن‌های سنگین‌تر و گران‌تر برتری دارد و یا دو شاخص زیبایی و آنتن‌دهی شاخص‌های مثبت می‌باشند، زیرا هر چه زیبایی و آنتن‌دهی یک تلفن همراه بیشتر باشد بهتر است. همچنین در تصمیم‌گیری برای اولویت‌بندی شعب یک بانک، شاخص کیفیت خدمات یک شاخص مثبت است زیرا هر چه کیفیت خدمات ارائه شده توسط یک شعبه به مشتری بیشتر باشد، آن شعبه در سطح بهتری قرار دارد.

۲-۴- تبدیل شاخص‌های کیفی به کمی

شاخص‌های کیفی معمولاً با استفاده از متغیرهای زبانی مورد سنجش قرار می‌گیرند. به همین دلیل در اکثر روش‌های تصمیم‌گیری بایستی شاخص‌های کیفی به شاخص‌های کمی تبدیل شوند. بدین منظور از روش‌های علمی متعددی استفاده می‌گردد. چک‌لیست‌ها و پرسش‌نامه‌های استاندارد و یا محقق‌ساخته روش مرسوم جهت تبدیل مفاهیم کیفی به کمی می‌باشد که در پیوست (۱) به یک نمونه پرسشنامه جهت سنجش تعهد سازمانی اشاره شده است. ساده‌ترین و پر استفاده‌ترین روش برای تبدیل شاخص‌های کیفی به کمی، استفاده از طیف ساعتی^۳ و طیف لیکرت^۴ می‌باشد. برای تبدیل شاخص‌های کیفی به کمی، در صورتی که شاخص‌ها مثبت باشند، به‌صورت شکل ۲-۱ عمل می‌شود:

-
- 1- Positive Criteria
 - 2- Negative Criteria
 - 3- Saaty
 - 4- Likert

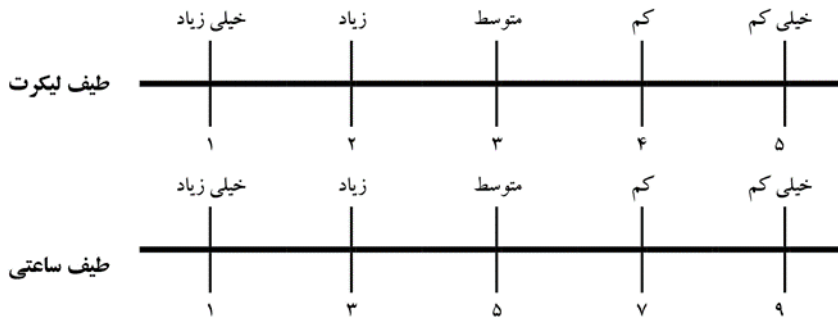
شاخص‌های مثبت



شکل ۱-۲: نحوه تبدیل مقادیر کیفی به کمی در شاخص‌های مثبت

برای شاخص‌های منفی نیز، جهت تبدیل شاخص‌های کیفی به کمی، به صورت شکل ۲-۲ عمل می‌شود:

شاخص‌های منفی



شکل ۲-۲: نحوه تبدیل مقادیر کیفی به کمی در شاخص‌های منفی

تذکره ۱: شاخص‌های منفی که با طیف ساعتی یا لیکرت کمی می‌شوند به شاخص مثبت کمی تبدیل می‌شوند.

تذکره ۲: در کمی کردن شاخص‌ها با استفاده از طیف ساعتی می‌توان از اعداد زوج نیز استفاده نمود.

۵-۲- ماتریس تصمیم‌گیری^۱

در همه‌ی مدل‌های $MADM$ ، تصمیم‌گیری بر مبنای مقادیر هر یک از شاخص‌ها در هر گزینه انجام می‌گیرد. ماتریس تصمیم‌گیری یک ماتریس با m سطر و n ستون می‌باشد. در این صورت، مسأله دارای n شاخص ارزیابی و m گزینه می‌باشد که در جدول ۱-۲ نیز نشان داده شده است.

جدول ۱-۲: ماتریس تصمیم‌گیری

C_n	C_{n-1}	C_r	C_1	شاخص‌ها گزینه‌ها
a_{1n}	$a_{1(n-1)}$	a_{1r}	a_{11}	A_1
a_{2n}	$a_{2(n-1)}$	a_{2r}	a_{21}	A_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$a_{(m-1)n}$	$a_{(m-1)(n-1)}$	$a_{(m-1)r}$	$a_{(m-1)1}$	A_{m-1}
a_{mn}	$a_{m(n-1)}$	a_{m2}	a_{m1}	A_m

در ماتریس تصمیم‌گیری مقدار a_{rr} برابر مقدار شاخص سوم در گزینه دوم می‌باشد. به‌عنوان مثال در تصمیم‌گیری برای خرید تلفن همراه، ماتریس تصمیم‌گیری به‌صورت جدول ۲-۲ است:

جدول ۲-۲: ماتریس تصمیم‌گیری جهت خرید تلفن همراه

وزن (گرم)	امکانات	زیبایی	قیمت (تومان)	شاخص‌ها گزینه‌ها
-	+	+	-	
۱۰۰	متوسط	بد	۱۵۰۰۰۰	A_1
۱۲۰	بد	خوب	۲۲۰۰۰۰	A_2
۷۵	خوب	خیلی بد	۳۸۰۰۰۰	A_3

۲-۶- بی‌مقیاس‌سازی

شاخص‌های مختلف در یک مسأله‌ی تصمیم‌گیری دارای واحدها و مقیاس‌های اندازه‌گیری مختلف می‌باشند. به همین دلیل در بیشتر مدل‌های *MADM* بایستی تمام مقادیر شاخص‌های ارزیابی را بی‌مقیاس کرد. برای این منظور روش‌های مختلفی مطرح شده است که چهار روش آن در زیر بیان می‌شود:

۲-۶-۱- بی‌مقیاس‌سازی مستقیم

در این روش برای بی‌مقیاس کردن شاخص‌های مثبت و منفی، در ابتدا همه‌ی شاخص‌ها کمی می‌شوند و در ادامه از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}} \quad \text{شاخص مثبت:}$$

$$n_{ij} = \frac{\frac{1}{a_{ij}}}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{a_{ij}}} \quad \text{شاخص منفی:}$$

تذکره: شاخص‌های منفی در صورتی که با رابطه‌ی دوم بی‌مقیاس شوند در ادامه‌ی محاسبات به‌عنوان شاخص مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

مثال ۲-۱: ماتریس تصمیم‌گیری برای خرید خودرو به‌صورت جدول ۲-۳ است.

جدول ۲-۳: ماتریس تصمیم‌گیری خرید خودرو

شاخص‌ها گزینه‌ها	قیمت (-)	زیبایی (+)	امکانات (+)	شتاب (+)
A_1	۱۵۰۰۰۰	متوسط	بد	۱۰۰
A_2	۳۰۰۰۰۰	بد	متوسط	۱۲۰
A_3	۶۰۰۰۰۰	خوب	خیلی خوب	۷۵

ماتریس فوق را به روش مستقیم بی‌مقیاس کنید.

در ابتدا شاخص‌های کیفی به شاخص‌های کمی تبدیل می‌گردد. بدین منظور از طیف لیکرت استفاده می‌شود که در جدول ۲-۴ مشخص می‌باشد.

جدول ۲-۴: ماتریس تصمیم‌گیری خرید خودرو با داده‌های کمی

شتاب (+)	امکانات (+)	زیبایی (+)	قیمت (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۱۰۰	۲	۳	۱۵۰۰۰۰	A_1
۱۲۰	۳	۲	۳۰۰۰۰۰	A_2
۷۵	۵	۴	۶۰۰۰۰۰	A_3

در ادامه، با استفاده از روش مستقیم، ماتریس تصمیم‌گیری مقیاس‌یافته می‌شود. جهت انجام این کار سه شاخص شتاب، امکانات و زیبایی به‌عنوان شاخص مثبت در نظر گرفته می‌شوند و شاخص قیمت به‌عنوان شاخص منفی به حساب می‌آید. ماتریس تصمیم‌گیری و مجموع ستون‌ها در جدول ۲-۵ نشان داده شده است:

جدول ۲-۵: ماتریس تصمیم‌گیری و مجموع ستونی

شتاب (+)	امکانات (+)	زیبایی (+)	قیمت (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۱۰۰	۲	۳	۱۵۰۰۰۰	A_1
۱۲۰	۳	۲	۳۰۰۰۰۰	A_2
۷۵	۵	۴	۶۰۰۰۰۰	A_3
۲۹۵	۱۰	۹	۱۰۵۰۰۰۰	مجموع

در نهایت ماتریس تصمیم‌گیری مقیاس‌یافته در جدول ۲-۶ نشان داده شده است.

جدول ۲-۶: ماتریس تصمیم‌گیری مقیاس‌یافته

شتاب (+)	امکانات (+)	زیبایی (+)	قیمت (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۰/۳۳۹	۰/۲۰۰	۰/۳۳۳	۰/۱۴۳	A_1
۰/۴۰۷	۰/۳۰۰	۰/۲۲۲	۰/۲۸۶	A_2
۰/۲۵۴	۰/۵۰۰	۰/۴۴۴	۰/۵۷۱	A_3

با توجه به این که همه‌ی شاخص‌ها با استفاده از رابطه‌ی اول بی‌مقیاس شده است بنابراین ماهیت شاخص‌ها تغییری نکرده است و شاخص قیمت همچنان منفی می‌باشد.

۲-۶-۲- بی مقیاس‌سازی خطی

در این روش جهت بی مقیاس‌سازی مقادیر شاخص‌ها از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max_i a_{ij}} \quad \text{شاخص مثبت:}$$

$$n_{ij} = \frac{\min_i a_{ij}}{a_{ij}} \quad \text{شاخص منفی:}$$

تذکره: شاخص‌های منفی در صورتی که با رابطه‌ی دوم بی مقیاس شوند در ادامه‌ی محاسبات به‌عنوان شاخص مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

از مهم‌ترین ویژگی‌های این روش در این است که در ماتریس بی‌مقیاس شده، در هر ستون حداقل یک عدد ۱ وجود دارد و همچنین برای تبدیل شاخص‌های منفی به مثبت میزان محاسبات کمتری نیاز می‌باشد.

مثال ۲-۲: ماتریس تصمیم‌گیری مثال ۱-۲ را به روش خطی بی‌مقیاس کنید:

در ابتدا شاخص‌های کیفی به شاخص‌های کمی تبدیل می‌گردد. بدین منظور از طیف لیکرت استفاده می‌شود. ماتریس تصمیم‌گیری کمی به‌صورت جدول ۲-۴ می‌باشد.

در ادامه با استفاده از روش خطی بی‌مقیاس می‌شود. بدین منظور، برای شاخص‌های مثبت، مقدار حداکثر و برای شاخص‌های منفی مقدار حداقل به‌دست می‌آید و در نهایت ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس شده به‌صورت جدول ۲-۷ تشکیل می‌شود.

جدول ۲-۷: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس به روش خطی

شاخص‌ها گزینه‌ها	قیمت (+)	زیبایی (+)	امکانات (+)	شتاب (+)
A_1	۱	۰/۷۵۰	۰/۴۰۰	۰/۸۳۳
A_2	۰/۵۰۰	۰/۵۰۰	۰/۶۰۰	۱
A_3	۰/۲۵۰	۱	۱	۰/۶۲۵

با توجه به محاسبات بی‌مقیاس‌سازی، کلیه‌ی شاخص‌های ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس به‌صورت مثبت می‌باشد.

۲-۶-۳- بی‌مقیاس‌سازی فازی^۱

در این روش جهت بی‌مقیاس‌سازی مقادیر شاخص‌ها از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij} - \min_i a_{ij}}{\max_i a_{ij} - \min_i a_{ij}} \quad \text{شاخص مثبت:}$$

$$n_{ij} = \frac{\max_i a_{ij} - a_{ij}}{\max_i a_{ij} - \min_i a_{ij}} \quad \text{شاخص منفی:}$$

تذکره: شاخص‌های منفی در صورتی که با رابطه‌ی دوم بی‌مقیاس شوند در ادامه‌ی محاسبات به‌عنوان شاخص مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

۲-۶-۴- بی‌مقیاس‌سازی نرم^۲ اقلیدسی

در این روش برای بی‌مقیاس‌سازی مقادیر شاخص‌ها از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_{ij}^2}} \quad \text{شاخص مثبت:}$$

$$n_{ij} = \frac{\frac{1}{a_{ij}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{1}{a_{ij}}\right)^2}} \quad \text{شاخص منفی:}$$

تذکره: شاخص‌های منفی در صورتی که با رابطه‌ی دوم بی‌مقیاس شوند در ادامه‌ی محاسبات به‌عنوان شاخص مثبت در نظر گرفته می‌شوند.

مثال ۲-۳: یک فروشگاه زنجیره‌ای جهت انتخاب بهترین فروشنده‌ی خود سه شاخص را در نظر گرفت و طی یک دوره شش ماهه به ارزیابی فروشنده‌گان خود بوسیله‌ی نظرخواهی از مشتریان و آمار بخش فروش پرداخت. در نهایت ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب فروشنده نمونه به‌صورت جدول ۲-۸ تشکیل شده است.

1- Fuzzy Normalization
2- Norm Normalization

جدول ۲-۸: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب بهترین فروشنده

میزان فروش (+)	شخصیت و طریقه برخورد (+)	تعداد اشتباهات (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۱۰۰	متوسط	۱۵	A_1
۱۲۰	بد	۳۰	A_2
۷۵	خوب	۶۰	A_3

ماتریس فوق را به روش نرم اقلیدسی بی‌مقیاس کنید:

در ابتدا، شاخص‌های کیفی به شاخص‌های کمی تبدیل می‌گردد. بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می‌شود که در جدول ۲-۹ نشان داده شده است:

جدول ۲-۹: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب بهترین فروشنده با داده‌های کمی

میزان فروش (+)	شخصیت و طریقه برخورد (+)	تعداد اشتباهات (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۱۰۰	۵	۱۵	A_1
۱۲۰	۳	۳۰	A_2
۷۵	۷	۶۰	A_3

قدم دوم: بی‌مقیاس‌سازی با استفاده از روش نرم اقلیدسی

در این مرحله ماتریس تشکیل شده در مرحله‌ی قبل، با استفاده از رابطه‌ی بی‌مقیاس‌سازی نرم اقلیدسی بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۲-۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۲-۱۰: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب بهترین فروشنده و شاخص نرم

میزان فروش (+)	شخصیت و طریقه برخورد (+)	تعداد اشتباهات (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۱۰۰	۵	۱۵	A_1
۱۲۰	۳	۳۰	A_2
۷۵	۷	۶۰	A_3
۳۰۰۲۵	۸۳	۴۷۲۵	$\sum a_{ij}^*$

در نهایت ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس شده به صورت جدول ۲-۱۱ تشکیل می‌شود:

جدول ۲-۱۱: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری جهت انتخاب بهترین فروشنده

میزان فروش (+)	شخصیت و طریقه برخورد (+)	تعداد اشتباهات (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۰/۵۷۷	۰/۵۴۹	۰/۲۱۸	A_1
۰/۶۹۲	۰/۳۲۹	۰/۴۳۶	A_2
۰/۴۳۳	۰/۷۶۸	۰/۸۷۳	A_3

مثال ۲-۴: ماتریس تصمیم‌گیری ۲-۱۲ که مربوط به خرید تلفن همراه می‌باشد را به چهار روش مستقیم، خطی، فازی و نرم اقلیدسی بی‌مقیاس نمایید.

جدول ۲-۱۲: ماتریس تصمیم‌گیری خرید تلفن همراه

خطدهی (+)	قیمت (-)	وزن (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
خوب	۹۰۰۰۰۰	۲۰۰	A
خیلی خوب	۱۲۵۰۰۰۰	۱۶۰	B
خوب	۸۷۰۰۰۰	۱۰۰	C
متوسط	۸۰۰۰۰۰	۲۷۰	D

حل: در ابتدا ماتریس ۲-۱۲ با استفاده از طیف ساعتی کمی می‌شود که به صورت جدول ۲-۱۳ می‌باشد.

جدول ۲-۱۳: ماتریس تصمیم‌گیری کمی شده خرید تلفن همراه

خطدهی (+)	قیمت (-)	وزن (-)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۷	۹۰۰۰۰۰	۲۰۰	A
۹	۱۲۵۰۰۰۰	۱۶۰	B
۷	۸۷۰۰۰۰	۱۰۰	C
۵	۸۰۰۰۰۰	۲۷۰	D

ماتریس بی‌مقیاس خرید تلفن همراه به ورش مستقیم به صورت جدول ۲-۱۴ می‌باشد:

جدول ۲-۱۴: ماتریس بی‌مقیاس مستقیم

خطدهی (+)	قیمت (-)	وزن (-)	شاخص‌ها / گزینه‌ها
۰/۲۵۰	۰/۲۳۶	۰/۲۷۴	A
۰/۳۲۱	۰/۳۲۷	۰/۲۱۹	B
۰/۲۵۰	۰/۲۲۸	۰/۱۳۷	C
۰/۱۷۹	۰/۲۰۹	۰/۳۷۰	D

ماتریس بی‌مقیاس خرید تلفن همراه به ورش خطی به صورت جدول ۲-۱۵ می‌باشد:

جدول ۲-۱۵: ماتریس بی‌مقیاس خطی

خطدهی (+)	قیمت (-)	وزن (-)	شاخص‌ها / گزینه‌ها
۰/۷۷۸	۰/۷۲۰	۰/۷۴۱	A
۱	۱	۰/۵۲۹	B
۰/۷۷۸	۰/۶۹۶	۰/۳۷۰	C
۰/۵۵۵	۰/۶۴۰	۱	D

ماتریس بی‌مقیاس خرید تلفن همراه به ورش فازی به صورت جدول ۲-۱۶ می‌باشد:

جدول ۲-۱۶: ماتریس بی‌مقیاس فازی

خطدهی (+)	قیمت (-)	وزن (-)	شاخص‌ها / گزینه‌ها
۰/۵۰۰	۰/۲۲۲	۰/۵۸۸	A
۱	۱	۰/۳۵۳	B
۰/۵۰۰	۰/۱۵۶	۰	C
۰	۰	۱	D

ماتریس بی‌مقیاس خرید تلفن همراه به ورش نرم به صورت جدول ۲-۱۷ می‌باشد:

جدول ۲-۱۷: ماتریس بی‌مقیاس نرم اقلیدسی

خط‌دهی (+)	قیمت (-)	وزن (-)	شاخص‌ها / گزینه‌ها
۰/۴۹۰	۰/۴۶۳	۰/۵۱۹	A
۰/۶۳۰	۰/۶۴۴	۰/۴۱۵	B
۰/۴۹۰	۰/۴۴۸	۰/۲۵۹	C
۰/۳۵۰	۰/۴۱۲	۰/۷۰۱	D

۲-۷- ماتریس مقایسات زوجی^۱

در برخی از روش‌ها و مدل‌های تصمیم‌گیری از ماتریس مقایسات زوجی برای فرآیند تصمیم‌گیری استفاده می‌شود. به علاوه جهت محاسبه وزن اهمیت نیز از این ماتریس استفاده می‌گردد. در این ماتریس مؤلفه‌های ماتریس شامل شاخص‌های تصمیم‌گیری یا گزینه‌های تصمیم می‌باشد که به صورت دو به دو با یکدیگر مقایسه می‌شوند. شکل کلی ماتریس مقایسات زوجی به صورت جدول ۲-۱۸ می‌باشد:

جدول ۲-۱۸: ماتریس مقایسات زوجی

شاخص‌ها یا گزینه‌ها	C_1	C_2	C_{n-1}	C_n
C_1	۱	a_{12}	$a_{1(n-1)}$	a_{1n}
C_2	a_{21}	۱	$a_{2(n-1)}$	a_{2n}
⋮	⋮	⋮	۱	⋮	⋮
C_{n-1}	$a_{(n-1)1}$	$a_{(n-1)2}$	۱	$a_{(n-1)n}$
C_n	a_{n1}	a_{n2}	$a_{n(n-1)}$	۱

در ماتریس بالا، درایه‌ی a_{ij} بیان‌کننده‌ی وضعیت گزینه یا شاخص i نسبت به گزینه یا شاخص j می‌باشد. به عبارت دیگر در ماتریس مقایسات زوجی، a_{ij} وضعیت گزینه یا شاخص i بر j را نشان می‌دهد. در این ماتریس، اعداد بزرگتر از یک، نشان‌دهنده‌ی برتری گزینه یا شاخص i بر j می‌باشد و

1- Pairwise Comparison

اعداد کوچک‌تر از یک نیز برتری گزینه یا شاخص z بر i را نشان می‌دهد. در ماتریس مقایسه زوجی همیشه اعداد زیر قطر اصلی و ارون اعداد بالای قطر می‌باشند.

معمولاً ماتریس‌های مقایسه زوجی بین گزینه‌ها و یا بین شاخص‌ها تشکیل می‌شود. در ماتریس مقایسه زوجی بین گزینه‌ها، سطر و ستون ماتریس از گزینه‌ها تشکیل شده است و درایه‌ی ماتریس از مقایسه گزینه‌ها بر مبنای یک شاخص مشخص تشکیل می‌شود. همچنین در ماتریس‌های مقایسه زوجی بین شاخص‌ها، سطر و ستون ماتریس را شاخص‌های ارزیابی تشکیل می‌دهند و درایه‌های ماتریس از مقایسه شاخص‌ها در راستای هدف مسأله تشکیل می‌شود.

پس از تشکیل ماتریس مقایسات زوجی، بایستی سازگاری^۱ ماتریس نیز مورد بررسی قرار گیرد. سازگاری هر ماتریس بیان می‌نماید که به چه میزان می‌توان به اولویت‌هایی که در ماتریس مشخص شده است اطمینان کرد. به عبارت دیگر، اگر رابطه $a_{ik} \cdot a_{kj} = a_{ij}$ برای یکی از i, j, k ها صادق نباشد ماتریس دارای ناسازگاری^۲ خواهد بود. به عنوان مثال، در یک ماتریس مقایسه زوجی نسبت برتری شاخص a به b برابر ۲ می‌باشد و نسبت برتری b به c برابر ۳ می‌باشد و در صورتی که نسبت a به c برابر ۶ نباشد ماتریس سازگار نمی‌باشد. همچنین در بررسی سازگاری ماتریس بایستی به اعداد بالا و پایین قطر ماتریس نیز توجه شود و بررسی شود که اعداد وارون یکدیگر باشند. در فصل چهارم به صورت کامل به ارائه الگوریتم محاسبه ناسازگاری پرداخته می‌شود.

برای تهیه ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌های کیفی معمولاً از پرسشنامه مقایسه زوجی استفاده می‌گردد. در پرسشنامه‌های مقایسه زوجی معیارها به صورت دو به دو مقایسه می‌گردند و این نسبت‌ها در ماتریس مقایسه زوجی منعکس می‌شود.

در این پرسشنامه‌ها به طور مثال پاسخ‌دهنده معیار A را با شدت ۳ با اهمیت‌تر از معیار B می‌داند. بنابراین در طیف پرسشنامه مقدار ۳ در نیمه‌ی سمت A را انتخاب می‌نماید و در ادامه در ماتریس مقایسه زوجی در سطری که مربوط به معیار A می‌شود و ستونی که به B ختم می‌شود مقدار ۳ وارد می‌شود. بنابراین نیمه این ماتریس وارون نیمه دوم خواهد بود و نیازی به وارد کردن آن نیست. زیرا در سطر B ستون A مقدار $1/3$ نوشته خواهد شد.

1- Consistency
2- Inconsistency

نمونه کلی پرسشنامه مقایسه زوجی به صورت زیر می‌باشد:

سؤال: میزان اهمیت معیارهای A و B را نسبت به یکدیگر مشخص کنید.

معیار A	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	معیار B
-----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------

در طیف فوق، اگر اعداد (۱-۹) سمت راست طیف انتخاب شوند، برتری اهمیت عوامل سمت راست را نسبت به عوامل سمت چپ نشان می‌دهد و بالعکس.

مثال ۲-۵: یک سازمان جهت ارزیابی سازمان خود از مدل کارت امتیازی متوازن استفاده نموده است و بدین منظور شاخص‌های خود را ذیل چهار بعد کارت امتیازی متوازن شامل مالی، فرآیندهای داخلی، مشتری و یادگیری و رشد تعریف نمودند. در ادامه جهت تحلیل سلسله مراتبی نیاز به وزن هر یک از ابعاد کارت امتیازی متوازن می‌باشد که پرسشنامه‌ی آن به صورت جدول ۲-۱۹ طراحی می‌گردد.

سؤال: میزان اهمیت ابعاد کارت امتیازی متوازن را نسبت به یکدیگر مشخص کنید.

جدول ۲-۱۹: مقایسه زوجی ابعاد کارت امتیازی متوازن

فرآیندهای داخلی	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	رشد و یادگیری
مالی	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	رشد و یادگیری
مشتری	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	رشد و یادگیری
فرآیندهای داخلی	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	مالی
مشتری	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	مالی
فرآیندهای داخلی	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	مشتری

یکی از پاسخ‌دهنده‌ها پرسشنامه را به صورت جدول ۲-۲۰ تکمیل می‌نماید:

جدول ۲-۲۰: مقایسه زوجی پاسخ‌دهنده در ارتباط با ابعاد کارت امتیازی متوازن

فرآیندهای داخلی	مالي	مشتری	فرآیندهای داخلی	مالي	مشتری	فرآیندهای داخلی	مالي	مشتری
۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹
۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴
۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳
۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶	۶
۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷
۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸	۸
۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹
رشد و یادگیری	رشد و یادگیری	رشد و یادگیری	مالي	مالي	مالي	مالي	مالي	مالي

ماتریس مقایسه زوجی پرسشنامه فوق به صورت جدول ۲-۲۱ می‌باشد:

جدول ۲-۲۱: ماتریس مقایسه زوجی ابعاد کارت امتیازی متوازن

	رشد و یادگیری	فرآیندهای داخلی	مالي	مشتری
رشد و یادگیری	۱	۳	۲	۱
فرآیندهای داخلی	۰/۳۳	۱	۲	۱
مالي	۰/۵	۰/۵	۱	۰/۵
مشتری	۱	۱	۲	۱

جهت وزن‌دهی شاخص‌های ارزیابی نیز می‌توان از پرسشنامه‌های وزن‌دهی استفاده نمود که یک نمونه از آن به صورت زیر می‌باشد:

ردیف	شاخص	خیلی کم									خیلی زیاد								
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۱	شاخص A																		
۲	شاخص B																		
۳	شاخص C																		
۴	شاخص D																		

مثال ۲-۶: در صورتی که پرسشنامه فوق توسط خبرگان تکمیل گردد و به صورت زیر باشد وزن هر از شاخص‌ها را محاسبه نمایید:

ردیف	شاخص	خیلی کم									خیلی زیاد									وزن
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	
۱	احساس امنیت																			۵
۲	رفتار پرسنل																			۶
۳	زمان انجام فعالیت‌ها																			۳
۴	امکانات رفاهی																			۹
۱	جمع																			۲۳

مثال ۲-۷: فردی برای خرید تلفن همراه سه شاخص قیمت، زیبایی و امکانات را به‌عنوان شاخص‌های ارزیابی خود قرار داده است و چهار تلفن همراه را نیز به‌عنوان گزینه در نظر گرفته است. ماتریس تصمیم‌گیری پس از کمی کردن شاخص‌های کیفی به صورت جدول ۲-۲۲ تشکیل شده است:

جدول ۲-۲۲: ماتریس تصمیم‌گیری خرید موبایل

گزینه‌ها	شاخص‌ها	قیمت (-)	زیبایی (+)	امکانات (+)
A		۸۰۰۰۰۰	۵	۷
B		۴۰۰۰۰۰	۱	۹
C		۱۶۰۰۰۰	۳	۵
D		۱۰۰۰۰۰	۷	۳

ماتریس مقایسات زوجی بین گزینه‌ها را بر مبنای هر یک از شاخص‌ها بنویسید.
 بدین منظور ماتریس‌های مقایسات زوجی به صورت جداول ۲-۲۳، ۲-۲۴ و ۲-۲۵ تشکیل می‌شود.
 به عنوان مثال با توجه به این که معیار قیمت یک معیار منفی است، در ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار قیمت، درایه a_{AB} برابر است با نسبت قیمت گزینه‌ی B به قیمت گزینه‌ی A که برابر $0/5$ می‌باشد و در ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار زیبایی، درایه a_{AB} برابر است با نسبت مقدار زیبایی گزینه‌ی A به مقدار زیبایی گزینه‌ی B که برابر 5 می‌باشد.

جدول ۲-۲۳: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای شاخص قیمت

قیمت	A	B	C	D
A	۱	0/500	0/200	0/125
B	2	۱	0/400	0/250
C	5	2/500	۱	0/625
D	8	4	1/600	۱

جدول ۲-۲۴: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای شاخص زیبایی

زیبایی	A	B	C	D
A	۱	5	1/660	0/714
B	0/200	۱	0/333	0/143
C	0/602	3	۱	0/428
D	1/400	7	2/336	۱

جدول ۲-۲۵: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای شاخص امکانات

امکانات	A	B	C	D
A	۱	0/778	1/400	2/333
B	1/286	۱	1/800	3
C	0/714	0/555	۱	1/666
D	0/428	0/333	0/600	۱

در ادامه با توجه به این که وزن هر یک از شاخص‌ها برای فرد تصمیم‌گیرنده متفاوت می‌باشد با استفاده از پرسشنامه مقایسات زوجی، ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها تشکیل می‌شود که فرد تصمیم‌گیرنده به تکمیل آن می‌پردازد و به‌عنوان مثال در این ماتریس، درایه a_{AB} برابر است با نسبت اهمیت وزن شاخص قیمت به شاخص زیبایی که برابر $1/5$ می‌باشد و به‌صورت جدول ۲-۲۶ می‌باشد.

جدول ۲-۲۶: ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها

	قیمت	زیبایی	امکانات
قیمت	۱	$1/500$	$0/500$
زیبایی	$0/667$	۱	$0/250$
امکانات	۲	۴	۱

۲-۸- روش‌های وزن‌دهی شاخص‌ها

همان‌طور که بیان شد در هر تصمیم‌گیری، تعدادی شاخص توسط تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته می‌شود. در بیشتر مواقع تأثیری که شاخص‌ها در تصمیم‌گیری دارند با یکدیگر متفاوت است. به همین دلیل اهمیت شاخص‌های ارزیابی با یکدیگر متفاوت است و در تصمیم‌گیری معمولاً وزن شاخص‌ها بایستی متفاوت در نظر گرفته شود. به‌طور کلی دو دسته وزن‌دهی کمی و کیفی برای شاخص‌ها انجام می‌گیرد که در ادامه به بیان آن‌ها پرداخته می‌شود:

۲-۸-۱- روش‌های وزن‌دهی کیفی

در این دسته از روش‌ها، با استفاده از نظرسنجی از خبرگان و صاحب‌نظران در حوزه‌ی تصمیم‌گیری موردنظر به وزن‌دهی شاخص‌ها پرداخته می‌شود. به‌عنوان نمونه از این دسته روش‌ها می‌توان به جلسات گروهی، روش دلفی^۱، طوفان مغزی^۲، مصاحبه^۳، پرسشنامه^۴، ماتریس مقایسات زوجی و غیره اشاره کرد که برای وزن‌دهی به شاخص‌ها استفاده می‌شود. به‌طور کلی در مسائل تصمیم‌گیری، استفاده از روش‌های وزن‌دهی کیفی بر استفاده از روش‌های کمی مقدم می‌باشد.

-
- 1- Delphi
 - 2- Brain Storming
 - 3- Interview
 - 4- Questionnair

۲-۸-۱-۱- روش های کیفی محاسبه وزن بر اساس ماتریس مقایسات زوجی

در بسیاری از مسائل تصمیم گیری، ماتریس تصمیم در اختیار نمی باشد و به جای آن ماتریس مقایسات زوجی در دسترس است. در این صورت برای محاسبه وزن بین شاخص ها می توان از روش های زیر استفاده کرد:

(۱) **روش مجموع سطری:** در این روش، مجموع هر سطر را محاسبه کرده و یک بردار ستونی تشکیل می شود. در نهایت این بردار به روش مستقیم بی مقیاس می شود و وزن هر شاخص یا گزینه بدست می آید.

مثال ۲-۸: جهت انتخاب تأمین کننده در یک سازمان، تصمیم گیرندگان تعداد چهار شاخص را برای تصمیم گیری خود در نظر گرفتند و برای تعیین وزن هر کدام از شاخص ها، از ماتریس مقایسات زوجی استفاده کردند. با توجه به جدول ۲-۲۷ و به روش مجموع سطری، وزن هر یک از شاخص های انتخاب را تعیین نمایید.

شاخص ها	کیفیت	زمان تحویل	قیمت	ظرفیت تولید
نماد	C_1	C_2	C_3	C_4

جدول ۲-۲۷: ماتریس مقایسه زوجی شاخص های انتخاب تأمین کننده به روش مجموع سطری

	C_1	C_2	C_3	C_4	مجموع سطر	وزن
C_1	۱	۲	۱/۵۰۰	۴	۸/۵۰۰	۰/۴۱۴
C_2	۰/۵۰۰	۱	۰/۷۵۰	۲	۴/۲۵۰	۰/۲۰۷
C_3	۰/۶۶۶	۱/۳۳۳	۱	۲/۶۶۶	۵/۶۶۵	۰/۲۷۶
C_4	۰/۲۵۰	۰/۵۰۰	۰/۳۷۵	۱	۲/۱۲۵	۰/۱۰۳
					۲۰/۵۴۰	

(۲) **روش مجموع ستونی:** در این روش، مجموع هر ستون را محاسبه کرده و یک بردار سطری تشکیل می شود. در ادامه مجموع ستون ها به صورت قرینه جابه جا می شود و در نهایت بردار بدست آمده به روش مستقیم بی مقیاس می شود و وزن هر شاخص یا گزینه بدست می آید.

مثال ۲-۹: مثال ۲-۸ با استفاده از روش مجموع ستونی، مطابق جدول ۲-۲۸ حل شده است.

جدول ۲-۲۸: ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌های انتخاب تأمین‌کننده به روش مجموع ستونی

	C_1	C_2	C_3	C_4	
C_1	۱	۲	۱/۵۰۰	۴	
C_2	۰/۵۰۰	۱	۰/۷۵۰	۲	
C_3	۰/۶۶۶	۱/۳۳۳	۱	۲/۶۶۶	
C_4	۰/۲۵۰	۰/۵۰۰	۰/۳۷۵	۱	
مجموع ستون	۲/۴۱۶	۴/۸۳۳	۳/۶۲۵	۹/۶۶۶	
قرینه مجموع ستون	۹/۶۶۶	۳/۶۲۵	۴/۸۳۳	۲/۴۱۶	۲۰/۵۴۰
وزن	۰/۴۷۱	۰/۱۷۶	۰/۲۳۵	۰/۱۱۸	

۳) روش میانگین حسابی: در این روش ابتدا هر ستون ماتریس مقایسات زوجی به روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود تا یک ماتریس جدید حاصل شود. سپس میانگین هر سطر محاسبه می‌شود که بیان‌کننده‌ی وزن هر شاخص می‌باشد.

مثال ۲-۱۰: مثال ۲-۸ با استفاده از روش میانگین حسابی، مطابق جدول ۲-۲۹ حل شده است.

جدول ۲-۲۹: ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌های انتخاب تأمین‌کننده و وزن نهایی به روش میانگین حسابی

	C_1	C_2	C_3	C_4
C_1	۱	۲	۱/۵۰۰	۴
C_2	۰/۵۰۰	۱	۰/۷۵۰	۲
C_3	۰/۶۶۶	۱/۳۳۳	۱	۲/۶۶۶
C_4	۰/۲۵۰	۰/۵۰۰	۰/۳۷۵	۱
مجموع ستون	۲/۴۱۶	۴/۸۳۳	۳/۶۲۵	۹/۶۶۶

در این مرحله هر ستون ماتریس فوق بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۲-۳۰ نشان داده شده است. سپس میانگین حسابی هر سطر محاسبه می‌شود که برابر وزن هر شاخص می‌باشد.

جدول ۲-۳۰: وزن نهایی شاخص‌ها با استفاده از روش میانگین حسابی

	C_1	C_2	C_3	C_4	میانگین حسابی
C_1	۰/۴۱۴	۰/۴۱۴	۰/۴۱۴	۰/۴۱۴	۰/۴۱۴
C_2	۰/۲۰۷	۰/۲۰۷	۰/۲۰۷	۰/۲۰۷	۰/۲۰۷
C_3	۰/۲۷۶	۰/۲۷۶	۰/۲۷۶	۰/۲۷۶	۰/۲۷۶
C_4	۰/۱۰۳	۰/۱۰۳	۰/۱۰۳	۰/۱۰۳	۰/۱۰۳

۴) روش میانگین هندسی

در این روش ابتدا میانگین هندسی هر سطر محاسبه می‌شود. در این صورت یک بردار ستونی ایجاد می‌شود که با بی‌مقیاس نمودن آن به روش مستقیم، وزن هر شاخص به روش میانگین هندسی محاسبه می‌شود که رابطه‌ی آن به صورت زیر است:

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n k_i}$$

مثال ۲-۱۱: مثال ۲-۸ با استفاده از روش میانگین هندسی، مطابق جدول ۲-۳۱ حل شده است.

در این روش ابتدا میانگین هندسی هر سطر محاسبه می‌شود و سپس ماتریس ستونی میانگین هندسی به صورت مستقیم بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۲-۳۱ مشخص می‌باشد.

جدول ۲-۳۱: ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌های انتخاب تأمین‌کننده و وزن نهایی

به روش میانگین هندسی

	c_1	c_2	c_3	c_4	میانگین هندسی	وزن
c_1	۱	۲	۱/۵۰۰	۴	۱/۸۶۱	۰/۴۱۴
c_2	۰/۵۰۰	۱	۰/۷۵۰	۲	۰/۹۳۱	۰/۲۰۷
c_3	۰/۶۶۶	۱/۳۳۳	۱	۲/۶۶۶	۱/۲۴۰	۰/۲۷۶
c_4	۰/۲۵۰	۰/۵۰۰	۰/۳۷۵	۱	۰/۴۶۵	۰/۱۰۳
					۴/۴۹۷	

۲-۸-۲- روش‌های وزن‌دهی کمی

این دسته از روش‌ها بر مبنای ماتریس تصمیم‌گیری و یا ماتریس مقایسات زوجی بدست می‌آید و با استفاده از داده‌های ماتریس، به مدل‌سازی ریاضی پرداخته و در نهایت وزن هر شاخص را مشخص می‌کند. برخی از این دسته روش‌ها عبارتند از:

- آنتروپی شانون^۱
- بردار ویژه^۲
- حداقل مربعات^۳
- حداقل مربعات لگاریتمی^۴

1- Entropy Shannon

2- Eigen Vector

3- Least Square Method (LSM)

4- Logarithmic Least Squares (LLS)

۲-۸-۲-۱- روش آنتروپی شانون

وقتی که داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کامل باشد می‌توان برای مشخص کردن وزن شاخص‌ها از روش آنتروپی استفاده کرد. مفهوم این روش به معنای بی‌نظمی می‌باشد که در علوم مختلف همچون شهرسازی، صنایع و... استفاده می‌شود. جهت تعیین وزن شاخص‌ها به روش آنتروپی شانون از الگوریتم زیر استفاده می‌شود:

قدم اول: در مرحله‌ی اول داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود و سپس با استفاده از روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود.

قدم دوم: در این مرحله شاخص آنتروپی برای هر یک از شاخص‌ها مطابق رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$E_j = -K \sum_{i=1}^m n_{ij} Lnm_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad K = \frac{1}{Lnm}$$

$$0 \leq E_j \leq 1$$

m برابر تعداد گزینه‌ها می‌باشد.

قدم سوم: در این قسمت درجه‌ی انحراف هر یک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود. درجه‌ی انحراف، میزان اثر هر شاخص در تصمیم‌گیری را مشخص می‌کند.

$$d_j = 1 - E_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad 0 \leq d_j \leq 1$$

قدم چهارم: در این مرحله وزن نسبی هر شاخص از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j} \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1$$

قدم پنجم: در انتها، در صورتی که فرد تصمیم‌گیرنده وزن خاصی را برای هر یک از شاخص‌ها (با هر روشی) در نظر گرفته باشد و از طریق روش آنتروپی نیز وزن را محاسبه کرده باشد، از طریق رابطه‌ی زیر، وزن جدید ترکیبی W_j به شرح زیر محاسبه می‌گردد:

$$W_j = \frac{w_j \lambda_j}{\sum_{j=1}^n w_j \lambda_j}$$

تذکره: منطق روش آنتروپی بر مبنای مقدار بی‌نظمی بین مقادیر هر شاخص‌ها می‌باشد. بنابراین در روش آنتروپی، وقتی شاخصی وزن بیشتری نسبت به دیگر شاخص‌ها می‌گیرد بیان‌کننده این است که شاخص مورد نظر مقادیر بی‌نظم‌تری را اختیار کرده است.

مثال ۲-۱۲: یک شرکت فولادسازی برای بخش نگهداری و تعمیرات خود نیاز به انتخاب یک پیمانکار دارد. بدین منظور چهار پیمانکار مورد نظر را که در مناقصه شرکت کرده‌اند را با چهار شاخص مورد ارزیابی قرار می‌دهد. این چهار شاخص شامل ظرفیت کاری، ایمنی در کار، توانمندی مالی و سابقه کار مرتبط هستند و ماتریس تصمیم‌گیری شامل هر یک از چهار شاخص برای چهار پیمانکار مورد نظر همانند جدول ۲-۳۲ است:

جدول ۲-۳۲: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پیمانکار نگهداری و تعمیرات

سابقه کار مرتبط (سال) (+)	ایمنی در کار (+)	توانمندی مالی (میلیون تومان) (+)	ظرفیت کاری (میلیون تومان) (+)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۸	۷	۲/۶۸۹	۲/۵۱۱	پیمانکار ۱
۵	۵	۳/۴۰۵	۲/۷۰۳	پیمانکار ۲
۳	۴	۳/۶۴۰	۳/۲۰۰	پیمانکار ۳
۴	۶	۴/۶۰۰	۳/۸۴۴	پیمانکار ۴

وزن هر یک از شاخص‌های ارزیابی را با استفاده از روش آنتروپی بدست آورید.

حل:

قدم اول: در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم به روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۲-۳۳ نشان داده شده است:

جدول ۲-۳۳: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری انتخاب پیمانکار نگهداری و تعمیرات

سابقه کار مرتبط (سال) (+)	ایمنی در کار (+)	توانمندی مالی (میلیون تومان) (+)	ظرفیت کاری (میلیون تومان) (+)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۰/۴۰۰	۰/۳۱۸	۰/۱۸۸	۰/۲۰۵	پیمانکار ۱
۰/۲۵۰	۰/۲۲۷	۰/۲۳۸	۰/۲۲۱	پیمانکار ۲
۰/۱۵۰	۰/۱۸۲	۰/۲۵۴	۰/۲۶۱	پیمانکار ۳
۰/۲۰۰	۰/۲۷۳	۰/۳۲۱	۰/۳۱۴	پیمانکار ۴

قدم دوم و سوم: در این مرحله مقدار شاخص E_j برای هر یک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود و در نهایت مقدار d_j بدست می‌آید که در جدول ۲-۳۴ آمده است:

$$K = \frac{1}{\ln 4} = 0.721$$

$$E_{\text{ظرفیت}} = -0.721((0.205 \times \ln 0.205) + (0.221 \times \ln 0.221) + (0.261 \times \ln 0.261) + (0.314 \times \ln 0.314)) = 0.990$$

$$d_{\text{ظرفیت}} = 1 - 0.990 = 0.01$$

جدول ۲-۳۴: مقادیر شاخص‌های آنتروپی

شاخص‌ها	ظرفیت کاری (میلیون تومان)	توانمندی مالی (میلیون تومان)	ایمنی در کار	سابقه کار مرتبط (سال)
E_j	۰/۹۹۰	۰/۹۸۷	۰/۹۸۵	۰/۹۵۲
d_j	۰/۰۱۰	۰/۰۱۳	۰/۰۱۵	۰/۰۴۸

قدم چهارم: در ادامه مقدار w_j برای هر یک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۲-۳۵ نشان داده می‌شود:

جدول ۲-۳۵: وزن نهایی شاخص‌ها

شاخص‌ها	ظرفیت کاری (میلیون تومان)	توانمندی مالی (میلیون تومان)	ایمنی در کار	سابقه کار مرتبط (سال)
w_j	۰/۱۱۶	۰/۱۵۱	۰/۱۷۵	۰/۵۵۸

مثال ۲-۱۳: وزارت نیرو برای احداث یک سد در غرب کشور سه راه‌حل را پیش رو دارد. با توجه به آن، برای انتخاب بهترین راه‌حل شاخص‌هایی را در نظر گرفته است و بر مبنای این شاخص‌ها ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شد که در جدول ۲-۳۶ نشان داده شده است:

جدول ۲-۳۶: ماتریس تصمیم‌گیری جهت احداث سد

شاخص‌ها / گزینه‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (-)
بدون پیمانکار	۳	متوسط	خیلی خوب	۲۴۰۰۰	خیلی زیاد
پیمانکار داخلی	۱/۲۰۰	خوب	متوسط	۲۵۰۰۰	زیاد
پیمانکار خارجی	۱/۵۰۰	خیلی خوب	بد	۳۲۰۰۰	کم

همچنین با استفاده از نظرخواهی از خبرگان و با استفاده از پرسش نامه ساده وزن دهی، وزن هر یک از شاخص ها به صورت جدول ۲-۳۷ محاسبه شده است:

جدول ۲-۳۷: وزن شاخص ها با استفاده از نظر خبرگان

شاخص ها	هزینه	استحکام	وجهه ملی	ظرفیت	سختی کار
λ_j	۰/۳۰۰	۰/۲۰۰	۰/۲۰۰	۰/۱۰۰	۰/۲۰۰

وزن ترکیبی هر یک از معیارها را با استفاده از آنترپی و نظرات خبرگان محاسبه کنید.

حل:

قدم اول: در ابتدا ماتریس تصمیم گیری کمی می شود و بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می شود. بایستی به این نکته توجه شود که دو عامل سختی کار و هزینه شاخص های منفی در نظر گرفته می شود. ماتریس تصمیم گیری کمی در جدول ۲-۳۸ نشان داده شده است:

جدول ۲-۳۸: ماتریس تصمیم گیری جهت احداث سد با داده های کمی

شاخص ها / گزینه ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۳	۵	۹	۲۴۰۰۰	۱
پیمانکار داخلی	۱/۲۰۰	۷	۵	۲۵۰۰۰	۳
پیمانکار خارجی	۱/۵۰۰	۹	۳	۳۲۰۰۰	۷

در ادامه ماتریس فوق با استفاده از روش مستقیم بی مقیاس می شود. نتایج حاصل از ماتریس تصمیم گیری

بی مقیاس در جدول ۲-۳۹ نشان داده شده است:

جدول ۲-۳۹: ماتریس بی مقیاس تصمیم گیری جهت احداث سد

شاخص ها / گزینه ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۰/۵۲۶	۰/۲۳۸	۰/۵۲۹	۰/۲۹۶	۰/۰۹۱
پیمانکار داخلی	۰/۲۱۱	۰/۳۳۳	۰/۲۹۴	۰/۳۰۹	۰/۲۷۳
پیمانکار خارجی	۰/۲۶۳	۰/۴۲۹	۰/۱۷۶	۰/۳۹۵	۰/۶۳۶

در ادامه مقدار E_j و d_j محاسبه می‌شود و با استفاده از آن مقدار w_j بدست می‌آید که در جدول ۲-

۴۰ نمایان می‌باشد.

جدول ۲-۴۰: مقادیر شاخص‌های آنتروپی و وزن آنتروپی

شاخص‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
E_j	۰/۹۲۶	۰/۹۷۵	۰/۹۱۳	۰/۹۹۲	۰/۷۸۳
d_j	۰/۰۷۴	۰/۰۲۵	۰/۰۸۷	۰/۰۰۸	۰/۲۱۷
w_j	۰/۱۸۰	۰/۰۶۱	۰/۲۱۲	۰/۰۱۹	۰/۵۲۸

در انتها نظر خبرگان با وزن هر یک از شاخص‌ها در روش آنتروپی تلفیق می‌شود و وزن نهایی

شاخص‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۲-۴۱ نشان داده شده است:

جدول ۲-۴۱: وزن نهایی شاخص‌ها

شاخص‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
λ_j	۰/۳۰۰	۰/۲۰۰	۰/۲۰۰	۰/۱۰۰	۰/۲۰۰
W_j	۰/۲۵۰	۰/۰۵۶	۰/۱۹۶	۰/۰۰۹	۰/۴۸۹

۲-۸-۲-۲- روش بردار ویژه

یکی از روش‌های وزن‌دهی کمی، روش بردار ویژه می‌باشد که برای تعیین وزن شاخص‌ها از ماتریس

مقایسات زوجی استفاده می‌شود. w_j ها در این روش به گونه‌ای تعیین می‌شوند که روابط زیر برقرار باشد:

$$a_{11}w_1 + a_{12}w_2 + \dots + a_{1n}w_n = \lambda \cdot w_1$$

$$a_{21}w_1 + a_{22}w_2 + \dots + a_{2n}w_n = \lambda \cdot w_2$$

.

.

.

.

$$a_{n1}w_1 + a_{n2}w_2 + \dots + a_{nn}w_n = \lambda \cdot w_n$$

که در آن a_{ij} درایه‌های ماتریس مقایسات زوجی می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی برتری عنصر i به j ، w_i وزن عنصر i و λ یک عدد ثابت می‌باشد. این روش نیز یک نوع میانگین‌گیری است. زیرا در این روش، w_i برابر است با:

$$w_i = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^n a_{ij} w_j \quad i = 1, 2, \dots, n$$

دستگاه معادلات فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A \cdot W = \lambda \cdot W$$

که A همان ماتریس مقایسه زوجی و W بردار وزن و λ یک عدد ثابت می‌باشد. طبق تعریف چنانچه این رابطه بین یک ماتریس A و بردار W و عدد λ برقرار باشد گفته می‌شود که W بردار ویژه و λ مقدار ویژه برای ماتریس A می‌باشند. جهت تعیین وزن به روش بردار ویژه مراحل زیر انجام می‌شود:

قدم اول: ماتریس A که همان ماتریس مقایسات زوجی می‌باشد را تشکیل دهید.

قدم دوم: ماتریس $(A - \lambda \cdot I)$ را مشخص کنید.

تذکر: ماتریس I ماتریس همانی می‌باشد که قطر اصلی آن یک و بقیه درایه‌ها صفر می‌باشد.

قدم سوم: دترمینان ماتریس $(A - \lambda \cdot I)$ را محاسبه کرده و آن را مساوی صفر قرار داده و مقادیر λ را محاسبه کنید.

قدم چهارم: بزرگترین λ را λ_{max} نامیده و آن را در رابطه $(A - \lambda \cdot I) \times W = 0$ قرار داده و با استفاده از رابطه‌ی $(A - \lambda_{max})$ مقادیر w_i را محاسبه کنید.

مثال ۲-۱۴: اگر ماتریس مقایسه زوجی بین معیارهای یک تصمیم‌گیری چندمعیاره به صورت زیر باشد، وزن معیارها را با استفاده از روش بردار ویژه محاسبه نمایید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0.5 & 1 & 2 \\ 0.25 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

حل:

قدم اول: ماتریس A همان ماتریس مقایسه زوجی می‌باشد که نشان داده شده است. در این مرحله، با استفاده از آن، ماتریس $(A - \lambda \cdot I)$ محاسبه می‌شود که به صورت زیر می‌باشد:

$$(A - \lambda \cdot I) = \begin{bmatrix} 1 - \lambda & 2 & 4 \\ 0,500 & 1 - \lambda & 0,200 \\ 0,250 & 5 & 1 - \lambda \end{bmatrix}$$

قدم دوم: در ادامه دترمینان ماتریس $(A - \lambda \cdot I)$ محاسبه می‌شود که به صورت زیر می‌باشد:

$$\det(A - \lambda \cdot I) = \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 2 & 4 \\ 0,500 & 1 - \lambda & 0,200 \\ 0,250 & 5 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = (1 - \lambda)^2 - 3(1 - \lambda) + 10,1$$

قدم سوم: در این مرحله جهت تعیین مقدار λ معادله‌ی بالا برابر با صفر قرار می‌گیرد و λ محاسبه می‌شود:

$$(1 - \lambda)^2 - 3(1 - \lambda) + 10,1 = 0$$

$$\lambda = 3,619$$

قدم چهارم: با توجه به این که تنها یک λ بدست آمد بنابراین λ / \max می‌باشد. در این مرحله با استفاده

از رابطه‌ی $(A - \lambda_{\max})$ مقادیر W_i محاسبه می‌شود:

$$(A - \lambda \begin{bmatrix} -2,619 & 2 & 4 \\ 0,500 & -2,619 & 0,200 \\ 0,250 & 5 & -2,619 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}_{\max}$$

$$\begin{cases} -2,619W_1 + 2W_2 + 4W_3 = 0 \\ 0,5W_1 - 2,619W_2 + 0,2W_3 = 0 \\ 0,25W_1 + 5W_2 - 2,619W_3 = 0 \end{cases}$$

با حل این دستگاه و همچنین با استفاده از معادله‌ی $W_1 + W_2 + W_3 = 1$ مقادیر W_i محاسبه می‌شود

که به صورت زیر می‌باشد:

$$W_1 = 0,565 \quad W_2 = 0,131 \quad W_3 = 0,304$$

۲-۸-۳- روش حداقل مربعات

همانگونه که در معرفی ماتریس مقایسه زوجی بیان شد، در حالتی که ماتریس مقایسه زوجی A سازگار باشد، مقدار عددی a_{ij} برابر با $\frac{w_i}{w_j}$ می‌شود اما در عمل کمتر اتفاق می‌افتد که ماتریس مزبور سازگار باشد و عموماً A یک ماتریس ناسازگار است. در روش حداقل مربعات، w_i و w_j به گونه‌ای محاسبه می‌شوند که مجموع مربعات اختلافات $\frac{w_i}{w_j}$ و a_{ij} حداقل گردد. به عبارت دیگر، در حالت کلی، می‌توان گفت:

$$w_i = a_{ij}w_j \quad \text{یا} \quad a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \quad (\text{به ازای کلیه } i \text{ و } j \text{ها})$$

$$w_i \neq a_{ij}w_j \quad \text{یا} \quad a_{ij} \neq \frac{w_i}{w_j} \quad (\text{حداقل برای یک } i \text{ و } j)$$

در این روش سعی بر این است که w_i و w_j به گونه‌ای تعیین شوند که اختلاف $\frac{w_i}{w_j}$ با a_{ij} ها حداقل گردد. به عبارت دیگر، سیستم به حالت سازگاری نزدیک‌تر شود. بنابراین برای محاسبه w_i و w_j باید مدل برنامه‌ریزی غیرخطی زیر حل گردد:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij}w_j - w_i)^2$$

$$\text{s.t.} : \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

لازم به ذکر است در برنامه‌ریزی غیرخطی فوق، محدودیت $w_i \geq 0$ نیز باید در نظر گرفته شود. البته می‌توان مسأله را بدون در نظر گرفتن این محدودیت حل نمود و سپس آن را اعمال نمود.

برای حل مسأله فوق، معادله لاگرانژی آن به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij}w_j - w_i)^2 + \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right)$$

اگر از معادله فوق نسبت به w_i مشتق گرفته شود به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$\sum_{i=1}^n (a_{il}w_l - w_i)a_{il} - \sum_{j=1}^n (a_{ij}w_j - w_i) + \lambda = 0 \quad l = 1, 2, \dots, n$$

از رابطه‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی اول و رابطه‌ی سوم، به تعداد $(n+1)$ معادله‌ی خطی ناهمگن و $(n+1)$ مجهول به دست می‌آید. به عنوان مثال اگر $n=2$ باشد به صورت زیر می‌باشد:

$$(a_{11}^2 - 2a_{11} + a_{11}^2 + 2) \cdot w_1 - (a_{12} + a_{11}) \cdot w_2 + \lambda = 0$$

$$-(a_{21} + a_{12}) \cdot w_1 - (a_{22}^2 - 2a_{22} + a_{22}^2 + 2) \cdot w_2 + \lambda = 0$$

$$w_1 + w_2 = 1$$

مقدار متغیرهای w_1, w_2, w_3 و λ را می‌توان با حل معادلات فوق بدست آورد.

مثال ۲-۱۵: ماتریس مقایسه زوجی زیر را در نظر بگیرید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

الف) نشان دهید ماتریس مقایسه زوجی، ناسازگار است.

ب) وزن هر معیار را با روش حداقل مربعات به دست آورید.

حل:

الف) اگر رابطه $a_{ik} \cdot a_{kj} = a_{ij}$ برای یکی از i, j, k ها صادق نباشد ماتریس ناسازگار خواهد بود. از

طرفی در این ماتریس به صورت زیر می‌باشد:

$$a_{12} = 5 \quad \text{و} \quad a_{23} = \frac{1}{2} \rightarrow a_{13} = a_{12} \times a_{23} = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

همانطور که ملاحظه می‌شود مقدار a_{13} در ماتریس فوق برابر ۷ است، بنابراین ماتریس فوق ناسازگار است.

ب) معادله لاگرانژی برای ماتریس ۳ در ۳ به صورت زیر می‌باشد:

$$(a_{11}^2 + a_{21}^2 + a_{31}^2 - 2a_{11} + 3) \cdot w_1 - (a_{12} + a_{21}) \cdot w_2 - (a_{13} + a_{31}) \cdot w_3 + \lambda = 0$$

$$-(a_{12} + a_{21}) \cdot w_1 + (a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 - 2a_{22} + 3) \cdot w_2 - (a_{23} + a_{32}) \cdot w_3 + \lambda = 0$$

$$-(a_{13} + a_{31}) \cdot w_1 - (a_{23} + a_{32}) \cdot w_2 + (a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 - 2a_{33} + 3) \cdot w_3 + \lambda = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

در نهایت، با جایگذاری اعداد در معادله‌ی فوق، یک دستگاه ۴ معادله با ۴ مجهول تشکیل می‌شود:

$$۲/۰۶۰w_1 - ۵/۲۰۰w_2 - ۷/۱۴۰w_3 + \lambda = 0$$

$$-۵/۲۰۰w_1 + ۳/۱۰w_2 - ۲/۵۰۰w_3 + \lambda = 0$$

$$-۷/۱۴۰w_1 - ۲/۵۰۰w_2 + ۵/۲۵۰w_3 + \lambda = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

در انتها با حل دستگاه معادلات، وزن هر یک از معیارها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$w_1 = ۰/۷۵۲$$

$$w_2 = ۰/۱۳۶$$

$$w_3 = ۰/۱۱۲$$

۲-۸-۲-۴- روش حداقل مربعات لگاریتمی

در روش حداقل مربعات لگاریتمی سعی می‌شود که فاصله‌ی عبارت $a_{ij} \times \frac{w_i}{w_j}$ از عدد یک حداقل گردد (به عبارت دیگر میانگین هندسی اختلافات حداقل می‌شود). همانند روش حداقل مربعات، در حالت سازگاری و ناسازگاری، می‌توان گفت:

$$w_i = a_{ij}w_j \quad \text{یا} \quad a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} \quad \text{(به ازای کلیه } i \text{ و } j \text{ها)}$$

$$w_i \neq a_{ij}w_j \quad \text{یا} \quad a_{ij} \neq \frac{w_i}{w_j} \quad \text{(حداقل برای یک } i \text{ و } j \text{ها)}$$

میانگین هندسی این اختلافات برابر است با:

$$\left(\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n a_{ij} \frac{w_j}{w_i} \right)^{\frac{1}{n^2}} = Z^{\frac{1}{n}}$$

بنابراین می‌توان گفت که در حالت سازگاری، میانگین هندسی اختلافات برابر یک است (لگاریتم آن برابر صفر است) و در حالت ناسازگاری، هر چه میانگین هندسی به یک (لگاریتم آن به صفر) نزدیک‌تر باشد بهتر است. به عبارت دیگر:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\ln a_{ij} - \ln \left(\frac{w_i}{w_j} \right) \right) = 0 \quad \text{در حالت سازگاری}$$

$$\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\ln a_{ij} - \ln \left(\frac{w_i}{w_j} \right) \right) = \frac{1}{n^2} \ln Z \quad \text{در حالت ناسازگاری}$$

از آنجا که عبارت داخل پرانتز ممکن است در بعضی از موارد منفی باشد، به توان ۲ رسانده می‌شود تا همواره مثبت گردد (که حداقل آن نیز برابر صفر خواهد بود) بنابراین در این روش بایستی مدل زیر را حل کرد:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\ln a_{ij} - \ln \left(\frac{w_i}{w_j} \right) \right)^2$$

$$S.t. : \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$w_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

با حل این مدل، مقادیر w_i ها محاسبه می‌شود.

نکته: همانطور که مشاهده می‌شود، در روش حداقل مربعات، میانگین حسابی خطاها حداقل می‌شود در حالی که در روش حداقل مربعات لگاریتمی، میانگین هندسی خطاها حداقل می‌شود.

تمرینات پایان فصل

۱- یک بانک خصوصی قصد دارد با استفاده از ابعاد کیفیت خدمات به رتبه‌بندی شعب برتر خود پردازد و بر این مبنا، ماتریس تصمیم گیری را مطابق جدول ۲-۴۲ تشکیل داده است:

جدول ۲-۴۲: ماتریس تصمیم‌گیری شعب بانک

شاخص‌ها گزینه‌ها	ملموسات (+)	قابلیت اطمینان (+)	پاسخگویی (+)	تضمین (+)	همدلی (+)
شعبه ۱	۳/۱۰۰	۱/۷۰۰	۲/۴۰۰	۲/۶۰۰	۲/۵۰۰
شعبه ۲	۳/۱۰۰	۲/۲۰۰	۳/۳۰۰	۳/۴۰۰	۲/۷۰۰
شعبه ۳	۳/۸۰۰	۱/۹۰۰	۳/۲۰۰	۳/۶۰۰	۳/۲۰۰
شعبه ۴	۴/۵۰۰	۱/۸۰۰	۳/۷۰۰	۴/۶۰۰	۳/۸۰۰
شعبه ۵	۴/۹۰۰	۲/۷۰۰	۵/۱۰۰	۵/۰۰۰	۴/۱۰۰
شعبه ۶	۳/۸۰۰	۲/۶۰۰	۳/۷۰۰	۴/۲۰۰	۳/۶۰۰
شعبه ۷	۴/۱۰۰	۲/۹۰۰	۳/۴۰۰	۳/۴۰۰	۲/۸۰۰

ماتریس فوق را به روش‌های مستقیم، خطی، فازی و نرم اقلیدسی بی‌مقیاس نمایید.

۲- یک شرکت تجاری بزرگ که دارای ۵ کارخانه‌ی زیر مجموعه می‌باشد با استفاده از چهار معیار کارت امتیازی متوازن^۱ به ارزیابی کارخانه‌های خود پرداخت و بدین منظور ماتریس تصمیم‌گیری جدول ۲-۴۳ را تشکیل داد:

جدول ۲-۴۳: ماتریس تصمیم‌گیری کارخانجات زیرمجموعه

شاخص‌ها گزینه‌ها	مالی (+)	مشتری (+)	رشد و یادگیری (+)	فرآیند داخلی (+)
A	۰/۶۰۶	۰/۳۱۶	۰/۴۵۴	۰/۷۵۱
B	۰/۶۰۳	۰/۶۰۲	۰/۴۵۱	۰/۱۰۴
C	۰/۲۳۰	۰/۶۲۰	۰/۵۲۷	۰/۸۵۷
D	۰/۵۷۷	۰/۲۸۴	۰/۷۰۲	۰/۳۵۵
E	۰/۹۰۷	۰/۴۵۴	۰/۷۴۹	۰/۳۴۵

با استفاده از روش آنالیز، وزن هر یک از شاخص‌ها را مشخص نمایید.

۳- فردی جهت خرید یک دستگاه اتومبیل، دو معیار کیفیت و مصرف سوخت را در نظر گرفته است و ۴ گزینه را نیز تعیین کرده است. با توجه به اطلاعات موجود در مورد هر یک از خودروها، ماتریس مقایسات زوجی بر مبنای دو معیار، به صورت جدول ۴۴-۲ و ۴۵-۲ تشکیل شده است:

جدول ۴۴-۲: ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای کیفیت

کیفیت	پژو ۲۰۶	پراید	تندر ۹۰	پژو ۴۰۵
پژو ۲۰۶	۱	۳	۱	۲
پراید	۰/۳۳۳	۱	۰/۳۳۳	۰/۶۶۷
تندر ۹۰	۱	۳	۱	۲
پژو ۴۰۵	۰/۵۰۰	۱/۵۰۰	۰/۵۰۰	۱

جدول ۴۵-۲: ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای مصرف سوخت

مصرف سوخت	پژو ۲۰۶	پراید	تندر ۹۰	پژو ۴۰۵
پژو ۲۰۶	۱	۱	۰/۶۶۷	۰/۵۰۰
پراید	۱	۱	۰/۶۶۷	۰/۵۰۰
تندر ۹۰	۱/۵۰۰	۱/۵۰۰	۱	۰/۷۵۰
پژو ۴۰۵	۲	۲	۱/۳۳	۱

وزن هر یک از اتومبیل‌ها را در ماتریس‌های فوق، با استفاده از روش مجموع سطری، مجموع ستونی، میانگین حسابی و میانگین هندسی محاسبه نمایید.

۴- مدیر یک پروژه ساختمانی قصد دارد جهت زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه، به وزن‌دهی فعالیت‌های پروژه‌ی خود پردازد و بدین منظور سه شاخص هزینه، مدت زمان فعالیت و سختی کار را در نظر گرفته است و ماتریس تصمیم‌گیری خود را به صورت جدول ۴۶-۲ تعیین نموده است:

جدول ۲-۴۶: ماتریس تصمیم گیری وزن دهی فعالیت های پروژه

فعالیت	هزینه (ریال) (-)	مدت زمان فعالیت (روز) (-)	سختی کار (-)
A	۵۰۰۰۰۰	۱۱	زیاد
B	۳۷۵۰۰۰	۲۲	متوسط
C	۴۲۰۰۰۰	۱۳	خیلی زیاد
D	۶۳۰۰۰۰	۱۶	کم
E	۵۷۵۰۰۰	۸	خیلی کم

با توجه به مفروضات جدول ۲-۴۶:

- ماتریس تصمیم گیری فعالیت های پروژه را با استفاده از طیف ساعتی کمی نمایید.
- ماتریس تصمیم گیری کمی را با استفاده از روش خطی و نرم اقلیدسی بی مقیاس نمایید.
- با استفاده از روش آنتروپی شانون وزن هر یک از معیارها را محاسبه نمایید.

۵- یک شرکت تولید کننده ی لوازم خانگی به تدوین برنامه راهبردی برای خود پرداخته است و بدین منظور جهت ۵ سال آینده ی خود ۴ استراتژی تدوین نموده است که به صورت زیر می باشد:

C1: ارائه محصول جدید به بازار

C2: ارتقا سطح خدمات پس از فروش

C3: ایجاد نظام مدیریت کیفیت جامع

C4: برقراری نظام ارزیابی سلسله مراتبی

در ادامه جهت تدوین برنامه کوتاه مدت خود برای سال اول برنامه به اولویت بندی استراتژی های فوق پرداخته است و با نظرخواهی از مدیران شرکت، ماتریس مقایسه زوجی بین استراتژی ها را تدوین نموده است که به صورت جدول ۲-۴۷ می باشد:

جدول ۲-۴۷: ماتریس مقایسه زوجی بین استراتژی ها

	C1	C2	C3	C4
C1	-	۰/۲	۰/۵	۰/۶۶
C2	۵	-	۲/۵	۳
C3	۲	۰/۴	-	۱/۳۳
C4	۱/۵	۰/۳۳	۰/۷۵	-

با توجه به ماتریس مقایسه زوجی استراتژی‌ها:

- با استفاده از روش بردار ویژه، وزن استراتژی‌ها را محاسبه نمایید.
- با استفاده از روش حداقل مربعات، وزن استراتژی‌ها را محاسبه نمایید.
- با استفاده از روش حداقل مربعات لگاریتمی، وزن استراتژی‌ها را محاسبه نمایید.

۶- ماتریس مقایسات زوجی بین سه معیار یک مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره به صورت زیر است:

$$\begin{array}{c}
 C_1 \quad C_2 \quad C_3 \\
 \begin{array}{l}
 C_1 \left[\begin{array}{ccc}
 1 & 3 & 8 \\
 0,333 & 1 & 0,333 \\
 0,125 & 3 & 1
 \end{array} \right] \\
 C_2 \\
 C_3
 \end{array}
 \end{array}$$

با استفاده از روش بردار ویژه، حداقل مربعات و حداقل مربعات لگاریتمی، وزن هر یک از معیارها را محاسبه نمایید.

مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه غیر جبرانی



۳-۱- مقدمه

در این فصل به بیان روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه غیر جبرانی پرداخته می‌شود. در روش‌های غیر جبرانی، به هنگام انتخاب، بین شاخص‌ها مبادله‌ای انجام نمی‌گیرد. بدین صورت که ضعف یک گزینه در یک شاخص بوسیله‌ی مزیت آن گزینه در شاخصی دیگر جبران نمی‌شود. در این گونه روش‌ها، هر یک از شاخص‌ها به صورت جداگانه مبنای ارزیابی قرار می‌گیرند. روش‌های غیر جبرانی همچون روش ماکسی‌مین^۱، ماکسی‌ماکس^۲، تسلط^۳ و غیره می‌باشند که در ادامه به توضیح آن‌ها پرداخته می‌شود.

۳-۲- روش تسلط

یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه غیر جبرانی، روش تسلط می‌باشد که بیشتر برای فیلتر کردن گزینه‌ها قبل از انتخاب نهایی استفاده می‌شود. در این روش، گزینه‌ها دو به دو با یکدیگر مقایسه می‌شوند. اگر گزینه‌ای نسبت به گزینه‌ی دیگر در همه‌ی شاخص‌ها بهتر یا برابر باشد به‌عنوان گزینه مسلط انتخاب می‌شود و گزینه‌ی دیگر به‌عنوان گزینه غیرمسلط شناخته شده و حذف می‌گردد.

-
- 1- Maximin
 - 2- Maximax
 - 3- Dominance

برای انجام این روش ابتدا دو گزینه از میان m گزینه انتخاب می‌شوند و در تمام شاخص‌ها این دو گزینه مقایسه می‌شوند و گزینه مسلط و غیرمسلط مشخص شده و گزینه غیرمسلط حذف می‌شود. در ادامه گزینه مسلط با گزینه‌ی دیگری مقایسه می‌شود و این کار تا $(m - 1)$ حالت ادامه پیدا می‌کند تا گزینه‌های غیر مسلط مشخص شده و حذف شوند.

مثال ۳-۱: یک شرکت پیمان‌کاری صنعت معدن قصد اجاره‌ی یک معدن آهن را دارد. با توجه به معادن موجود در کشور، این شرکت ابتدا شاخص‌هایی را جهت انتخاب خود برگزید و با استفاده از نظر کارشناسان خود در ادامه تعدادی از گزینه‌ها را فیلتر کرد و قصد دارد در مزایده معدن برتر شرکت نماید. نظر کارشناسان در مورد هر یک از معادن موجود در جدول ۳-۱ نشان داده شده است:

جدول ۳-۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب معدن

شاخص‌ها معدن	جنس سنگ آهن (+)	درصد آهن (+)	کیفیت منابع انسانی منطقه (+)	دسترسی به امکانات (آب، برق و ...) (+)	هزینه اجاره (میلیون ریال) (-)
A	متوسط	۴۲	متوسط	زیاد	۴۷۰
B	خوب	۲۸	بد	متوسط	۵۰۰
C	خیلی خوب	۴۵	خوب	خیلی زیاد	۳۲۰
D	متوسط	۳۷	خوب	بد	۳۱۰

با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش تسلط، گزینه‌های مناسب را جهت شرکت در مزایده انتخاب نمایید.

حل: در این روش ابتدا گزینه‌ها به صورت دو به دو با یکدیگر مقایسه می‌شوند و گزینه‌های مغلوب مشخص می‌شود. ابتدا معادن A و B با یکدیگر مقایسه می‌شوند که معدن A در چهار معیار درصد آهن، کیفیت منابع انسانی منطقه، دسترسی به امکانات و هزینه اجاره برتری دارد و معدن B نیز در یک معیار جنس سنگ آهن برتر است. بنابراین با توجه به این که هر دو معدن در حداقل یک شاخص برتری دارند می‌توان بیان داشت که هیچ کدام از معادن حذف نمی‌شوند.

در ادامه معدن A و C مقایسه می‌شوند و مشخص می‌شوند که معدن C در همه‌ی شاخص‌ها نسبت به معدن A برتری دارد و می‌توان معدن A را حذف نمود که در جدول ۳-۲ نشان داده شده است.

جدول ۳-۲: ماتریس تصمیم گیری بدون مغلوب اول

شاخص ها / معادن	جنس سنگ آهن	درصد آهن	کیفیت منابع انسانی منطقه	دسترسی به امکانات (آب، برق و ...)	هزینه اجاره (میلیون ریال)
B	خوب	۲۸	بد	متوسط	۵۰۰
C	خیلی خوب	۴۵	خوب	خیلی زیاد	۳۲۰
D	متوسط	۳۷	خوب	بد	۳۱۰

مقایسه معدن B و C نشان داد که معدن C در ۵ شاخص برتری دارد. بنابراین معدن C غالب و معدن B مغلوب می باشد و همان طور که در جدول ۳-۳ نشان داده شده است، معدن B حذف می شود.

جدول ۳-۳: ماتریس تصمیم گیری بدون مغلوب دوم

شاخص ها / معادن	جنس سنگ آهن	درصد آهن	کیفیت منابع انسانی منطقه	دسترسی به امکانات (آب، برق و ...)	هزینه اجاره (میلیون ریال)
C	خیلی خوب	۴۵	خوب	خیلی زیاد	۳۲۰
D	متوسط	۳۷	خوب	بد	۳۱۰

در انتها به مقایسه معدن C و D پرداخته می شود. این مقایسه نشان می دهد که معدن C در ۳ معیار جنس سنگ آهن، درصد آهن و دسترسی به امکانات دارای برتری می باشد و در شاخص هزینه اجاره معدن D برتری دارد و در شاخص کیفیت منابع انسانی منطقه نیز دو معدن برابر می باشند. بنابراین هر دو معدن C و D غالب می باشند و شرکت می تواند در مزایده هر دو معدن شرکت نماید.

۳-۳- روش ماکسی مین

یکی دیگر از روش های غیر جبرانی روش ماکسی مین می باشد که به صورت بدبینانه اقدام به انتخاب گزینه می کند. بدین منظور تصمیم گیری بر مبنای ضعیف ترین شاخص انجام می گیرد و برای مواردی که نیاز به تصمیم گیری با ریسک پایین دارد، مناسب است.

مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم و بی مقیاس کردن آن به روش خطی (در این مرحله، همه ی شاخص ها بایستی مثبت گردد).

قدم دوم: برای هر گزینه کم‌ترین مقدار شاخص‌ها تعیین می‌شود.

قدم سوم: حداکثر مقادیر بدست آمده در قدم دوم (کم‌ترین مقدار شاخص‌ها) به عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود.

مثال ۳-۲: شهرداری یک کلان‌شهر جهت انتخاب محل کارخانه‌ی بازیافت زباله‌های شهری ۴ مکان را در نظر گرفته است و قصد دارد به انتخاب محل مناسب پردازد. کارشناسان شهرداری ۵ عامل را به عنوان شاخص‌های ارزیابی خود در نظر گرفتند که در جدول ۳-۴ نشان داده شده است.

جدول ۳-۴: شاخص‌های ارزیابی مثال ۳-۲

شاخص‌ها	هزینه احداث (-)	فاصله از شهر (+)	میزان بارش باران (-)	مساحت زمین (+)	هزینه حمل و نقل (-)
	C_1	C_1	C_1	C_1	C_2

در ادامه با استفاده از نظر کارشناسان به بررسی چهار محل ارزیابی پرداخته شد که در جدول ۳-۵ نشان داده شده است:

جدول ۳-۵: ماتریس تصمیم‌گیری مثال ۳-۲

C_2	C_1	C_1	C_1	C_1	شاخص‌ها مکان‌ها
۱۵۰۰	۹	۲۰	۴۲	۳	A_1
۲۷۰۰	۶	۱۸	۳۵	۵	A_2
۲۰۰۰	۷	۲۱	۴۹	۵/۵	A_3
۱۸۰۰	۵	۲۰	۳۸	۶/۵	A_4

با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش ماکسی مین به رتبه‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل: در این روش ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری به روش خطی نرمالیزه می‌شود و سپس میزان حداقل هر یک از گزینه‌ها مشخص می‌شود و بر مبنای آن‌ها رتبه‌بندی انجام می‌گیرد. مراحل کار و نتایج در جدول ۳-۶ مشخص شده است.

جدول ۳-۶: ماتریس تصمیم‌گیری نرمالیزه و رتبه‌بندی گزینه‌ها

رتبه‌بندی	Min	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	شاخص‌ها مکان‌ها
۱	۰/۸۵۷	۱	۱	۰/۹۰۰	۰/۸۵۷	۱	A_1
۲	۰/۵۵۶	۰/۵۵۶	۰/۶۶۷	۱	۰/۷۱۴	۰/۶۰۰	A_2
۳	۰/۵۴۵	۰/۷۵۰	۰/۷۷۸	۰/۸۵۷	۱	۰/۵۴۵	A_3
۴	۰/۴۶۱	۰/۸۳۳	۰/۵۵۶	۰/۹۰۰	۰/۷۷۵	۰/۴۶۱	A_4

با توجه به جدول ۳-۶، مکان A_1 رتبه اول را بدست می‌آورد.

۳-۴- روش ماکسی ماکس

در این روش بر خلاف روش ماکسی مین، به صورت خوش‌بینانه اقدام به انتخاب گزینه می‌شود. بدین منظور تصمیم‌گیری بر مبنای قوی‌ترین شاخص انجام می‌گیرد و برای مواردی که نیاز به تصمیم‌گیری با ریسک بالا دارد، مناسب است.

مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم و بی‌مقیاس کردن آن به روش خطی (در این مرحله، همه‌ی شاخص‌ها بایستی مثبت گردد).

قدم دوم: برای هر گزینه بیش‌ترین مقدار شاخص‌ها تعیین می‌شود.

قدم سوم: حداکثر مقادیر بدست آمده در قدم دوم (بیش‌ترین مقدار شاخص‌ها) به عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود.

نکته: با توجه به این که نتایج دو روش ماکسی مین و ماکسی ماکس در حالت بدبینانه و خوش‌بینانه می‌باشد، می‌توان نتایج این دو روش را با یکدیگر ترکیب کرد.

مثال ۳-۳: یک شرکت نفتی جهت احداث کارخانه نمک‌زدایی از نفت خام، سه محل را در نظر گرفته است و بر مبنای پنج معیار تخصصی به ارزیابی محل‌های موردنظر پرداخته است. ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب محل موردنظر در جدول ۳-۷ نشان داده شده است:

جدول ۳-۷: ماتریس تصمیم‌گیری مثال ۳-۳

شاخص‌ها / حوزه نفتی	درصد حجم آب (+)	میزان نفت مخزن ($\times 10^6$) (+)	میزان تولید نفت خام (+)	طول عمر حوزه نفتی (+)	هزینه ساخت (-)
A	۰/۸	۶۲۷	۲۵۰۰۰	۹۶	۶۰۰
B	۰/۴	۲۲۰	۱۷۰۰۰	۵۱	۳۵۰
C	۱	۱۱۹	۳۰۰۰	۱۵۳	۱۷۰

با استفاده از روش ماکسی ماکس به رتبه‌بندی حوزه‌های نفتی پردازید.

حل: در این روش ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری به روش خطی نرمالیزه می‌شود و سپس میزان حداکثر هر یک از گزینه‌ها مشخص می‌شود و بر مبنای آن‌ها رتبه‌بندی انجام می‌گیرد. مراحل انجام کار و رتبه‌بندی در جدول ۳-۸ مشخص شده است:

جدول ۳-۸: ماتریس تصمیم‌گیری نرمالیزه مثال ۳-۳

شاخص‌ها / حوزه نفتی	درصد حجم آب	میزان نفت مخزن ($\times 10^6$)	میزان تولید نفت خام	طول عمر حوزه نفتی	هزینه ساخت	MAX	رتبه‌بندی
A	۰/۸۰۰	۱	۱	۰/۶۲۷	۰/۲۸۳	۱	۱
B	۰/۴۰۰	۰/۳۵۱	۰/۶۸۰	۰/۳۳۳	۰/۴۸۶	۰/۶۸۰	۲
C	۱	۰/۱۹۰	۰/۱۲۰	۱	۱	۱	۱

با توجه به جدول ۳-۸، حوزه نفتی A و C رتبه اول را بدست می‌آورد.

۳-۵- روش رضایت‌بخش شمول^۱

در این روش، تصمیم‌گیری وابسته به نظر فرد تصمیم‌گیرنده می‌باشد. بدین منظور، تصمیم‌گیرنده سطح استاندارد هر یک از شاخص‌ها را مشخص می‌کند و بر مبنای آن گزینه‌های غیرمدعی حذف می‌شوند. در صورتی که این سطح استاندارد خیلی سهل‌گیرانه باشد ممکن است هیچ گزینه‌ای حذف نشود و در صورتی که خیلی سخت‌گیرانه باشد این امکان وجود دارد که تعداد زیادی از گزینه‌ها حذف شود.

مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول: تصمیم‌گیرنده سطح قابل قبول (استاندارد) برای هر یک از شاخص‌ها را مشخص می‌کند.

قدم دوم: در این مرحله هر گزینه در هر یک از شاخص‌ها با سطح استاندارد بررسی می‌شود. جهت شاخص‌های مثبت، سطح استاندارد تعیین شده میزان حداقل آن شاخص است و برای شاخص‌های منفی این سطح استاندارد برابر حداکثر میزان شاخص مورد نظر می‌باشد. در صورتی که حتی در یک شاخص در سطح قابل قبول قرار نگیرد آن گزینه حذف می‌شود و در صورتی که در سطح قابل قبول قرار گیرد پذیرفته می‌شود.

تذکره: این روش بیشتر جهت غربال کردن گزینه‌ها استفاده می‌شود.

مثال ۳-۴: یک شرکت تولیدکننده‌ی مواد غذایی جهت تولید محصول خود نیاز به یک نوع ماده نگهدارنده دارد. این شرکت امکان خرید از سه تولیدکننده‌ی این ماده را دارد و به همین دلیل بر مبنای چهار شاخصی که وزارت بهداشت اعلام کرده است به انتخاب ماده مورد نظر پرداخته است. ماتریس تصمیم‌گیری خرید ماده نگهدارنده در جدول ۳-۹ نشان داده شده است:

جدول ۳-۹: ماتریس تصمیم‌گیری خرید ماده نگهدارنده

C_4 (+)	C_2 (-)	C_1 (-)	C_3 (+)	شاخص‌ها گزینه‌ها
۱۵۰۰	۲۰۰۰۰	۲/۹	۵/۲	A
۳۰۰۰	۱۸۰۰۰	۳/۷	۵/۵	B
۲۱۴۰	۲۱۰۰۰	۴/۵	۴/۷	C

همچنین شرکت در انتخاب ماده نگهدارنده‌ی مناسب بایستی به استاندارد وزارت بهداشت نیز توجه نماید. به همین دلیل استاندارد وزارت بهداشت برای این نوع ماده نگهدارنده به صورت جدول ۳-۱۰ می‌باشد:

جدول ۳-۱۰: سطح حداکثر یا حداقل هر یک از شاخص‌ها

C_4 (+)	C_2 (-)	C_1 (-)	C_3 (+)	شاخص‌ها
۲۱۵۴	۲۰۲۵۰	۴/۷	۵/۳	سطح استاندارد

حال با استفاده از روش رضایت‌بخش شمول به انتخاب ماده نگهدارنده مناسب پردازید.

حل : جهت انتخاب با استفاده از روش رضایت‌بخش شمول بایستی هر یک از گزینه‌ها با سطح استاندارد مقایسه شود. در مقایسه گزینه A با سطح استاندارد مشخص می‌شود، به دلیل این که مقدار گزینه‌ی A در معیار C_1 کمتر از سطح استاندارد می‌باشد بنابراین این گزینه حذف می‌شود. در مقایسه گزینه B با سطح استاندارد مشخص می‌شود، با توجه این که مقدار گزینه‌ی B در همه‌ی معیارها در سطح استاندارد می‌باشد بنابراین این گزینه انتخاب می‌شود. در مقایسه گزینه C با سطح استاندارد مشخص می‌شود، به دلیل این که مقدار گزینه‌ی C در معیارهای C_1 ، C_2 و C_3 در سطح استاندارد نمی‌باشد بنابراین این گزینه حذف می‌شود و در نهایت گزینه‌ی B انتخاب می‌شود.

۳-۶- روش لکسیکوگراف^۱

در این روش، تصمیم‌گیری بر مبنای مهم‌ترین شاخص انجام می‌گیرد. در بسیاری از تصمیم‌گیری‌ها، برخی از شاخص‌ها از نظر تصمیم‌گیرنده دارای اهمیت بیشتری می‌باشد به عنوان مثال معمولاً در خرید تلفن همراه، "آنتن‌دهی" دارای اهمیت بیشتری برای خریدار است. به همین دلیل در روش لکسیکوگراف، تصمیم‌گیری بر مبنای مهم‌ترین شاخص انجام می‌گیرد. مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول : در این مرحله مهم‌ترین شاخص از نظر تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود.

قدم دوم : گزینه‌ها براساس مهم‌ترین شاخص مقایسه می‌شوند. گزینه با بالاترین مقدار در شاخص مربوطه انتخاب می‌شود.

قدم سوم : در صورتی که دو یا چند گزینه در مرحله‌ی قبل دارای بالاترین ارزش باشند، در مهم‌ترین شاخص بعدی مقایسه می‌شوند و گزینه‌ای که دارای ارزش بالاتری باشد انتخاب می‌شود.

مثال ۳-۵ : مدیرعامل یک شرکت پیمانکاری جهت انتخاب پروژه‌های خود، چهار شاخص ارزیابی کلی در نظر می‌گیرد و پروژه‌هایی که در سطح مطلوبی قرار دارند را انتخاب می‌نماید و در جلسه‌ی هیئت مدیره مطرح می‌کند. با توجه به شرایط نابسامان اقتصادی، مدیریت شرکت، شاخص "هزینه‌ها" را به عنوان مهم‌ترین عامل در نظر می‌گیرد و پس از آن، "مدت زمان پروژه" را به عنوان دومین شاخص در نظر می‌گیرد. مدیرعامل قصد دارد در جلسه‌ی آینده هیئت‌مدیره ۶ پروژه جدید را مطرح نماید و به انتخاب پروژه‌ی مناسب بپردازد. ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پروژه به صورت جدول ۳-۱۱ است:

جدول ۳-۱۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پروژه در مثال ۳-۵

فاصله از دفتر مرکزی (Km) (-)	سرمایه‌گذاری اولیه (میلیون ریال) (-)	هزینه (میلیون ریال) (-)	مدت زمان (-)	شاخص‌ها پروژه
۴۵۰	۲۰۰	۴۸۰	۱۲	A
۱۰۲۰	۲۹۰	۷۵۰	۹	B
۲۷۰	۳۲۰	۶۳۰	۱۶	C
۱۶۰	۱۱۰	۳۰۰	۸	D
۳۰۰	۱۵۰	۴۱۰	۶	E
۴۰	۸۰	۳۰۰	۱۰	F

با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش لکسیکوگراف به انتخاب پروژه مناسب پردازید.

حل : همانطور که بیان شد هیئت مدیره ابتدا بر مبنای شاخص هزینه به انتخاب می‌پردازد و سپس عامل مدت زمان پروژه را بررسی می‌نماید. با توجه به این که عامل هزینه یک معیار منفی می‌باشد، بنابراین پروژه با کمترین هزینه انتخاب می‌شود. با توجه به هزینه‌ی پروژه‌ها، پروژه‌ی D و F با ۳۰۰ میلیون ریال دارای کمترین هزینه می‌باشند و انتخاب می‌شوند. در مرحله‌ی دوم مدت زمان پروژه مورد بررسی قرار می‌گیرد. این معیار هم یک معیار منفی می‌باشد و هر پروژه‌ای که مدت زمان کمتری داشته باشد انتخاب می‌شود. از بین دو پروژه‌ی D و F، پروژه‌ی D در مدت زمان کمتری به انجام می‌رسد و انتخاب می‌شود.

۳-۷- روش حذف^۱

در این روش شاخص‌های مهم و دارای اولویت و سطح ایده‌آل هر یک مشخص می‌شود و بر مبنای آن گزینه‌ها بررسی می‌شود و گزینه‌هایی که در سطح ایده‌آل قرار نگیرند حذف می‌شوند. مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول : در این مرحله سطح استاندارد (ایده‌آل) برای هر یک از شاخص‌های اولویت بالاتر در نظر گرفته می‌شود. جهت تعیین سطح استاندارد می‌توان از نظر تصمیم‌گیرنده، خبرگان و یا استانداردهای جهانی استفاده نمود.

قدم دوم : در این مرحله یکی از شاخص‌ها که قدرت تمایز بیشتری نسبت به دیگر شاخص‌ها دارد، در نظر گرفته می‌شود و همه‌ی گزینه‌ها در آن شاخص با سطح استاندارد بررسی شده و در صورتی که در سطح استاندارد نباشند حذف می‌شوند. در ادامه شاخص‌های دیگر نیز به طور مشابه و بر مبنای قدرت تمایز بررسی می‌شوند.

تذکره: تفاوت این روش با روش لکسیکوگراف در این است که در این روش گزینه‌ها اگر سطح استاندارد را رعایت نکنند حذف می‌شوند، در حالی که در روش لکسیکوگراف تنها بر مبنای شاخص برتر بین گزینه‌ها مقایسه انجام می‌گیرد.

مثال ۳-۶: مدیر یک شرکت تولیدی قصد دارد تا یک خودرو باربری برای حمل و نقل مواد خود خریداری نماید. بدین منظور چند معیار را برای ارزیابی خودروها تعیین کرده است و برای هر کدام یک سطح استاندارد مشخص کرده است که در جدول ۳-۱۲، ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب ماشین و سطح استاندارد معیارها تعیین شده است:

جدول ۳-۱۲: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب ماشین حمل و نقل

شاخص‌ها / گزینه	قیمت (-)	مصرف سوخت (-)	ایمنی (+)	حداکثر سرعت (+)
A_1	۱۸۰	۱۰	۵	۱۱۰
A_2	۱۴۰	۱۱	۳	۱۲۵
A_3	۱۵۰	۱۰/۵	۷	۱۲۵
A_4	۱۶۰	۱۴	۲	۱۴۰
استاندارد	۱۶۵	۱۱	۵	۱۲۰

با توجه به رویکرد شرکت، شاخص قیمت بیشترین اهمیت را برای سازمان دارد و پس از آن به ترتیب مصرف سوخت، ایمنی و حداکثر سرعت قرار دارد. حال با استفاده از روش حذف به انتخاب خودرو مناسب پردازید.

حل: در این روش، هر یک از شاخص‌ها در نظر گرفته می‌شود و به بررسی گزینه‌ها پرداخته می‌شود. در معیار قیمت، گزینه‌ی A_1 حذف می‌شود و در معیار مصرف سوخت، با توجه به سطح استاندارد، گزینه‌ی A_4 حذف می‌شود. در بررسی معیار ایمنی، گزینه‌ی A_3 حذف می‌گردد و در نهایت در بررسی معیار حداکثر سرعت نیز گزینه‌ی باقیمانده‌ی دیگری حذف نمی‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که گزینه‌ی A_2 انتخاب می‌شود.

۳-۸- روش جایگشت^۱

روش جایگشت با استفاده از جایگشت کلیه حالت‌های رتبه‌بندی گزینه‌ها، به رتبه‌بندی آن‌ها می‌پردازد. در این روش حالت‌های مختلف رتبه‌بندی گزینه‌ها مشخص می‌شود و از میان حالت‌های مختلف رتبه‌بندی، بهترین ترتیب رتبه‌بندی را انتخاب می‌نماید. مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و بردار وزن شاخص‌ها

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{m1} & \cdots & f_{mn} \end{bmatrix}$$

$$W = [w_1 \quad \cdots \quad w_n]$$

قدم دوم: تعیین کلیه حالت‌هایی که گزینه‌ها می‌توانند نسبت به یکدیگر رتبه‌بندی شوند.

قدم سوم: تشکیل ماتریس وزن برای هر حالت رتبه‌بندی

درایه‌های ماتریس وزن، برابر مجموع وزن شاخص‌هایی می‌باشد که گزینه سطر بر گزینه ستون برتری دارد و یا مساوی هستند.

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1} & \cdots & g_{mn} \end{bmatrix}$$

$$g_{kl} = \sum_{i=1}^n w_i \quad \text{if: } f_{ki} \geq f_{li}$$

قدم چهارم: محاسبه شاخص T

جهت محاسبه شاخص T از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$T = (\text{مجموع اوزان پایین قطر}) - (\text{مجموع اوزان بالای قطر})$$

قدم پنجم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در این مرحله با توجه به مقدار T به رتبه‌بندی پرداخته می‌شود. ترکیبی از گزینه‌ها که مقدار T بیشتری دارد انتخاب می‌شود.

مثال ۳-۷: سازمان گردشگری ایران قصد دارد بر مبنای شاخص‌های گردشگری به انتخاب بهترین شهر ایران پردازد و بدین منظور چهار معیار را به عنوان معیارهای ارزیابی خود در نظر گرفت و به رتبه‌بندی شهرها پرداخت. بر مبنای شاخص‌های ارزیابی، ماتریس تصمیم‌گیری به صورت جدول ۳-۱۳ تشکیل شده است:

جدول ۳-۱۳: ماتریس تصمیم‌گیری مثال ۳-۷

تعداد آثار تاریخی ملی (+)	وضعیت جاده‌ها (+)	تعداد مهمانسرا (+)	تعداد هتل (+)	شاخص‌ها گزینه‌ها	
				همدان	A_1
۱۴	خوب	۵۹	۱۲	شیراز	A_2
۱۶	خوب	۴۲	۳۴	اصفهان	A_3
۱۳	متوسط	۶۸	۳۷		

همچنین با توجه به نظر کارشناسان سازمان نیز وزن هر یک از شاخص‌های ارزیابی و میزان اهمیت آن‌ها در نظر گردشگران مشخص شد که در جدول ۳-۱۴ نشان داده شده است:

جدول ۳-۱۴: وزن معیارهای مثال ۳-۷

تعداد آثار تاریخی ملی (+)	وضعیت جاده‌ها (+)	تعداد مهمانسرا (+)	تعداد هتل (+)	شاخص‌ها
۰/۱	۰/۳	۰/۲	۰/۴	وزن

حال با استفاده از روش جایگشت، به رتبه‌بندی شهرهای موردنظر پردازید.

حل:

قدم اول: در این مرحله بایستی ماتریس تصمیم‌گیری و وزن معیارها تعیین شود که در جدول ۳-۱۳ و ۳-۱۴ مشخص شده است.

قدم دوم: در این مرحله کلیه حالت‌هایی که گزینه‌ها نسبت به هم می‌توانند رتبه‌بندی شوند مشخص می‌شود که در جدول ۳-۱۵ نشان داده شده است:

جدول ۳-۱۵: حالات مختلف رتبه بندی

اولویت بندی	
$A_1 > A_r > A_r$	P_1
$A_1 > A_r > A_r$	P_2
$A_r > A_1 > A_r$	P_3
$A_r > A_r > A_1$	P_4
$A_r > A_1 > A_r$	P_5
$A_r > A_r > A_1$	P_6

قدم سوم : در ادامه نیز ماتریس وزن برای هر یک از حالات رتبه بندی تشکیل می شود که در جداول ۳-۱۶ تا ۳-۲۱ نشان داده شده است.

جدول ۳-۱۶: ماتریس وزن حالت P_1

P_1	A_1	A_r	A_r
A_1	-	۰/۵	۰/۴
A_r	۰/۸	-	۰/۴
A_r	۰/۶	۰/۶	-

جدول ۳-۱۷: ماتریس وزن حالت P_2

P_2	A_1	A_r	A_r
A_1	-	۰/۴	۰/۵
A_r	۰/۶	-	۰/۶
A_r	۰/۸	۰/۴	-

جدول ۳-۱۸: ماتریس وزن حالت P_3

P_3	A_r	A_1	A_r
A_r	-	۰/۸	۰/۴
A_1	۰/۵	-	۰/۴
A_r	۰/۶	۰/۶	-

جدول ۳-۱۹: ماتریس وزن حالت P_f

P_f	A_r	A_r	A_1
A_r	-	۰/۴	۰/۸
A_r	۰/۶	-	۰/۶
A_1	۰/۵	۰/۴	-

جدول ۳-۲۰: ماتریس وزن حالت P_d

P_d	A_r	A_1	A_r
A_r	-	۰/۶	۰/۶
A_1	۰/۴	-	۰/۵
A_r	۰/۴	۰/۸	-

جدول ۳-۲۱: ماتریس وزن حالت P_g

P_g	A_r	A_r	A_1
A_r	-	۰/۶	۰/۶
A_r	۰/۴	-	۰/۸
A_1	۰/۴	۰/۵	-

قدم چهارم: در ادامه نیز شاخص T برای هر یک از حالات رتبه‌بندی بدست می‌آید که در جدول ۳-۲۲ نشان داده شده است:

جدول ۳-۲۲: شاخص T

	اولویت‌بندی	T
P_1	$A_1 > A_r > A_r$	-۰/۷
P_1	$A_1 > A_r > A_r$	-۰/۳
P_r	$A_r > A_1 > A_r$	-۰/۱
P_f	$A_r > A_r > A_1$	۰/۳
P_d	$A_r > A_1 > A_r$	۰/۱
P_g	$A_r > A_r > A_1$	۰/۷

قدم پنجم: در این مرحله، با توجه به مقدار T هر یک از حالات، حالت P_g رتبه اول را کسب می‌کند. بنابراین اصفهان رتبه اول را کسب می‌کند و شیراز و همدان در رتبه دوم و سوم قرار می‌گیرند.

تمرینات پایان فصل

۱- خانواده‌ای قصد دارد از بین چهار اتومبیل پیشنهادی زیر یکی را انتخاب نماید. با توجه به داده‌های جدول ۳-۲۳، با استفاده از روش تسلط به انتخاب گزینه‌ی برتر پردازید.

جدول ۳-۲۳: ماتریس تصمیم‌گیری خرید اتومبیل

زیبایی (+)	ایمنی و استحکام بدنه (+)	مصرف سوخت (-)	قیمت (-)	معیارها اتومبیل
کم	متوسط	۰/۱۲	۷	A
زیاد	زیاد	۰/۰۷	۵	B
متوسط	کم	۰/۱۵	۴/۵	C
متوسط	خیلی زیاد	۰/۰۹	۴/۲	D

۲- مدیر یک رستوران زنجیره‌ای جهت خرید مواد اولیه مورد نیاز رستوران خود قصد دارد با یکی از فروشگاه‌های زنجیره‌ای قرارداد همکاری منعقد کند تا کلیه مواد مورد نیاز رستوران را از یک تأمین‌کننده تهیه نماید. به همین منظور سه فروشگاه را در نظر گرفت و به بررسی آن‌ها پرداخت. ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب یکی از تأمین‌کننده‌ها در جدول ۳-۲۴ نشان داده شده است:

جدول ۳-۲۴: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب تأمین‌کننده

عملکرد تحویل (+)	انعطاف‌پذیری (+)	متوسط هزینه‌ی روزانه (-)	کیفیت (+)	معیارها گزینه‌ها
خوب	متوسط	۱۴۸	خوب	A _۱
خوب	زیاد	۱۵۸	متوسط	A _۲
متوسط	کم	۱۵۳	خیلی خوب	A _۳
۰/۳	۰/۱۵	۰/۲	۰/۳۵	وزن اهمیت

با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش جایگشت به رتبه‌بندی گزینه‌ها پردازید.

۳- دولت قصد دارد به انتخاب صادرکننده‌ی برتر سال پردازد و به این منظور ۵ صادرکننده‌ی برتر را انتخاب کرده است و با تعیین ۴ معیار به ارزیابی صادرکنندگان پرداخته است. در نتیجه‌ی ارزیابی، ماتریس تصمیم‌گیری به صورت جدول ۳-۲۵ می‌باشد:

جدول ۳-۲۵: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب صادرکننده برتر

معیارها / گزینه‌ها	ارزش صادرات در سال (+)	رشد ارزش صادرات (+)	گسترده‌گی بازارهای هدف (+)	نفوذ به بازارهای جدید طی سال (+)
A_1	۲۲۵۰	۱۲/۵	۵	۱
A_2	۲۳۴۰	۱۸	۴	۱
A_3	۱۹۸۰	۲۱	۶	۲
A_4	۲۴۵۰	۹/۸	۸	۳
A_5	۲۴۵۰	۱۳	۷	۲

دولت بیان کرده است که در انتخاب صادرکننده معیار "ارزش صادرات در سال" و "رشد صادرات در سال" به ترتیب به عنوان مهم‌ترین معیارهای ارزیابی شناخته می‌شوند. حال با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش لکسیکوگراف به انتخاب صادرکننده برتر پردازید.

۴- فدراسیون فوتبال قصد دارد برای انتخاب بهترین مربی سال به ارزیابی مریمان برتر جهان پردازد. بدین منظور چهار معیار را در نظر گرفته است و بر اساس آن سه مربی برتر دنیا را که در ارزیابی اولیه انتخاب شده بودند را بر مبنای آن رتبه‌بندی کرد. ماتریس تصمیم‌گیری در جدول ۳-۲۶ نشان داده شده است:

جدول ۳-۲۶: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب مربی برتر

معیارها / گزینه‌ها	قهرمانی داخلی (+)	قهرمانی برون مرزی (+)	ثبات شغلی (+)	ویژگی مدیریتی (+)
A_1	۶	۲	۳	خوب
A_2	۳	۳	۲	متوسط
A_3	۴	۱	۴	خیلی خوب

با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش ماکسی ماکس و ماکسی مین به رتبه‌بندی گزینه‌ها پردازید.

۵- یک شرکت دولتی جهت آزمون استخدامی خود پس از برگزاری آزمون کتبی، در نهایت ۵ نفر را برای مصاحبه شفاهی دعوت کرد و پس از انجام مصاحبه، نتایج آن به صورت جدول ۳-۲۷ برای مدیریت ارسال گردید.

جدول ۳-۲۷: ماتریس تصمیم‌گیری آزمون استخدامی

سابقه کار (+)	آشنایی با مباحث تخصصی (+)	روابط اجتماعی (+)	سوابق پژوهشی (+)	آزمون کتبی (+)	معیارها گزینه‌ها
۰	۱۵	۱۵	۵۰	۹۳	A
۲	۱۶	۱۸	۹۲	۸۱	B
۵	۱۹	۱۷	۷۵	۹۸	C
۱	۱۴	۲۰	۷۱	۹۸	D
۶	۱۶	۱۹	۹۵	۸۱	E

با توجه به ماتریس فوق و با استفاده از روش تسلط، فرد یا افراد مورد نظر را جهت استخدام انتخاب نمایید. اگر اولویت با آزمون کتبی باشد با روش لکسیکوگراف کدام گزینه انتخاب می‌گردد.

۶- در صورتی که وزن اهمیت شاخص‌ها در ماتریس سوال ۵ به صورت جدول ۳-۲۸ باشد، با استفاده از روش ماکسی‌مین و جایگشت گزینه مناسب را انتخاب نمایید.

جدول ۳-۲۸: وزن معیارهای آزمون استخدامی

سابقه کار	آشنایی با مباحث تخصصی	روابط اجتماعی	سوابق پژوهشی	آزمون کتبی	وزن
۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲۵	

۷- یک سازمان دولتی جهت اجرای فرآیند مدیریت دانش در واحدهای سازمان خود یک مزایده برگزار کرده است و بدین منظور به دریافت پیشنهادات شرکت‌های مهندسی و مشاوره پرداخته است. بر مبنای تصویب هیئت مدیره، در انتخاب پیمانکار علاوه بر مبلغ پیشنهادی به معیارهای دیگری نیز توجه می‌شود و برای هر یک از معیارها سطح قابل قبولی در نظر گرفته شده است. در نهایت پس از ثبت نام متقاضیان، ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پیمانکار جهت تصمیم‌گیری هیئت مدیره به صورت جدول ۳-۲۹ است:

جدول ۳-۲۹: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پیمانکار

معیارها گزینه‌ها	مبلغ پیشنهادی (میلیون تومان) (-)	سابقه کار مرتبط (+)	کیفیت فنی پروپوزال (+)	تعداد متخصصان در کادر اجرایی (کارشناس ارشد و بالاتر) (+)
راهبرد	۲۴۰	۶	۱۸	۴
اریسا	۲۸۰	۱۰	۱۷	۵
اسپادانا	۲۵۰	۵	۱۲	۲
آبشار	۲۱۰	۴	۱۴	۳
سطح تعیین شده توسط هیئت مدیره	۲۵۰	۵	۱۴	اهمیت ندارد

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری و با استفاده از روش رضایت‌بخش شمول، به انتخاب پیمانکار اجرای مدیریت دانش پردازید.

۸- در صورتی که وزن بین معیارها در سوال ۷ به صورت جدول ۳-۳۰ باشد و هر ۴ گزینه مدنظر باشد، با استفاده از روش جایگشت به انتخاب پیمانکار مناسب پردازید.

جدول ۳-۳۰: وزن معیارهای انتخاب پیمانکار

وزن	مبلغ پیشنهادی	سابقه کار مرتبط	کیفیت فنی پروپوزال	تعداد متخصصان در کادر اجرایی
۰/۴	۰/۳	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۵

مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه جبرانی



۴-۱- مقدمه

همان‌طور که در تقسیم‌بندی مدل‌های تصمیم‌گیری اشاره شد، روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره که فرآیند تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن تمام شاخص‌ها انجام می‌دهند و کمبود یک گزینه در یک شاخص توسط برتری در سایر شاخص‌ها جبران می‌شود را روش‌های تصمیم‌گیری جبرانی می‌نامند. در این روش‌ها، تغییر منفی در یک شاخص می‌تواند توسط تغییر مثبت در شاخص‌های دیگر جبران شود. در فرآیند تصمیم‌گیری با استفاده از روش‌های جبرانی، معمولاً کلیه شاخص‌ها در نظر گرفته می‌شود و بهترین گزینه براساس کل شاخص‌ها انتخاب می‌شود. برخی روش‌های جبرانی شامل روش وزن‌دهی ساده^۱، شباهت به گزینه ایده‌آل^۲، الکتراه^۳، تخصیص خطی^۴، فرآیند تحلیل سلسله مراتبی^۵ و غیره می‌باشد که در این فصل به ارائه الگوریتم و ویژگی‌های آن‌ها پرداخته می‌شود.

-
- 1- Simple Additive Weighting (SAW)
 - 2- Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)
 - 3- Elimination et Choice Translating Reality (ELECTRE)
 - 4- Linear Assignment
 - 5- Analytical Hierarchy Process (AHP)

۲-۴- روش وزن‌دهی ساده

روش وزن‌دهی ساده یکی از ساده‌ترین روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه می‌باشد که توسط هوانگ و یون^۱ (۱۹۸۱) ارائه شده است. در این روش جهت تصمیم‌گیری تنها به ماتریس تصمیم‌گیری و بردار وزن شاخص‌های ارزیابی نیاز می‌باشد. مراحل روش SAW به شرح زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

قدم دوم: بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم‌گیری به روش خطی و تشکیل ماتریس بی‌مقیاس N_D

نکته: لازم است در این مرحله، همه‌ی شاخص‌ها به شاخص‌هایی با ماهیت مثبت تبدیل شوند.

قدم سوم: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس شده را در بردار ستونی وزن‌ها ضرب کنید تا یک بردار ستونی جدید بدست آید. بردار ستونی ایجاد شده وزن اهمیت هر یک از گزینه‌ها را نشان می‌دهد و هر چه وزن اهمیت p_i هر گزینه بیشتر باشد رتبه‌ی بالاتری کسب می‌کند.

$$P = N_D \times W$$

مثال ۴-۱: یک دانشجوی مهندسی صنایع پس از فارغ‌التحصیلی قصد انتخاب یک شغل مناسب دارد. این فرد امکان انتخاب ۴ شغل مرتبط با تخصص خود را دارد. وی جهت انتخاب شغل مناسب، پنج شاخص را به عنوان معیارهای ارزیابی خود برگزیده است و میزان هر شغل را در هر شاخص ارزیابی کرده و ماتریس تصمیم‌گیری برای پنج شاخص و چهار گزینه به صورت جدول ۴-۱ تشکیل شده است. وزن هر یک از شاخص‌ها نیز با توجه به اهمیت هر شاخص برای فرد مورد نظر در جدول ۴-۲ نشان داده شده است. با توجه به ماتریس تشکیل شده، با استفاده از روش وزن‌دهی ساده گزینه برتر را مشخص کنید.

جدول ۴-۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب شغل

شاخص‌ها گزینه‌ها	درآمد (+)	وجه اجتماعی (+)	سختی کار (-) ()	مسافت (-)	امنیت شغلی (+)
A_1	۱۵	زیاد	کم	۱۰	زیاد
A_2	۱۲	متوسط	متوسط	۳	خیلی زیاد
A_3	۲۰	خیلی زیاد	زیاد	۳۰	متوسط
A_4	۳۰	کم	خیلی زیاد	۱	کم

جدول ۴-۲: وزن شاخص ها بر مبنای نظر فرد

شاخص ها	درآمد (+)	وجه اجتماعی (+)	سختی کار (-)	مسافت (-)	امنیت شغلی (+)
وزن	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۲۵	۰/۱۲	۰/۲

حل:

قدم اول: در مرحله ی اول بایستی شاخص های کیفی به کمی تبدیل شود. بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می شود. مقادیر کمی هر یک از معیارها در جدول ۴-۳ نشان داده شده است.

توجه: در صورتی که در تبدیل شاخص ها از حالت کیفی به کمی، به منفی بودن شاخص ها توجه شود، شاخص های منفی پس از تبدیل از حالت کیفی به کمی، به شاخص مثبت تبدیل می گردد.

جدول ۴-۳: ماتریس تصمیم گیری کمی

گزینه ها	درآمد (+)	وجه اجتماعی (+)	سختی کار (+)	مسافت (-)	امنیت شغلی (+)
A_1	۱۵	۷	۷	۱۰	۷
A_2	۱۲	۵	۵	۳	۹
A_3	۲۰	۹	۳	۳۰	۵
A_4	۳۰	۳	۱	۱	۳

قدم دوم: در این مرحله به روش خطی ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس می شود که در جدول ۴-۴ نشان داده شده است. در بی مقیاس سازی لازم است همه شاخص ها مثبت گردد.

جدول ۴-۴: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس (N_D)

گزینه ها	درآمد (+)	وجه اجتماعی (+)	سختی کار (+)	مسافت (+)	امنیت شغلی (+)
A_1	۰/۵۰۰	۰/۷۷۸	۱	۰/۱۰۰	۰/۷۷۸
A_2	۰/۴۰۰	۰/۵۵۶	۰/۷۱۴	۰/۳۳۳	۱
A_3	۰/۶۶۷	۱	۰/۴۲۹	۰/۰۳۳	۰/۵۵۶
A_4	۱	۰/۳۳۳	۰/۱۴۳	۱	۰/۳۳۳

قدم سوم: در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس شده در بردار ستونی وزن معیارها ضرب می‌شود تا یک بردار ستونی جدید بدست آید. بردار ستونی ایجاد شده ضریب اهمیت هر یک از گزینه‌ها را نشان می‌دهد و هر چه ضریب اهمیت هر گزینه بیشتر باشد رتبه‌ی بالاتری کسب می‌کند.

$$\begin{bmatrix} 0/500 & 0/778 & 1/000 & 0/1000 & 0/778 \\ 0/400 & 0/556 & 0/714 & 0/333 & 1/000 \\ 0/667 & 1/000 & 0/429 & 0/033 & 0/556 \\ 1/000 & 0/333 & 0/143 & 1/000 & 0/333 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/25 \\ 0/18 \\ 0/25 \\ 0/12 \\ 0/20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/683 \\ 0/619 \\ 0/569 \\ 0/532 \end{bmatrix} = \begin{matrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{matrix}$$

با توجه به ماتریس ستونی حاصل، می‌توان بیان داشت که گزینه‌ی اول، رتبه اول را کسب کرده و به عنوان مناسب‌ترین شغل انتخاب می‌شود.

۴-۳- روش شباهت به گزینه ایده‌آل

TOPSIS یکی از پرستفاده‌ترین روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است که براساس یک منطق ساده و راحت توسط یون و هوانگ در سال ۱۹۸۱ ارائه شد. منطق این روش بدین صورت است که یک گزینه ایده‌آل^۱ و یک گزینه ضدایده‌آل^۲ تشکیل می‌دهد و گزینه‌ها را براساس کمترین فاصله از گزینه ایده‌آل و بیشترین فاصله از گزینه ضدایده‌آل اولویت‌بندی می‌کند. گزینه ایده‌آل، معمولاً گزینه‌ای است که بهتر از آن یافت نگردد و گزینه ضدایده‌آل نیز معمولاً، گزینه‌ای است که از سایر گزینه‌ها بدتر باشد. به عبارت دیگر، گزینه ایده‌آل، معیارهای سودآوری را حداکثر می‌کند و معیارهای هزینه را به حداقل می‌رساند، در حالی که گزینه ضدایده‌آل معیارهای هزینه را حداکثر می‌کند و معیارهای سود را به حداقل می‌رساند.

برای حل مسأله تصمیم‌گیری به روش *TOPSIS* بایستی مراحل زیر را انجام داد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

قدم دوم: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش نرم اقلیدسی بی‌مقیاس می‌شود و ماتریس N_D ایجاد می‌گردد.

1- Ideal

2- Anti Ideal

قدم سوم: تعیین ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V)

در این مرحله ابتدا وزن هر یک از شاخص‌ها مشخص می‌شود و یک ماتریس مربعی شامل وزن شاخص‌ها $(W_{n \times n})$ تعیین می‌گردد که درایه‌های قطر اصلی آن، وزن هر یک از شاخص‌ها می‌باشد و بقیه درایه‌ها صفر می‌باشد. در ادامه بوسیله‌ی ضرب ماتریس وزن‌ها در ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس، ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون بدست می‌آید.

$$V = N_D \times W_{n \times n}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ v_{m1} & \cdots & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: مشخص کردن گزینه ایده‌آل و گزینه ضد ایده‌آل

[بردار بهترین مقدار هر شاخص در ماتریس $V = [V_j^+ | A_j^+]$]

[بردار بدترین مقدار هر شاخص در ماتریس $V = [V_j^- | A_j^-]$]

برای شاخص‌های مثبت، بهترین مقدار همان بیشترین مقدار و بدترین مقدار، همان کمترین مقدار است. همچنین برای شاخص‌های منفی، بهترین مقدار، کمترین مقدار و بدترین مقدار، بیشترین مقدار می‌باشد.

قدم پنجم: بدست آوردن فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل و گزینه ضد ایده‌آل.

برای بدست آوردن فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل از روابط زیر استفاده می‌شود.

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_j^+)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

S_i^+ برابر با فاصله‌ی هر گزینه تا گزینه ایده‌آل می‌باشد و S_i^- برابر با فاصله‌ی هر گزینه تا گزینه‌ی ضد ایده‌آل است.

قدم ششم: محاسبه شاخص نزدیکی نسبی^۱ هر گزینه با گزینه ایده‌آل.

برای این منظور شاخص نزدیکی نسبی هر گزینه (Cl_i^*) با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید و در انتها بر اساس مقدار Cl_i^* رتبه‌بندی انجام می‌گیرد. پس از تعیین مقدار Cl_i^* برای هر یک از گزینه‌ها، گزینه‌ای که بیشترین مقدار Cl_i^* را کسب کند رتبه اول را کسب می‌کند و می‌توان بیان داشت که این گزینه بیشترین فاصله را با گزینه ضدایده‌آل و نزدیک‌ترین گزینه به گزینه ایده‌آل می‌باشد.

$$Cl_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^- + S_i^+} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

مثال ۴-۲: فردی تصمیم به خرید یک خودرو نموده است و جهت انجام تصمیم‌گیری، چهار معیار را تعیین کرده است. با توجه به محدودیت تصمیم‌گیرنده در پرداخت هزینه، چهار خودرو را به عنوان گزینه‌های خرید خود برگزید. در ادامه با توجه به نظر فرد تصمیم‌گیرنده، ماتریس تصمیم‌گیری برای چهار معیار و چهار گزینه تشکیل شده است که در جدول ۴-۵ نشان داده شده است.

جدول ۴-۵: ماتریس تصمیم‌گیری خرید خودرو

معیارها گزینه‌ها	مصرف سوخت (L/۱۰۰km) (-)	راحتی (+)	امکانات (+)	ایمنی (+)
A_1	۶	کم	کم	کم
A_2	۸	متوسط	متوسط	متوسط
A_3	۱۰	خیلی زیاد	زیاد	متوسط
A_4	۹	زیاد	خیلی زیاد	خیلی زیاد

همچنین وزن معیارهای ارزیابی نیز با توجه به نظر فرد و خبرگان مورد اعتماد فرد تصمیم‌گیرنده به صورت زیر تشکیل شده است که در جدول ۴-۶ نشان داده شده است.

جدول ۴-۶: وزن معیارهای خرید خودرو

معیارها	مصرف سوخت (-)	راحتی (+)	امکانات (+)	ایمنی (+)
وزن	۰/۰۸۱	۰/۳۰۲	۰/۳۰۲	۰/۳۱۵

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شده با استفاده از روش *TOPSIS* به اولویت‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

قدم اول: قدم اول در ابتدا ماتریس تصمیم گیری با استفاده از طیف ساعتی کمی می شود که در جدول ۴-۷ نشان داده شده است:

جدول ۴-۷: ماتریس تصمیم گیری کمی خرید خودرو

ایمنی (+)	امکانات (+)	راحتی (+)	مصرف سوخت (L/100km) (-)	معیارها / گزینه ها
۳	۳	۳	۶	A _۱
۵	۵	۵	۸	A _۲
۵	۷	۹	۱۰	A _۳
۹	۹	۷	۹	A _۴

در ادامه با توجه به الگوریتم TOPSIS به اولویت بندی خودروها پرداخته می شود:

قدم دوم: تعیین ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس: در این مرحله ماتریس تصمیم گیری به روش نرم بی-مقیاس می شود، که در جدول ۴-۸ نشان داده شده است.

جدول ۴-۸: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس خرید خودرو

ایمنی (+)	امکانات (+)	راحتی (+)	مصرف سوخت (L/100km) (-)	معیارها / گزینه ها
۰/۲۵۴	۰/۲۳۴	۰/۲۳۴	۰/۳۵۸	A _۱
۰/۴۲۳	۰/۳۹۰	۰/۳۹۰	۰/۴۷۷	A _۲
۰/۴۲۳	۰/۵۴۷	۰/۷۰۳	۰/۵۹۷	A _۳
۰/۷۶۱	۰/۷۰۳	۰/۵۴۷	۰/۵۳۷	A _۴

قدم سوم: تعیین ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس موزون (V): در این مرحله با ضرب ماتریس بی مقیاس در ماتریس وزن معیارها، ماتریس بی مقیاس موزون تشکیل می شود.

$$V = \begin{bmatrix} 0.254 & 0.234 & 0.234 & 0.254 \\ 0.423 & 0.390 & 0.390 & 0.423 \\ 0.423 & 0.547 & 0.547 & 0.423 \\ 0.537 & 0.547 & 0.703 & 0.761 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.081 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.302 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.302 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.315 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.029 & 0.071 & 0.071 & 0.080 \\ 0.039 & 0.118 & 0.118 & 0.133 \\ 0.048 & 0.212 & 0.165 & 0.133 \\ 0.043 & 0.165 & 0.212 & 0.240 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: مشخص کردن گزینه ایده‌آل و گزینه ضد ایده‌آل: جهت تعیین گزینه ایده‌آل، حداکثر مقادیر هر یک از معیارهای مثبت و حداقل مقادیر هر یک از معیارهای منفی در نظر گرفته می‌شود. برای تعیین گزینه ضد ایده‌آل نیز، به صورت بالعکس انجام می‌گیرد که در جدول ۴-۹ نشان داده شده است:

جدول ۴-۹: گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل

ایمنی (+)	امکانات (+)	راحتی (+)	مصرف سوخت (-)	
۰/۲۴۰	۰/۲۱۲	۰/۲۱۲	۰/۰۲۹	گزینه ایده‌آل (A^+)
۰/۰۸۰	۰/۰۷۱	۰/۰۷۱	۰/۰۴۸	گزینه ضد ایده‌آل (A^-)

قدم پنجم: در این مرحله فاصله‌ی هر گزینه از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل بدست می‌آید که برای نمونه فاصله‌ی گزینه‌ی اول از گزینه ایده‌آل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_1^+ = \sqrt{(0.08 - 0.24)^2 + (0.071 - 0.212)^2 + (0.071 - 0.212)^2 + (0.029 - 0.029)^2} = 0.256$$

سایر محاسبات به صورت مشابه انجام می‌شود که نتایج آن در جدول ۴-۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۴-۱۰: فاصله از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل

گزینه‌ها	فاصله از گزینه ایده‌آل S_i^+	فاصله از گزینه ضد ایده‌آل S_i^-
A_1	۰/۲۵۶	۰/۰۱۹
A_2	۰/۱۷۱	۰/۰۸۵
A_3	۰/۱۱۸	۰/۱۷۸
A_4	۰/۰۴۹	۰/۲۳۳

قدم ششم: شاخص نزدیکی نسبی هر گزینه با گزینه ایده‌آل محاسبه می‌شود و رتبه‌بندی نهایی انجام می‌گیرد که مطابق جدول ۴-۱۱ می‌باشد.

جدول ۴-۱۱: شاخص نزدیکی نسبی و رتبه‌بندی

رتبه‌بندی	شاخص شباهت CL_i	گزینه‌ها
۴	۰/۰۷۰	A_1
۳	۰/۳۳۴	A_2
۲	۰/۶۰۱	A_3
۱	۰/۸۲۵	A_4

۴-۴- روش الکره

روش الکره یا تسلط تقریبی، یک روش تصمیم‌گیری چندشاخصه جبرانی می‌باشد که به صورت غیر رتبه‌ای^۱ بنا نهاده شده است. بدین معنی که در این روش به رتبه‌بندی گزینه‌ها پرداخته نمی‌شود و تنها وضعیت برتری گزینه‌ها نسبت به یکدیگر مشخص می‌شود. در این روش $A_p \rightarrow A_q$ بیانگر این است که گزینه‌های p و q هیچ برتری نسبت به یکدیگر ندارند و تنها، تصمیم‌گیرنده ریسک انتخاب گزینه p را به ریسک انتخاب گزینه q ترجیح داده است. روش الکره از مفهوم تسلط به صورت ضمنی استفاده می‌کند و گزینه‌های موجود در تصمیم‌گیری را به صورت زوجی مقایسه می‌کند و بدین صورت گزینه‌های قوی و مسلط را شناسایی کرده و گزینه‌های ضعیف و مغلوب را حذف می‌کند.

مراحل انجام روش ELECTRE به صورت زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

قدم دوم: بی‌مقیاس‌سازی ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش نرم اقلیدسی انجام می‌گیرد.

قدم سوم: با استفاده از ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس و همچنین ماتریس قطری وزن شاخص‌ها، ماتریس بی‌مقیاس وزنی (موزون) تشکیل می‌شود. بدین منظور ابتدا وزن شاخص‌ها تعیین شده و با استفاده از آن، ماتریس مربعی وزن‌ها ($W_{n \times n}$) تعیین می‌شود. قطر اصلی ماتریس وزن‌ها، وزن هر شاخص می‌باشد و بقیه درایه‌ها صفر می‌باشد.

$$V = N_D \times W_{n \times n}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ v_{m1} & \cdots & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: در این مرحله هر یک از مولفه‌های ماتریس موزون به دو دسته‌ی هماهنگ^۲ و ناهماهنگ^۳

(موافق و ناموافق) تقسیم می‌شوند.

1- Outranking
2- Concordance
3- Discordance

مجموعه هماهنگ C_{kl} از گزینه‌های A_l و A_k شامل اندیس کلیه شاخص‌هایی می‌باشد که A_k بر A_l برتری دارد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_{kl} = \{J | x_{kj} \geq x_{lj}\} \rightarrow A_k \gg A_l \quad J = \text{مجموعه مرجع}$$

نکته: در صورتی که ۲ گزینه در یک شاخص برابر باشند، آن شاخص در مجموعه‌ی هماهنگ قرار می‌گیرد. مجموعه ناهماهنگ D_{kl} از گزینه‌های A_l و A_k شامل کلیه شاخص‌هایی می‌باشد که A_l بر A_k برتری دارد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_{kl} = \{J | x_{kj} < x_{lj}\}$$

$$D_{kl} = J - C_{kl}$$

قدم پنجم: محاسبه شاخص هماهنگ با استفاده از مجموعه هماهنگ و تشکیل ماتریس هماهنگ. درایه‌های قطر اصلی ماتریس هماهنگ صفر است و سایر درایه‌های آن نیز از مجموع وزن شاخص‌های متعلق به مجموعه هماهنگ بدست می‌آید.

$$C_{kl} = \frac{\sum_{j \in C_{kl}} W_j}{\sum_j W_j} \quad 0 \leq C_{kl} \leq 1$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & \cdots & c_{1m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & \cdots & c_{mm} \end{bmatrix} \quad \text{ماتریس هماهنگ}$$

قدم ششم: محاسبه شاخص ناهماهنگ با استفاده از مجموعه ناهماهنگ و تشکیل ماتریس ناهماهنگ. درایه‌های ماتریس مربعی ناهماهنگ از عناصر ماتریس بی‌مقیاس موزون V بدست می‌آید و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d_{kl} = \frac{\max_{j \in D_{kl}} |V_{kj} - V_{lj}|}{\max_j |V_{kj} - V_{lj}|} \quad 0 \leq d_k \leq 1$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & \cdots & d_{1m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & \cdots & d_{mm} \end{bmatrix} \quad \text{ماتریس ناهماهنگ}$$

قدم هفتم: تعیین عدد آستانه^۱ موافق و تشکیل ماتریس تسلط موافق (F)

در این قسمت یک مقدار مشخص برای شاخص هماهنگ مشخص می شود و به عنوان عدد آستانه موافق شناخته می شود. عدد آستانه موافق با میانگین گیری شاخص های هماهنگ (توافق) تشکیل می شود. جهت بدست آوردن عدد آستانه موافق از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$\bar{c} = \frac{\sum \sum C_{kl}}{m(m-1)}$$

در ادامه ماتریس تسلط موافق (F)، که یک ماتریس صفر و یک می باشد، با توجه به اعداد آستانه موافق تشکیل می شود. اگر C_{kl} بزرگتر از مقدار \bar{c} باشد می توان بیان داشت که گزینه k بر گزینه l برتری دارد. در غیر این صورت گزینه k بر گزینه l برتری ندارد. جهت مشخص کردن درایه های ماتریس تسلط موافق از روابط زیر استفاده می شود:

$$f_{kl} = \begin{cases} 1 & C_{kl} \geq \bar{c} \\ 0 & C_{kl} < \bar{c} \end{cases}$$

بایستی توجه داشت که در تحلیل مسائل تصمیم گیری، مقدار \bar{c} با توجه به نظر تصمیم گیرنده می تواند تغییر کند.

قدم هشتم: تعیین عدد آستانه ناموافق (مخالف) و تشکیل ماتریس تسلط ناموافق (مخالف) (G)

عدد آستانه ناموافق (مخالف) نیز همانند عدد آستانه موافق بدست می آید. برای انجام این کار آستانه مخالفت با استفاده از میانگین گیری شاخص های ناهماهنگ تشکیل می شود. جهت بدست آوردن عدد آستانه ناموافق (مخالف) از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$\bar{d} = \frac{\sum \sum d_{kl}}{m(m-1)}$$

در ادامه ماتریس تسلط ناموافق (G)، که یک ماتریس صفر و یک می باشد، با توجه به اعداد آستانه ناموافق تشکیل می شود. اگر d_{kl} بزرگتر از مقدار \bar{d} باشد می توان بیان داشت که گزینه k مخالف گزینه l می باشد. در غیر این صورت گزینه k بر گزینه l برتری دارد. جهت مشخص کردن درایه های ماتریس تسلط ناموافق از رابطه ی زیر استفاده می شود:

$$g_{kl} = \begin{cases} 0 & d_{kl} > \bar{d} \\ 1 & d_{kl} \leq \bar{d} \end{cases}$$

بایستی توجه داشت که در تحلیل مسائل تصمیم‌گیری، مقدار \bar{d} با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده می‌تواند تغییر کند.

قدم نهم: تشکیل ماتریس تسلط نهایی (E)

در این مرحله ماتریس تسلط نهایی (E) با استفاده از ضرب درایه به درایه ماتریس تسلط موافق در ماتریس تسلط ناموافق (مخالف) تشکیل می‌شود.

$$e_{kl} = f_{kl} \times g_{kl}$$

قدم دهم: تعیین گزینه غالب و مغلوب

در این مرحله به تعیین گزینه‌های غالب و مغلوب پرداخته می‌شود. بدین منظور با توجه به ماتریس تسلط نهایی، در صورتی که درایه‌های ماتریس برابر یک باشد نشان‌دهنده برتری سطر بر ستون می‌باشد. این نکته بیان می‌کند که گزینه غالب در هر دو حالت موافق و مخالف دارای برتری می‌باشد یعنی برتری آن از حد آستانه موافق بیشتر بوده و مخالفت یا ضعف آن نیز از حد آستانه مخالفت کمتر بوده است.

نکته: مقدار \bar{c} و \bar{d} را می‌توان با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده یا جهت تحلیل حساسیت تغییر داد.

مثال ۳-۴: یک شرکت تولید قطعات فلزی نیاز به خرید یک دستگاه تزریق دارد. بخش مهندسی شرکت جهت تصمیم‌گیری برای خرید این دستگاه چهار نوع دستگاه با فعالیت مشابه را در نظر گرفته است و قصد دارد علاوه بر شاخص‌های فنی و تکنیکی، به محدودیت‌های مالی شرکت نیز توجه کند و دستگاه مناسب را انتخاب کند. بدین منظور ۴ شاخص را به عنوان شاخص‌های ارزیابی خود در نظر گرفتند که در جدول ۴-۱۲ مشخص شده است.

جدول ۴-۱۲: ماتریس تصمیم‌گیری خرید دستگاه تزریق

شاخص‌ها گزینه‌ها	قیمت ماشین (میلیون ریال) (-)	توان (حجم) ماشین (+)	نوع محصولات قابل تولید از بین لیست محصولات (+)	هزینه‌های جانبی و دوره‌ای ماشین (میلیون ریال) (-)
دستگاه ۱	۱۵۳	۶۸	۵	۱۲
دستگاه ۲	۱۶۲	۴۶	۵	۸
دستگاه ۳	۱۳۷	۵۵	۳	۱۵
دستگاه ۴	۱۴۸	۵۰	۴	۲۰

همچنین شرکت جهت تعیین وزن شاخص‌ها از نظر خبرگان استفاده کرد که به صورت جدول ۴-۱۳ است:

جدول ۴-۱۳: وزن شاخص های خرید دستگاه تزریق

شاخص ها	قیمت ماشین (میلیون ریال) (-)	توان (حجم) ماشین (+)	نوع محصولات قابل تولید از این لیست محصولات (+)	هزینه های جانبی و دوره های ماشین (میلیون ریال) (-)
وزن	۰/۴۰۰	۰/۲۰۰	۰/۲۵۰	۰/۱۵۰

با توجه به ماتریس تصمیم گیری و با استفاده از روش ELECTRE به تحلیل دستگاه ها بپردازید.

حل:

قدم اول و دوم: در مرحله ی اول از اولویت بندی به روش ELECTRE، ماتریس تصمیم گیری به روش نرم اقلیدسی نرمالیزه می شود که در جدول ۴-۱۴ نشان داده شده است.

جدول ۴-۱۴: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس

شاخص ها گزینه ها	قیمت ماشین (میلیون ریال) (-)	توان (حجم) ماشین (+)	نوع محصولات قابل تولید از این لیست محصولات (+)	هزینه های جانبی و دوره های ماشین (میلیون ریال) (-)
دستگاه ۱	۰/۵۰۹	۰/۶۱۴	۰/۵۷۷	۰/۴۱۶
دستگاه ۲	۰/۵۳۹	۰/۴۱۵	۰/۵۷۷	۰/۲۷۷
دستگاه ۳	۰/۴۵۶	۰/۴۹۷	۰/۳۴۶	۰/۵۲۰
دستگاه ۴	۰/۴۹۲	۰/۴۵۱	۰/۴۶۲	۰/۶۹۳

قدم سوم: در مرحله ی دوم با استفاده از ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس و همچنین ماتریس قطری وزن شاخص ها، ماتریس بی مقیاس وزنی (موزون) تشکیل می شود.

$$V = \begin{bmatrix} 0/509 & 0/614 & 0/577 & 0/416 \\ 0/539 & 0/415 & 0/577 & 0/277 \\ 0/456 & 0/497 & 0/346 & 0/520 \\ 0/492 & 0/451 & 0/462 & 0/693 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0/200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0/250 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0/150 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0/204 & 0/123 & 0/144 & 0/62 \\ 0/216 & 0/83 & 0/144 & 0/42 \\ 0/182 & 0/99 & 0/87 & 0/78 \\ 0/197 & 0/90 & 0/116 & 0/104 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: در این مرحله هر یک از مولفه‌های ماتریس موزون به دو دسته‌ی هماهنگ و ناهماهنگ (موافق و ناموافق) تقسیم می‌شود که مطابق جدول ۴-۱۵ می‌باشد.

جدول ۴-۱۵: مجموعه هماهنگ و ناهماهنگ

هماهنگ	ناهماهنگ	هماهنگ	ناهماهنگ
$C_{۲۱} = \{۴, ۳\}$	$D_{۲۱} = \{۲, ۱\}$	$C_{۱۲} = \{۳, ۲, ۱\}$	$D_{۱۲} = \{۴\}$
$C_{۳۱} = \{۱\}$	$D_{۳۱} = \{۴, ۳, ۲\}$	$C_{۱۳} = \{۴, ۳, ۲\}$	$D_{۱۳} = \{۱\}$
$C_{۴۱} = \{۱\}$	$D_{۴۱} = \{۴, ۳, ۲\}$	$C_{۱۴} = \{۴, ۳, ۲\}$	$D_{۱۴} = \{۱\}$
$C_{۳۲} = \{۲, ۱\}$	$D_{۳۲} = \{۴, ۳\}$	$C_{۲۲} = \{۴, ۳\}$	$D_{۲۲} = \{۲, ۱\}$
$C_{۴۲} = \{۲, ۱\}$	$D_{۴۲} = \{۴, ۳\}$	$C_{۲۴} = \{۴, ۳\}$	$D_{۲۴} = \{۲, ۱\}$
$C_{۴۳} = \{۳\}$	$D_{۴۳} = \{۴, ۲, ۱\}$	$C_{۳۴} = \{۴, ۲, ۱\}$	$D_{۳۴} = \{۳\}$

قدم پنجم: محاسبه شاخص هماهنگ با استفاده از مجموعه هماهنگ و تشکیل ماتریس هماهنگ. به عنوان نمونه جهت محاسبه درایه‌ی $C_{۱۲}$ به صورت زیر عمل می‌شود:

$$C_{۱۲} = W_1 + W_2 + W_3 = ۰,۴۰۰ + ۰,۲۰۰ + ۰,۲۵۰ = ۰,۸۵$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & ۰,۸۵۰ & ۰,۶۰۰ & ۰,۶۰۰ \\ ۰,۴۰۰ & 0 & ۰,۴۰۰ & ۰,۴۰۰ \\ ۰,۴۰۰ & ۰,۶۰۰ & 0 & ۰,۷۵۰ \\ ۰,۴۰۰ & ۰,۶۰۰ & ۰,۲۵۰ & 0 \end{bmatrix}$$

قدم ششم: محاسبه شاخص ناهماهنگ با استفاده از مجموعه ناهماهنگ و تشکیل ماتریس ناهماهنگ.

$$d_{۱۲} = \frac{\max\{۰,۲\}}{\max\{۰,۱۲, ۰,۴۰, ۰, ۰,۲\}} = ۰,۵۰۰$$

$$d_{۲۱} = \frac{\max\{۰,۱۲, ۰,۴۰\}}{\max\{۰,۱۲, ۰,۴۰, ۰, ۰,۲\}} = ۱$$

$$d_{۱۳} = \frac{\max\{۰,۲۲\}}{\max\{۰,۲۲, ۰,۲۴, ۰,۵۷, ۰,۱۶\}} = ۰,۳۸۶$$

$$d_{۳۱} = \frac{\max\{۰,۲۴, ۰,۵۷, ۰,۱۶\}}{\max\{۰,۲۲, ۰,۲۴, ۰,۵۷, ۰,۱۶\}} = ۱$$

بقیه‌ی درایه‌های ماتریس ناهماهنگ نیز به صورت مشابه محاسبه می‌شود. ماتریس ناهماهنگ نهایی به صورت زیر می‌باشد:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,386 & 0,167 \\ 1 & 0 & 0,596 & 0,306 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0,897 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم هفتم: تعیین عدد آستانه موافق و تشکیل ماتریس تسلط موافق (F)

$$\bar{c} = \frac{0,185 + 0,600 + 0,600 + 0,400 + 0,400 + 0,750 + 0,400 + 0,400 + 0,600 + 0,400 + 0,600 + 0,250}{4 \times 3} = 0,521$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم هشتم: تعیین عدد آستانه ناموافق (مخالف) و تشکیل ماتریس تسلط ناموافق (مخالف) (G)

$$\bar{d} = \frac{0,5 + 0,386 + 0,167 + 0,596 + 0,306 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0,897}{4 \times 3} = 0,738$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم نهم: تشکیل ماتریس تسلط نهایی (E)

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم دهم: تعیین گزینه غالب و مغلوب

ماتریس E نشان می‌دهد که گزینه‌ی ۱ بر گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ غالب می‌باشد و نمی‌توان بین A_2 ، A_3 و A_4 تفاوت قائل شد.

$$A_1 \rightarrow A_2$$

$$A_1 \rightarrow A_3$$

$$A_1 \rightarrow A_4$$

نکته: در روش الکترون، مجموع تعداد ۱ در ماتریس E ملاک اولویت‌بندی گزینه‌ها می‌شود.

۴-۵- روش برنامه‌ریزی توافقی^۱

یکی دیگر از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه، روش برنامه‌ریزی توافقی می‌باشد. این روش ابتدا توسط زلنی^۲ در سال ۱۹۷۳ ارائه شد و منطق آن بر مبنای فاصله از گزینه ایده‌آل می‌باشد. در این روش گزینه‌ای که نزدیک‌ترین وضعیت را نسبت به گزینه‌ی ایده‌آل داشته باشد به‌عنوان بهترین گزینه انتخاب می‌شود. مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و وزن بین شاخص‌ها

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{m1} & \cdots & f_{mn} \end{bmatrix}$$

$$W = [w_1 \quad \cdots \quad w_n]$$

قدم دوم: تعیین گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل

در این مرحله با استفاده از روابط زیر گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل تعیین می‌شود:

$$F_j^+ = \begin{cases} \max f_{ij} & \text{شاخص مثبت} \\ \min f_{ij} & \text{شاخص منفی} \end{cases}$$

$$F_j^- = \begin{cases} \min f_{ij} & \text{شاخص مثبت} \\ \max f_{ij} & \text{شاخص منفی} \end{cases}$$

قدم سوم: تعیین فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل

در این مرحله با استفاده از رابطه‌ی زیر به تعیین فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل پرداخته می‌شود:

$$L_p(A_i) = \left[\sum_{j=1}^n \left(\mu_j \frac{F_j^+ - f_{ij}}{F_j^+ - F_j^-} \right)^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad P = 1, 2, \dots, \infty$$

$$\mu_j = \frac{W_j}{\sum_{j=1}^n W_j}$$

1- Compromise Programming

2- Zeleny

در این رابطه هر چه مقدار شاخص $L_p(A_i)$ کمتر باشد نشان دهنده ی فاصله ی کمتر گزینه i با گزینه ایده آل می باشد.

تذکر: در رابطه ی بالا در مواقعی که P برابر ∞ باشد، رابطه به صورت زیر می باشد:

$$L_{\infty}(A_i) = \max_j \left\{ \mu_j \frac{F_j^+ - f_{ij}}{F_j^+ - F_j^-} \right\}$$

تذکر: با توجه به این که $L_p(A_i)$ با محاسبه فاصله هر گزینه از ایده آل می پردازد مقدار P می تواند هر عدد مثبت صحیح باشد. معمولاً P برابر با ۱، ۲، ∞ در نظر گرفته می شود.

مثال ۴-۴: دانشگاهی قصد دارد به رسم هر ساله به انتخاب دانشجوی نمونه ی خود بپردازد. با توجه به انتقاداتی که هر ساله نسبت به روند انتخاب دانشجوی نمونه بوده است، امسال دانشگاه تصمیم گرفته است چهار معیار را در نظر گرفته و بر مبنای آن دانشجویان را رتبه بندی نماید. این چهار معیار به ترتیب عبارتند از:

- معدل دانشجویان
 - نمره ی پژوهشی دانشجویان: که این معیار بر مبنای استاندارد ی که در خود دانشگاه وجود دارد و بر مبنای نوع مقالات و فعالیت های هر دانشجو نمره ای به وی تعلق می گیرد.
 - نمره ی فرهنگی دانشجویان: این نمره بر مبنای فعالیت های فرهنگی هر دانشجو توسط معاونت فرهنگی دانشگاه به وی تعلق می گیرد.
 - نظرخواهی از اساتید: این عامل نیز به صورت کیفی از اساتید سوال می شود و در ارتباط با وضعیت اخلاقی و علمی دانشجویان می باشد.
- دانشگاه پس از جمع آوری داده های مربوط به هر یک از دانشجویان، در پایان به ۵ دانشجو رسید که در جدول ۴-۱۶ نشان داده شده است:

جدول ۴-۱۶: ماتریس تصمیم گیری انتخاب دانشجوی نمونه

معیارها گزینه ها	معدل دانشجویان (+)	نمره ی پژوهشی دانشجویان (+)	نمره ی فرهنگی دانشجویان (+)	نظرخواهی از اساتید (+)
A_1	۱۹/۴۵	۹۰	۸۵	خیلی خوب
A_2	۱۹/۷۸	۸۰	۷۵	خوب
A_3	۱۸/۸۵	۸۷	۹۰	خوب
A_4	۱۹/۲۰	۹۲	۷۰	متوسط
A_5	۱۸/۷۰	۹۵	۸۰	خوب

همچنین جهت تعیین وزن بین شاخص‌های ارزیابی نیز بر مبنای نظر هیئت معاونین دانشگاه به صورت جدول ۴-۱۷ در نظر گرفته شد:

جدول ۴-۱۷: وزن معیارهای انتخاب دانشجوی نمونه

معیارها	معدل دانشجویان (+)	نمره‌ی پژوهشی دانشجویان (+)	نمره‌ی فرهنگی دانشجویان (+)	نظرخواهی از اساتید (+)
وزن	۰/۲۵	۰/۴	۰/۱۵	۰/۲

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری و وزن معیارها، که دانشگاه در نظر گرفته است و با استفاده از روش برنامه‌ریزی توافقی، دانشجوی نمونه سال را با در نظر گرفتن $P=1,2,\infty$ انتخاب نمایید.

حل:

قدم اول: در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل می‌شود و معیارهای کیفی با استفاده از طیف لیکرت کمی می‌شوند که در جدول ۴-۱۸ نشان داده شده است:

جدول ۴-۱۸: ماتریس تصمیم‌گیری کمی انتخاب دانشجوی نمونه

معیارها / گزینه‌ها	معدل دانشجویان (+)	نمره‌ی پژوهشی دانشجویان (+)	نمره‌ی فرهنگی دانشجویان (+)	نظرخواهی از اساتید (+)
A_1	۱۹/۴۵	۹۰	۸۵	۵
A_2	۱۹/۷۸	۸۰	۷۵	۴
A_3	۱۸/۸۵	۸۷	۹۰	۴
A_4	۱۹/۲۰	۹۲	۷۰	۳
A_5	۱۸/۷۰	۹۵	۸۰	۴

قدم دوم: در این مرحله به تعیین گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل پرداخته می‌شود که در جدول ۴-۱۹ نشان داده شده است:

جدول ۴-۱۹: گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل جهت انتخاب دانشجوی نمونه

معیارها / گزینه‌ها	معدل دانشجویان (+)	نمره‌ی پژوهشی دانشجویان (+)	نمره‌ی فرهنگی دانشجویان (+)	نظرخواهی از اساتید (+)
گزینه ایده‌آل	۱۹/۷۸	۹۵	۹۰	۵
گزینه ضد ایده‌آل	۱۸/۷۰	۸۰	۷۰	۳

قدم سوم: در این مرحله به تعیین فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل پرداخته می‌شود و مقدار $P = 1$ در نظر گرفته می‌شود:

$$L_1(A_1) = \left[\left(0.25 \times \frac{19.78 - 19.45}{19.78 - 18.70} \right)^1 + \left(0.4 \times \frac{95 - 90}{95 - 80} \right)^1 + \left(0.15 \times \frac{90 - 85}{90 - 70} \right)^1 + \left(0.2 \times \frac{5 - 5}{5 - 3} \right)^1 \right]^{\frac{1}{1}} = 0.247$$

$$L_1(A_2) = \left[\left(0.25 \times \frac{19.78 - 19.78}{19.78 - 18.70} \right)^1 + \left(0.4 \times \frac{95 - 80}{95 - 80} \right)^1 + \left(0.15 \times \frac{90 - 75}{90 - 70} \right)^1 + \left(0.2 \times \frac{5 - 4}{5 - 3} \right)^1 \right]^{\frac{1}{1}} = 0.612$$

$$L_1(A_3) = 0.529 \quad L_1(A_4) = 0.564 \quad L_1(A_5) = 0.425$$

با توجه به مقدار $P=1$ رتبه‌بندی به صورت جدول ۴-۲۰ می‌شود:

جدول ۴-۲۰: رتبه‌بندی گزینه‌ها با استفاده از $P = 1$

گزینه‌ها	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$L_1(A_i)$	۰/۲۴۷	۰/۶۱۲	۰/۵۲۹	۰/۵۶۴	۰/۴۲۵
رتبه	۱	۵	۳	۴	۲

در ادامه $P = 2$ در نظر گرفته می‌شود و $L_2(A_i)$ محاسبه می‌شود:

$$L_2(A_1) = \left[\left(0.25 \times \frac{19.78 - 19.45}{19.78 - 18.70} \right)^2 + \left(0.4 \times \frac{95 - 90}{95 - 80} \right)^2 + \left(0.15 \times \frac{90 - 85}{90 - 70} \right)^2 + \left(0.2 \times \frac{5 - 5}{5 - 3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0.158$$

$$L_2(A_2) = \left[\left(0.25 \times \frac{19.78 - 19.78}{19.78 - 18.70} \right)^2 + \left(0.4 \times \frac{95 - 80}{95 - 80} \right)^2 + \left(0.15 \times \frac{90 - 75}{90 - 70} \right)^2 + \left(0.2 \times \frac{5 - 4}{5 - 3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0.427$$

$$L_2(A_3) = 0.319 \quad L_2(A_4) = 0.295 \quad L_2(A_5) = 0.279$$

با توجه به مقدار $P = 2$ ، رتبه‌بندی به صورت جدول ۴-۲۱ می‌شود:

جدول ۴-۲۱: رتبه‌بندی گزینه‌ها با استفاده از $P = 2$

گزینه‌ها	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$L_2(A_i)$	۰/۱۵۸	۰/۴۲۷	۰/۳۱۹	۰/۲۹۵	۰/۲۷۹
رتبه	۱	۵	۴	۳	۲

در ادامه $P = \infty$ در نظر گرفته می‌شود و $L_\infty(A_i)$ محاسبه می‌شود:

$$L_\infty(A_1) = \max \left\{ \left(0,25 \times \frac{19,78 - 19,45}{19,78 - 18,70} \right), \left(0,4 \times \frac{95 - 90}{95 - 80} \right), \left(0,15 \times \frac{90 - 85}{90 - 70} \right), \left(0,2 \times \frac{5 - 5}{5 - 3} \right) \right\} = 0,133$$

$$L_\infty(A_2) = \max \left\{ \left(0,25 \times \frac{19,78 - 19,78}{19,78 - 18,70} \right), \left(0,4 \times \frac{95 - 80}{95 - 80} \right), \left(0,15 \times \frac{90 - 75}{90 - 70} \right), \left(0,2 \times \frac{5 - 4}{5 - 3} \right) \right\} = 0,400$$

$$L_\infty(A_3) = 0,215 \quad L_\infty(A_4) = 0,200 \quad L_\infty(A_5) = 0,250$$

با توجه به مقدار $P = \infty$ ، رتبه‌بندی به صورت جدول ۴-۲۲ می‌شود:

جدول ۴-۲۲: رتبه‌بندی گزینه‌ها با استفاده از $P = \infty$

گزینه‌ها	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$L_\infty(A_i)$	۰/۱۳۳	۰/۴۰۰	۰/۲۱۵	۰/۲۰۰	۰/۲۵۰
رتبه	۱	۵	۳	۲	۴

۴-۶- روش ویکور^۱

روش ویکور یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه می‌باشد که در مواردی که شاخص‌های ارزیابی ناسازگار می‌باشند و با یکدیگر در تضاد هستند از آن استفاده می‌شود. منطق این روش نیز همچون روش برنامه‌ریزی توافقی بر مبنای فاصله از گزینه ایده‌آل می‌باشد و در هنگامی که تصمیم‌گیرنده نتواند در ابتدای طرح مسأله به بیان برتری‌های گزینه‌ها پردازد از این روش استفاده می‌شود.

مراحل انجام این روش به صورت زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و وزن شاخص‌ها

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{m1} & \cdots & f_{mn} \end{bmatrix}$$

$$W = [w_1 \quad \cdots \quad w_n]$$

قدم دوم: بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم‌گیری به روش نرم اقلیدسی:

در این مرحله بایستی ماتریس تصمیم‌گیری به روش نرم اقلیدسی بی‌مقیاس شود و در ادامه از ماتریس بی‌مقیاس استفاده نمود.

تذکر: این مرحله از روش VIKOR اختیاری می‌باشد.

قدم سوم: تعیین گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل

در این مرحله با استفاده از روابط زیر گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل تعیین می‌شود:

$$F_j^+ = \begin{cases} \max f_{ij} & \text{شاخص مثبت} \\ \min f_{ij} & \text{شاخص منفی} \end{cases}$$

$$F_j^- = \begin{cases} \min f_{ij} & \text{شاخص مثبت} \\ \max f_{ij} & \text{شاخص منفی} \end{cases}$$

قدم چهارم: محاسبه شاخص سودمندی S^1 و شاخص تاسف R^2

در این مرحله برای تعیین شاخص S و R از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$S_i = \sum_{j=1}^n W_j \frac{F_j^+ - f_{ij}}{F_j^+ - F_j^-} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$$R_i = \max \left\{ W_j \frac{F_j^+ - f_{ij}}{F_j^+ - F_j^-} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

تذکر: مقدار شاخص S_i برابر است با مقدار شاخص $(L_1(A_i))$ و مقدار شاخص R_i برابر با

$(L_\infty(A_i))$ در روش برنامه‌ریزی توافقی می‌باشد.

قدم پنجم: محاسبه شاخص VIKOR (Q)

در این مرحله برای بدست آوردن شاخص VIKOR از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.

$$Q_i = v \left[\frac{S_i - S^-}{S^+ - S^-} \right] + (1-v) \left[\frac{R_i - R^-}{R^+ - R^-} \right] \quad i = 1, 2, \dots, m$$

1- Utility Measure

2- Regret Measure

که در این رابطه:

$$S^+ = \max S_i \quad S^- = \min S_i$$

$$R^+ = \max R_i \quad R^- = \min R_i$$

در این رابطه مقدار پارامتر ν با توجه به نظر فرد یا گروه تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود و یک عدد بین صفر و یک می‌باشد.

قدم ششم: مرتب کردن گزینه‌ها بر مبنای مقادیر شاخص R, S و Q و تعیین جواب.

در این مرحله به ترتیب زیر اقدام می‌شود:

- ۱- در ابتدا گزینه‌ها در سه دسته به ترتیب شاخص R, S و Q به صورت صعودی مرتب می‌شود.
- ۲- اگر یک گزینه در هر سه شاخص رتبه اول را داشته باشد این گزینه، گزینه‌ی برتر خواهد بود.
- ۳- اگر شرط ۲ برقرار نبود، رتبه اول و دوم ستون Q را انتخاب کنید و شرط زیر را چک کنید:

$$Q(A_{\text{رتبه } 2}) - Q(A_{\text{رتبه } 1}) \geq \frac{1}{m-1} \quad m: \text{تعداد گزینه}$$

اگر این شرط برقرار باشد و گزینه اول در یکی از شاخص‌های S و R رتبه اول را داشته باشد در این صورت A_1 رتبه اول را دارد در غیر این صورت A_1 و A_2 هر دو گزینه برتر هستند. (در رابطه‌ی فوق A_2 گزینه‌ی رتبه دوم در شاخص Q می‌باشد).

۴- اگر شرط ۳ برقرار نباشد، رابطه‌ی زیر تا آن‌جا ادامه پیدا می‌کند که برقرار شود.

$$Q(A_{\text{رتبه } k}) - Q(A_{\text{رتبه } 1}) > \frac{1}{m-1}$$

K رتبه آخرین گزینه‌ای است که شرط ۳ در آن برقرار شده است. در این صورت A_1 تا A_{k-1} گزینه برتر خواهد بود.

مثال ۴-۵: یک شرکت تولید کننده‌ی مواد غذایی قصد خرید یک کامیون یخچال‌دار برای انتقال محصولات خود به مشتری دارد. بدین منظور با تحقیقاتی که انجام داد ۳ نوع کامیون را به عنوان گزینه‌های خود انتخاب کرد. مدیر این شرکت فرآیند انتخاب را به کارشناسان شرکت سپرد و آن‌ها را موظف کرد که کلیه اطلاعات کامیون‌های مورد نظر را در قالب یک ماتریس تصمیم‌گیری به مدیر ارائه نمایند. در نهایت ماتریس تصمیم‌گیری خرید کامیون و وزن هر یک از معیارها به صورت جدول ۴-۲۳ تشکیل شد:

جدول ۴-۲۳: ماتریس تصمیم گیری و وزن معیارهای خرید کامیون

معیارها / گزینه ها	مصرف بنزین (L/100km) (-)	سرعت (+)	ظرفیت بار (1000 kg) (+)	خدمات پس از فروش (+)
A ₁	۹	۸۰	۵	خوب
A _۲	۱۰	۱۰۰	۸	بد
A _۲	۱۲	۹۰	۶	خیلی خوب
وزن معیارها	۰/۳۵۰	۰/۲۰۰	۰/۳۰۰	۰/۱۵۰

حال با توجه به ماتریس تصمیم تشکیل شده و با استفاده از روش VIKOR، ماشین برتر را جهت خرید شرکت انتخاب نمایید.

حل:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم گیری و وزن شاخص ها

در این مرحله ماتریس تصمیم گیری با استفاده از طیف لیکرت به صورت کمی تبدیل می شود که در جدول ۴-۲۴ نشان داده شده است:

جدول ۴-۲۴: ماتریس تصمیم گیری کمی خرید کامیون

معیارها / گزینه ها	مصرف بنزین (L/100 km) (-)	سرعت (+)	ظرفیت بار (1000 kg) (+)	خدمات پس از فروش (+)
A ₁	۹	۸۰	۵	۴
A _۲	۱۰	۱۰۰	۸	۲
A _۲	۱۲	۹۰	۶	۵

قدم دوم: در این مرحله ماتریس تصمیم گیری به روش نرم بی مقیاس می شود که در جدول ۴-۲۵ مشخص شده است (این مرحله اختیای است):

جدول ۴-۲۵: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس خرید کامیون

معیارها / گزینه ها	مصرف بنزین (L/100 km) (-)	سرعت (+)	ظرفیت بار (1000 kg) (+)	خدمات پس از فروش (+)
A ₁	۰/۴۹۹	۰/۵۱۱	۰/۴۴۷	۰/۵۹۶
A _۲	۰/۵۵۵	۰/۶۳۹	۰/۷۱۶	۰/۲۹۸
A _۲	۰/۶۶۶	۰/۵۷۵	۰/۵۳۷	۰/۷۴۵

قدم سوم: در این مرحله گزینه ایده آل و ضد ایده آل به صورت جدول ۴-۲۶ تعیین می شود:

جدول ۴-۲۶: گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل خرید کامیون

خدمات پس از فروش (+)	ظرفیت بار (1000 kg) (+)	سرعت (+)	مصرف بنزین (L/100 km) (-)	
۰/۷۴۵	۰/۷۱۶	۰/۶۳۹	۰/۴۹۹	گزینه ایده‌آل
۰/۲۹۸	۰/۴۴۷	۰/۵۱۱	۰/۶۶۶	گزینه ضد ایده‌آل

قدم چهارم: در این مرحله شاخص سودمندی S و شاخص تاسف R محاسبه می‌شود:

$$S_1 = \left[\left(0.35 \times \frac{0.499 - 0.499}{0.499 - 0.666} \right)^1 + \left(0.2 \times \frac{0.639 - 0.511}{0.639 - 0.511} \right)^1 + \left(0.3 \times \frac{0.715 - 0.447}{0.715 - 0.447} \right)^1 + \left(0.15 \times \frac{0.745 - 0.596}{0.745 - 0.298} \right)^1 \right] = 0.55$$

$$S_2 = 0.267$$

$$S_3 = 0.65$$

$$R_1 = \max \left\{ \left(0.35 \times \frac{0.499 - 0.499}{0.499 - 0.666} \right), \left(0.2 \times \frac{0.639 - 0.511}{0.639 - 0.511} \right), \left(0.3 \times \frac{0.715 - 0.447}{0.715 - 0.447} \right), \left(0.15 \times \frac{0.745 - 0.596}{0.745 - 0.298} \right) \right\} = 0.3$$

$$R_2 = 0.15$$

$$R_3 = 0.35$$

قدم پنجم: در این مرحله شاخص VIKOR (Q) محاسبه می‌شود. در این مثال ν برابر ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود:

$$S^+ = \max S_i = 0.65$$

$$S^- = \min S_i = 0.267$$

$$R^+ = \max R_i = 0.35$$

$$R^- = \min R_i = 0.15$$

$$Q_1 = 0.5 \left[\frac{0.55 - 0.267}{0.65 - 0.267} \right] + 0.5 \left[\frac{0.3 - 0.15}{0.35 - 0.15} \right] = 0.744$$

$$Q_2 = 0.5 \left[\frac{0.267 - 0.267}{0.65 - 0.267} \right] + 0.5 \left[\frac{0.15 - 0.15}{0.35 - 0.15} \right] = 0$$

$$Q_3 = 0.5 \left[\frac{0.65 - 0.267}{0.65 - 0.267} \right] + 0.5 \left[\frac{0.35 - 0.15}{0.35 - 0.15} \right] = 1$$

قدم ششم: در این مرحله گزینه‌ها بر مبنای مقادیر شاخص S ، R و Q مرتب می‌شود که در جدول ۴-۲۷ نشان داده شده است و در نهایت جواب مسأله تعیین می‌شود:

جدول ۴-۲۷: شاخص های Q, S, R

Q	S	R
A_2	A_2	A_2
A_1	A_1	A_1
A_3	A_3	A_3

با توجه به این که گزینه ی A_2 در سه شاخص R, S, Q و رتبه اول را دارد بنابراین همین گزینه انتخاب می شود.

مثال ۴-۶: یک شرکت تجاری قصد دارد جهت احداث کارخانه ی جدید خود، یک محل مناسب را انتخاب نماید، به همین دلیل چهار شاخص را در نظر گرفته است و بر مبنای آن به انتخاب محل مناسب پرداخته است. این شرکت با توجه به محدودیت هایی که داشته است سه محل را در نظر گرفته است و ماتریس تصمیم خود و وزن هر یک از شاخص های ارزیابی را به صورت جدول ۴-۲۸ تشکیل داده است:

جدول ۴-۲۸: ماتریس تصمیم گیری و وزن معیارهای انتخاب محل احداث کارخانه

شاخص ها / گزینه ها	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (۱۰۰۰ نفر) (-)	فاصله از مصرف کننده (-)
A_1	خیلی خوب	متوسط	۸۲	۹
A_2	خوب	متوسط	۵۶	۷
A_3	متوسط	خوب	۳۵	۱۳
وزن معیارها	۰/۳۰۰	۰/۲۰۰	۰/۴۰۰	۰/۱۰۰

با استفاده از روش $VIKOR$ محل مناسب را انتخاب نمایید.

حل: در ابتدا، ماتریس تصمیم با استفاده از طیف ساعتی کمی می شود که در جدول ۴-۲۹ نشان داده شده است:

جدول ۴-۲۹: ماتریس تصمیم گیری کمی جهت انتخاب محل احداث کارخانه

شاخص ها / گزینه ها	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (۱۰۰۰ نفر) (-)	فاصله از مصرف کننده (-)
A_1	۹	۵	۸۲	۹
A_2	۷	۵	۵۶	۷
A_3	۵	۷	۳۵	۱۳

در این مثال بی‌مقیاس‌سازی انجام نمی‌گیرد و پس از کمی‌سازی ماتریس، به تعیین گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل پرداخته می‌شود و در جدول ۴-۳۰ نشان داده شده است:

جدول ۴-۳۰: گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل جهت انتخاب محل احداث کارخانه

فاصله از مصرف‌کننده (-)	جمعیت محل (۱۰۰۰) نفر (-)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	کیفیت زندگی (+)	
۷	۳۵	۷	۹	گزینه ایده‌آل
۱۳	۸۲	۵	۵	گزینه ضد ایده‌آل

قدم چهارم: شاخص سودمندی S و شاخص تاسف R . محاسبه می‌شود:

$$S_1 = \left[\left(0,3 \times \frac{9-9}{9-5} \right)^1 + \left(0,2 \times \frac{7-5}{7-5} \right)^1 + \left(0,4 \times \frac{35-82}{35-82} \right)^1 + \left(0,1 \times \frac{7-9}{7-13} \right)^1 \right] = 0,633$$

$$S_2 = 0,529$$

$$S_3 = 0,400$$

$$R_1 = \max \left\{ \left(0,3 \times \frac{9-9}{9-5} \right), \left(0,2 \times \frac{7-5}{7-5} \right), \left(0,4 \times \frac{35-82}{35-82} \right), \left(0,1 \times \frac{7-9}{7-13} \right) \right\} = 0,400$$

$$R_2 = 0,200$$

$$R_3 = 0,300$$

قدم پنجم: در این مرحله شاخص $VIKOR (Q)$ محاسبه می‌شود. در این مثال V برابر $0,5$ در نظر گرفته می‌شود:

$$S^+ = \max S_i = 0,633$$

$$S^- = \min S_i = 0,400$$

$$R^+ = \max R_i = 0,400$$

$$R^- = \min R_i = 0,200$$

$$Q_1 = 0,5 \left[\frac{0,633 - 0,400}{0,633 - 0,400} \right] + 0,5 \left[\frac{0,400 - 0,200}{0,400 - 0,200} \right] = 1$$

$$Q_2 = 0,5 \left[\frac{0,529 - 0,400}{0,633 - 0,400} \right] + 0,5 \left[\frac{0,200 - 0,200}{0,400 - 0,200} \right] = 0,277$$

$$Q_3 = 0,5 \left[\frac{0,400 - 0,400}{0,633 - 0,400} \right] + 0,5 \left[\frac{0,300 - 0,200}{0,400 - 0,200} \right] = 0,250$$

قدم ششم: در این مرحله گزینه‌ها بر مبنای مقادیر شاخص S ، R و Q مرتب می‌شوند و در جدول ۴-۳۱ مشخص شده است و در نهایت جواب مسأله تعیین می‌شود:

جدول ۴-۳۱: شاخص Q ، S ، R

Q	S	R
A_3 (۰/۲۵۰)	A_3	A_2
A_2 (۰/۲۷۷)	A_2	A_3
A_1 (۱)	A_1	A_1

با توجه به این که هیچ کدام از گزینه‌ها در سه شاخص رتبه اول را ندارد بنابراین شرط زیر بررسی می‌شود:

$$Q(A_2) - Q(A_3) \geq \frac{1}{3-1}$$

$$0,277 - 0,250 < 0,500$$

شرط بالا برقرار نیست بنابراین شرط زیر بررسی می‌شود:

$$Q(A_1) - Q(A_3) \geq \frac{1}{3-1}$$

$$1 - 0,250 > 0,500$$

شرط فوق برقرار است بنابراین A_2 و A_3 گزینه‌های برتر می‌باشند.

۴-۷- روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

یکی از روش‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه، روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی می‌باشد که به تصمیم‌گیرنده برای تصمیم‌گیری با معیارهای ذهنی و متضاد کمک می‌کند. روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی توسط ساعتی در سال ۱۹۸۰ پیشنهاد شد و در موارد زیر بیشتر استفاده می‌شود:

- در مواقعی که تجزیه و تحلیل مسأله، نشان می‌دهد که بایستی به عناصر سازنده آن شکسته شود.
- در مواقعی که یک سلسله مراتبی از عناصر تشکیل دهنده در رابطه با هدف وجود دارد.

به طور کلی *AHP* از سه فاز تشکیل شده است:

(۱) تعریف درخت سلسله مراتب

(۲) ارزیابی عددی درخت سلسله مراتب

(۳) بررسی ناسازگاری

در تعریف درخت سلسله مراتب، ابتدا هدف پیشنهادی، شاخص‌ها و زیر شاخص‌ها با استفاده از تجربه کارشناسان تعریف می‌شود و در پایان گزینه‌ها، نشان‌دهنده‌ی برگ درختان می‌باشند. فاز ارزیابی عددی بر مبنای مقایسه زوجی بنا نهاده شده است. در انتها نیز برای بررسی صحت ارزیابی به بررسی ناسازگاری پرداخته می‌شود.

برای اتخاذ یک تصمیم درست در این روش، نیاز به انجام مراحل زیر است:

قدم اول: تعریف مسأله و مشخص کردن شاخص‌های ارزیابی.

قدم دوم: تعیین ساختار سلسله مراتبی تصمیم‌گیری از بالا به پایین.

تشکیل ساختار سلسله مراتب در تعیین رتبه‌بندی نهایی تأثیرگذار است و این امکان وجود دارد که با ساختارهای سلسله مراتبی متفاوت، رتبه‌بندی‌های متفاوتی بدست آید. بنابراین بایستی با یک روش علمی نسبت به دسته‌بندی شاخص‌ها اقدام نمود یا اینکه از منابع معتبر موجود در این راستا استفاده کرد. در این مرحله، ابتدا هدف مسأله در بالاترین سطح مشخص می‌شود سپس در سطح وسیعی، عناصری که بر هدف تأثیر می‌گذارند تعیین شده و در سطح بعدی شاخص‌های موثر بر روی هر یک از عناصر، قرار می‌گیرند و در پایین‌ترین سطح، معمولاً یک مجموعه‌ای از گزینه‌ها می‌باشد.

قدم سوم: ایجاد ماتریس مقایسات زوجی برای عناصر و شاخص‌های هر عنصر و گزینه‌ها.

قدم چهارم: بررسی سازگاری ماتریس‌های مقایسه زوجی

قدم پنجم: اولویت‌بندی با استفاده از ماتریس مقایسات زوجی و بدست آوردن اولویت کلی هر عنصر بوسیله‌ی شاخص‌های زیرمجموعه آن و ادامه‌ی این روند تا بدست آوردن اولویت کلی هر گزینه در پایین‌ترین سطح.

مزیت روش *AHP* نسبت به سایر روش‌های *MADM* این است که با استفاده از تشکیل ساختار سلسله مراتب، این امکان برای استفاده‌کننده فراهم می‌شود که تمرکز بیشتری بر روی شاخص‌ها و زیرشاخص‌ها داشته باشد.

۴-۷-۱- سازگاری

سازگاری مسأله‌ی تصمیم‌گیری از دو جهت بررسی می‌شود:

(۱) شاخص‌ها و گزینه‌هایی که مقایسه می‌شوند با هم مرتبط و هم نوع باشند. به عنوان مثال در مقایسه گردو و تیله در صورتی که شاخص مقایسه، گردی گزینه‌ها باشد می‌توان بیان داشت که تصمیم سازگار است اما در صورتی که معیار مقایسه طعم آن‌ها باشد این مقایسه سازگار نیست.

(۲) سازگاری قضاوت‌های مقایسه زوجی بررسی می‌شود.

در ارزیابی گزینه‌ها و شاخص‌ها با استفاده از ماتریس مقایسات زوجی، بایستی قضاوت‌ها سازگار

باشد و ارتباط بین قضاوت‌ها برقرار باشد. به عنوان مثال:

$$\begin{array}{c} A \quad B \quad C \\ A \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 4 \\ 2 & 0.25 & 1 \end{bmatrix} \\ B \\ C \end{array}$$

در این ماتریس $A > B$ و $B > C$ می‌باشد بنابراین بایستی $A > C$ باشد. اما همانطور که در ماتریس مشخص شده است $C > A$ است. بنابراین می‌توان بیان کرد که ماتریس فوق ناسازگار می‌باشد.

جهت تست ناسازگاری می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد:

$$a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik} \quad \forall i, j, k$$

در صورتی که رابطه‌ی فوق برای همه i, j و k ها برقرار باشد ماتریس سازگار می‌باشد در غیر این صورت ماتریس ناسازگار است و جهت بررسی ناسازگاری می‌توان از الگوریتم زیر استفاده کرد:

قدم اول: تشکیل ماتریس مقایسه زوجی و محاسبه بردار وزن (W).

قدم دوم: مقدار ویژه ماتریس مقایسه زوجی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$AW = \lambda_{\max} W$$

قدم سوم: برآورد λ_{\max} : در این مرحله با تقسیم مقدار AW بر W برآوردهایی از λ_i بدست می‌آید.

$$\lambda_i = \frac{AW}{W} \quad \text{برای هر سطر}$$

در ادامه نیز متوسط λ_i ها بدست می‌آید.

میانگین λ_{\max} ها
 سازگاری وجود دارد $\lambda_{\max} = n$ اگر
 ناسازگاری وجود دارد $\lambda_{\max} > n$ اگر

قدم چهارم: محاسبه شاخص ناسازگاری

در این مرحله به محاسبه‌ی شاخص ناسازگاری پرداخته می‌شود و بدین منظور از روابط زیر استفاده

می‌شود:

$$I \cdot I^1 = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

$$I \cdot R^2 = \frac{I \cdot I}{I \cdot I \cdot R^3}$$

جهت تعیین مقدار IRR از جدول ۴-۳۲ استفاده می‌شود:

جدول ۴-۳۲: مقادیر IRR

۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	N
۱/۴۱	۱/۳۲	۱/۲۴	۱/۱۲	۰/۹	۰/۵۸	۰	۰	$I.I.R$
	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	N
	۱/۵۹	۱/۵۷	۱/۵۶	۱/۵۳	۱/۵۱	۱/۴۹	۱/۴۵	$I.I.R$

قدم پنجم: در صورتی که مقدار $I.R$ کمتر از ۰/۱ باشد می‌توان بیان داشت که مقدار ناسازگاری در سطح قابل قبول می‌باشد.

۴-۷-۲- سازگاری سلسله مراتب

جهت بدست آوردن نرخ ناسازگاری کل سلسله مراتب می‌توان به دو طریق عمل کرد:

(۱) ناسازگاری تک تک ماتریس‌های مقایسات زوجی را محاسبه کرد و حتی اگر یکی از ماتریس‌ها هم ناسازگاری بیش از ۰/۱ داشت مسأله راراد کرد.

1- I.I = Inconsistency Index

2- I.R = Inconsistency Ratio

3- I.I.R = Inconsistency Index of Random Matrix

۲) ناسازگاری کل سلسله مراتب محاسبه شود و در صورتی که ناسازگاری کمتر از ۰/۱ بود تصمیم‌گیری مورد پذیرش خواهد بود. برای محاسبه ناسازگاری سلسله مراتب از وزن عناصر کل سلسله مراتب استفاده می‌شود. مراحل محاسبه نرخ ناسازگاری سلسله مراتب به صورت زیر است:

قدم اول: شاخص ناسازگاری هر ماتریس را در وزن عنصر مربوطه اش (یعنی عنصری که در مقایسه با آن ساخته شده است) ضرب نموده و حاصل جمع آن‌ها \overline{II} نامیده می‌شود.

قدم دوم: وزن هر یک از عناصر را در IIR ضرب کرده و مجموعشان برابر \overline{IIR} می‌شود.

قدم سوم: در نهایت نرخ ناسازگاری کل از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\overline{IR} = \frac{\overline{II}}{\overline{IIR}}$$

اگر مقدار \overline{IR} کمتر از ۰/۱ باشد در این صورت ناسازگاری قابل قبول می‌باشد.

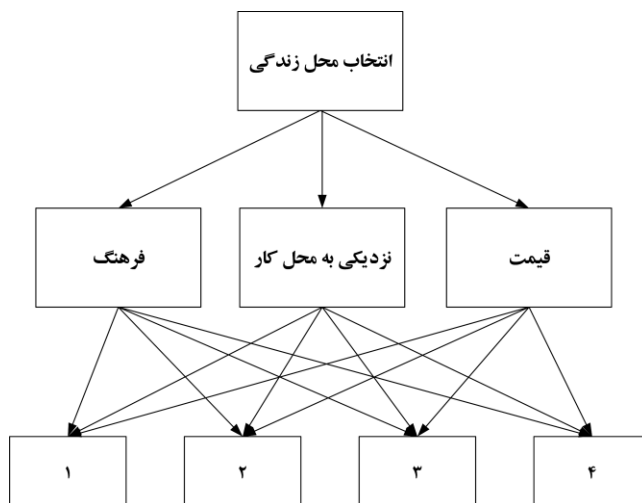
مثال ۴-۲: برای انتخاب یک محل از میان چهار محل موجود، سه عامل قیمت، نزدیکی به محل کار و فرهنگ محله در نظر گرفته شده است، در صورتی که ترجیح عوامل به صورت جدول ۴-۳۳ باشد:

جدول ۴-۳۳: ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها

	قیمت	نزدیکی به محل کار	فرهنگ محله
قیمت	۱	۲	۳
نزدیکی به محل کار	$\frac{1}{2}$	۱	۱
فرهنگ محله	$\frac{1}{3}$	۱	۱

قیمت محل‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر ۲۰۰، ۳۰۰، ۱۰۰ و ۴۰۰ میلیون تومان و فاصله آنها از محل کار به ترتیب برابر ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ کیلومتر می‌باشد و از نظر فرهنگی دارای امتیازهای ۱۵، ۲۰، ۳۰ و ۳۵ هستند. در صورتی که برای شاخص‌های کمی ترجیحات به صورت خطی در نظر گرفته شود کدام یک از طرح‌ها بهتر است؟ سازگاری این تصمیم چه مقدار است؟ سازگاری سلسله مراتبی این تصمیم چگونه است؟

حل: در ابتدا درخت سلسله مراتب به صورت شکل ۴-۱ تشکیل می‌شود:



شکل ۴-۱: درخت سلسله مراتب مثال ۴-۷

در ادامه ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها تشکیل می‌شود و وزن هر شاخص با استفاده از آن محاسبه می‌شود که در جدول ۴-۳۴ نشان داده شده است:

جدول ۴-۳۴: وزن هر یک از شاخص‌ها

۱	۲	۳		۱/۸۱۷	۰/۵۵۰
$\frac{1}{2}$	۱	۱	میانگین هندسی	۰/۷۹۴	۰/۲۴۰
$\frac{1}{3}$	۱	۱		۰/۶۹۳	۰/۲۱۰
					نرمالیزه مستقیم

در ادامه ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای هر یک از شاخص‌ها تشکیل می‌شود. جهت تشکیل ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای هر یک از شاخص‌های ارزیابی از نسبت بین گزینه‌ها استفاده می‌شود. در نهایت با استفاده از ماتریس‌های مقایسه زوجی، وزن هر گزینه بر مبنای هر شاخص بدست می‌آید. بایستی توجه داشت که در تشکیل ماتریس‌های مقایسه زوجی به مثبت و منفی بودن شاخص‌ها توجه شود. در این مثال شاخص ارزیابی قیمت و فاصله از محل کار به عنوان شاخص منفی در نظر گرفته می‌شود. ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیارها در جداول ۴-۳۵، ۴-۳۶ و ۴-۳۷ نشان داده شده است:

جدول ۴-۳۵: مقایسه زوجی هر یک از گزینه‌ها بر مبنای شاخص قیمت

قیمت	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۱/۵	۰/۵	۲
۲	۰/۶۶	۱	۰/۳۳	۱/۳۳
۳	۲	۳	۱	۴
۴	۰/۵	۰/۷۵	۰/۲۵	۱

میانگین هندسی

۱/۱۰۷
۰/۷۳۴
۲/۲۱۳
۰/۵۵۳

نرمالیزه مستقیم

۰/۲۴۰
۰/۱۵۹
۰/۴۸۰
۰/۱۲۰

جدول ۴-۳۶: مقایسه زوجی هر یک از گزینه‌ها بر مبنای شاخص فاصله

فاصله	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۱/۵	۲	۲/۵
۲	۰/۶۶	۱	۱/۳۳	۱/۶۶
۳	۰/۵	۰/۷۵	۱	۱/۲۵
۴	۰/۴	۰/۶	۰/۸	۱

میانگین هندسی

۱/۶۵۵
۱/۰۹۹
۰/۸۲۷
۰/۶۶۲

نرمالیزه مستقیم

۰/۳۹۰
۰/۲۵۹
۰/۱۹۵
۰/۱۵۶

جدول ۴-۳۷: مقایسه زوجی هر یک از گزینه‌ها بر مبنای شاخص فرهنگ

فرهنگ	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۰/۷۵۰	۰/۵۰۰	۰/۴۲۹
۲	۱/۳۳۳	۱	۰/۶۶۶	۰/۵۷۱
۳	۲	۱/۵۰۰	۱	۰/۸۵۷
۴	۲/۳۳۳	۱/۷۵۰	۱/۱۶۷	۱

میانگین هندسی

۰/۶۳۴
۰/۸۴۱
۱/۲۶۷
۱/۴۷۸

نرمالیزه مستقیم

۰/۱۵۰
۰/۱۹۹
۰/۳۰۰
۰/۳۵۰

در این مرحله وزن نهایی گزینه‌ها محاسبه می‌شود که به صورت زیر است.

$$W_1 = (0,24 \times 0,55) + (0,39 \times 0,24) + (0,15 \times 0,21) = 0,257$$

$$W_2 = (0,159 \times 0,55) + (0,259 \times 0,24) + (0,199 \times 0,21) = 0,192$$

$$W_3 = (0,48 \times 0,55) + (0,195 \times 0,24) + (0,30 \times 0,21) = 0,373$$

$$W_4 = (0,12 \times 0,55) + (0,156 \times 0,24) + (0,35 \times 0,21) = 0,178$$

نتایج وزن‌ها نشان می‌دهد که گزینه‌ی ۳ دارای بیشترین وزن در بین گزینه‌ها می‌باشد و این گزینه

جهت محل زندگی انتخاب می‌شود.

جهت بررسی سازگاری تصمیم به بررسی سازگاری ماتریس مقایسه زوجی معیارها پرداخته می‌شود

و بدین منظور در ابتدا مقدار ویژه این ماتریس محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0.500 & 1 & 1 \\ 0.333 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.550 \\ 0.240 \\ 0.210 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.660 \\ 0.725 \\ 0.633 \end{bmatrix}$$

$A \qquad W \qquad AW$

در ادامه مقدار λ برای هر یک از معیارها بدست می‌آید:

$$\lambda_1 = \frac{1.660}{0.550} = 3.018$$

$$\lambda_2 = \frac{0.725}{0.240} = 3.021$$

$$\lambda_3 = \frac{0.633}{0.210} = 3.014$$

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} = 3.018$$

با توجه به این که مقدار λ_{\max} بزرگتر از مقدار n یعنی ۳ می‌باشد بنابراین ناسازگاری وجود دارد.

جهت محاسبه‌ی ناسازگاری به صورت زیر عمل می‌شود:

$$I.I = \frac{3.018 - 3}{3 - 1} = 0.009$$

در ادامه مقدار IIR از جدول محاسبه می‌شود که با توجه به مقدار n برابر ۰/۵۸ می‌باشد. در انتها نیز

مقدار نرخ ناسازگاری (IR) محاسبه می‌شود.

$$IR = \frac{0.009}{0.58} = 0.015 < 0.1$$

با توجه به این که مقدار ناسازگاری کمتر از ۰/۱ می‌باشد بنابراین می‌توان بیان داشت که ناسازگاری

قابل قبول است. در این قسمت بایستی اشاره گردد که چون سایر ماتریس‌های مقایسه زوجی به کمک

نسبت خود اعداد تشکیل شده است، ناسازگاری صفر دارند. بنابراین سلسله مراتب ناسازگار نخواهد

بود.

مثال ۴-۸: فردی می‌خواهد چهار شرکت هواپیمایی را طبق نظر خود براساس سه شاخص، ایمنی پرواز، امکانات رفاهی و زمان‌بندی پرواز با استفاده از *AHP* رتبه‌بندی نماید. ماتریس مقایسات زوجی هدف و گزینه‌ها براساس هر معیار به صورت جداول ۴-۳۸ تا ۴-۴۱ می‌باشد:

جدول ۴-۳۸: ماتریس مقایسه زوجی معیارها

	ایمنی پرواز	امکانات رفاهی	زمان‌بندی پرواز
ایمنی پرواز	۱	۲	۱/۵۰۰
امکانات رفاهی	۰/۵۰۰	۱	۰/۵۰۰
زمان‌بندی پرواز	۰/۶۶۶	۲	۱

جدول ۴-۳۹: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار ایمنی پرواز

ایمنی پرواز	<i>Emirates</i>	<i>TG</i>	<i>Qatar</i>	<i>Bahrain</i>
<i>Emirates</i>	۱	۳	۱	۴
<i>TG</i>	۰/۳۳۳	۱	۰/۵۰۰	۰/۲۰۰
<i>Qatar</i>	۱	۲	۱	۳
<i>Bahrain</i>	۰/۲۵۰	۵	۰/۳۳۳	۱

جدول ۴-۴۰: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار امکانات رفاهی

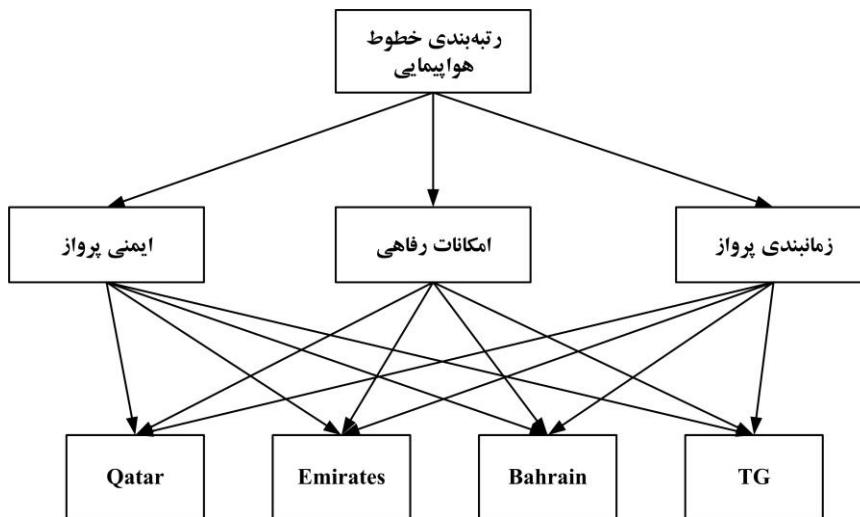
امکانات رفاهی	<i>Emirates</i>	<i>TG</i>	<i>Qatar</i>	<i>Bahrain</i>
<i>Emirates</i>	۱	۲	۲	۳
<i>TG</i>	۰/۵۰۰	۱	۰/۳۳۳	۰/۵۰۰
<i>Qatar</i>	۰/۵۰۰	۳	۱	۴
<i>Bahrain</i>	۰/۳۳۳	۲	۰/۲۵۰	۱

جدول ۴-۴۱: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار زمان‌بندی پرواز

زمان‌بندی پرواز	Emirates	TG	Qatar	Bahrain
Emirates	۱	۱	۰/۳۳۳	۱
TG	۱	۱	۰/۲۵۰	۱
Qatar	۳	۴	۱	۲
Bahrain	۱	۱	۰/۵۰۰	۱

سازگاری سلسله مراتبی این تصمیم چگونه است؟ در صورتی که سلسله مراتب سازگار می‌باشد، به رتبه‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل: در ابتدا درخت سلسله مراتب تشکیل می‌شود که به صورت شکل ۴-۲ می‌باشد:



شکل ۴-۲: درخت سلسله مراتب مثال ۴-۸

در ادامه ماتریس مقایسه زوجی معیارها تشکیل می‌شود و وزن هر معیار با استفاده از آن محاسبه می‌شود که در جدول ۴-۴۲ نشان داده شده است:

جدول ۴-۴۲: وزن هر یک از معیارها

۱	۲	۱/۵۰۰	میانگین هندسی	۱/۴۴۲	نرمالیزه مستقیم	۰/۴۵۵
۰/۵۰۰	۱	۰/۵۰۰		۰/۶۳۰		۰/۱۹۹
۰/۶۶۶	۲	۱		۱/۱۰۱		۰/۳۴۷

در ادامه با استفاده از ماتریس های مقایسه زوجی، وزن هر گزینه بر مبنای هر معیار بدست می آید که در جداول ۴-۴۳ تا ۴-۴۵ نشان داده شده است:

جدول ۴-۴۳: وزن هر یک از گزینه ها بر مبنای معیار ایمنی پرواز

ایمنی پرواز	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>Q</i>	<i>B</i>	میانگین هندسی	نرمالیزه مستقیم		
<i>E</i>	۱	۳	۱	۴			۱/۸۶۱	۰/۴۰۰
<i>T</i>	۰/۳۳۳	۱	۰/۵۰۰	۰/۲۰۰			۰/۴۲۷	۰/۰۹۲
<i>Q</i>	۱	۲	۱	۳			۱/۵۶۵	۰/۳۳۶
<i>B</i>	۰/۲۵۰	۵	۰/۳۳۳	۱			۰/۸۰۳	۰/۱۷۲

جدول ۴-۴۴: وزن هر یک از گزینه ها بر مبنای معیار امکانات رفاهی

امکانات رفاهی	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>Q</i>	<i>B</i>	میانگین هندسی	نرمالیزه مستقیم		
<i>E</i>	۱	۲	۲	۳			۱/۸۶۱	۰/۴۰۴
<i>T</i>	۰/۵۰۰	۱	۰/۳۳۳	۰/۵۰۰			۰/۵۳۷	۰/۱۱۷
<i>Q</i>	۰/۵۰۰	۳	۱	۴			۱/۵۶۵	۰/۳۴۰
<i>B</i>	۰/۳۳۳	۲	۰/۲۵۰	۱			۰/۶۳۹	۰/۱۳۹

جدول ۴-۴۵: وزن هر یک از گزینه ها بر مبنای معیار زمان بندی پرواز

زمان بندی پرواز	<i>E</i>	<i>T</i>	<i>Q</i>	<i>B</i>	میانگین هندسی	نرمالیزه مستقیم		
<i>E</i>	۱	۱	۰/۳۳۳	۱			۰/۷۶۰	۰/۱۶۸
<i>T</i>	۱	۱	۰/۲۵۰	۱			۰/۷۰۷	۰/۱۵۶
<i>Q</i>	۳	۴	۱	۲			۲/۲۱۳	۰/۴۹۰
<i>B</i>	۱	۱	۰/۵۰۰	۱			۰/۸۴۱	۰/۱۸۶

جهت بررسی سازگاری تصمیم به بررسی سازگاری کل سلسله مراتب پرداخته می‌شود. بدین

منظور در ابتدا مقدار ویژه این ماتریس محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/500 \\ 0/500 & 1 & 0/500 \\ 0/666 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0/455 \\ 0/199 \\ 0/347 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/373 \\ 0/600 \\ 1/048 \end{bmatrix}$$

$A \qquad \qquad W \qquad \qquad AW$

در ادامه مقدار λ برای هر یک از معیارها بدست می‌آید:

$$\lambda_1 = \frac{1/373}{0/455} = 3/0176$$

$$\lambda_2 = \frac{0/6}{0/199} = 3/015$$

$$\lambda_3 = \frac{1/048}{0/347} = 3/020$$

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3} = 3/018$$

با توجه به این که مقدار λ_{\max} بزرگتر از مقدار n یعنی ۳ می‌باشد بنابراین ناسازگاری وجود دارد.

جهت محاسبه‌ی ناسازگاری به صورت زیر عمل می‌شود:

$$I \cdot I = \frac{3/018 - 3}{3 - 1} = 0/009$$

در ادامه مقدار IIR از جدول محاسبه می‌شود که با توجه به مقدار n برابر ۰,۵۸ می‌باشد. در انتها نیز

مقدار نرخ ناسازگاری (IR) محاسبه می‌شود.

$$IR = \frac{0/009}{0/58} = 0/0155 < 0/1$$

با توجه به این که مقدار ناسازگاری کمتر از ۰/۱ می‌باشد بنابراین می‌توان بیان داشت که ناسازگاری

این ماتریس قابل قبول است.

در این مرحله شاخص ناسازگاری کل سلسله مراتب محاسبه می‌شود. بدین منظور در ابتدا بایستی

شاخص ناسازگاری هر یک از ماتریس‌های مقایسه زوجی محاسبه شود. در ابتدا شاخص ناسازگاری

ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار ایمنی پرواز بررسی می‌شود که به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 0.33 & 1 & 0.5 & 0.2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0.25 & 5 & 0.33 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.40 \\ 0.92 \\ 0.336 \\ 0.172 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 \\ 0.426 \\ 1.436 \\ 0.843 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{1.7}{0.40} = 4.25 \quad \lambda_2 = 4.63 \quad \lambda_3 = 4.274 \quad \lambda_4 = 4.901$$

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4}{4} = 4.514$$

با توجه به این که مقدار λ_{\max} بزرگتر از مقدار n یعنی ۴ می باشد بنابراین ناسازگاری وجود دارد. جهت محاسبه ی ناسازگاری به صورت زیر عمل می شود:

$$II = \frac{4.514 - 4}{3} = 0.171$$

در ادامه مقدار IIR از جدول محاسبه می شود که با توجه به مقدار n برابر ۰/۹ می باشد. در انتها نیز مقدار شاخص ناسازگاری (IR) محاسبه می شود.

$$IR = \frac{0.171}{0.9} = 0.19 > 0.1$$

با توجه به این که مقدار ناسازگاری ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها بر مبنای معیار ایمنی پرواز بیشتر از ۰/۱ می باشد بنابراین می توان بیان داشت که ناسازگاری این ماتریس قابل قبول نیست. در ادامه ناسازگاری برای ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها بر مبنای شاخص امکانات رفاهی محاسبه می شود که به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0.5 & 1 & 0.33 & 0.5 \\ 0.5 & 3 & 1 & 4 \\ 0.33 & 2 & 0.25 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.404 \\ 0.117 \\ 0.340 \\ 0.139 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.735 \\ 0.501 \\ 1.449 \\ 0.591 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{1.735}{0.404} = 4.294 \quad \lambda_2 = 4.282 \quad \lambda_3 = 4.262 \quad \lambda_4 = 4.252$$

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4}{4} = 4.272$$

با توجه به این که مقدار λ_{\max} بزرگتر از مقدار n یعنی ۴ می‌باشد بنابراین ناسازگاری وجود دارد.

جهت محاسبه‌ی ناسازگاری به صورت زیر عمل می‌شود:

$$II = \frac{4/272 - 4}{3} = 0.091$$

$$IR = \frac{0.091}{0.9} = 0.101 > 0.1$$

با توجه به این که مقدار ناسازگاری ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار امکانات رفاهی

بیشتر از ۰/۱ می‌باشد بنابراین می‌توان بیان داشت که ناسازگاری این ماتریس قابل قبول نیست.

سپس ناسازگاری برای ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای شاخص زمان‌بندی پرواز محاسبه

می‌شود که به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.333 & 1 \\ 1 & 1 & 0.250 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0.500 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.168 \\ 0.156 \\ 0.490 \\ 0.186 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.673 \\ 0.633 \\ 1.990 \\ 0.755 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.673}{0.168} = 4.006 \quad \lambda_2 = 4.058 \quad \lambda_3 = 4.061 \quad \lambda_4 = 4.060$$

$$\lambda_{\max} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4}{4} = 4.046$$

با توجه به این که مقدار λ_{\max} بزرگتر از مقدار n یعنی ۴ می‌باشد بنابراین ناسازگاری وجود دارد.

جهت محاسبه‌ی ناسازگاری به صورت زیر عمل می‌شود:

$$II = \frac{4/0.466 - 4}{3} = 0.153$$

$$IR = \frac{0.153}{0.9} = 0.17 < 0.1$$

با توجه به این که مقدار ناسازگاری ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار زمان‌بندی پرواز

کمتر از ۰/۱ می‌باشد، بنابراین می‌توان بیان داشت که ناسازگاری این ماتریس قابل قبول می‌باشد.

در ادامه بایستی شاخص ناسازگاری سلسله مراتب بدست آید. اطلاعات ماتریس‌های مقایسه زوجی

در جدول ۴-۴۶ نشان داده شده است.

جدول ۴-۴۶: شاخص ناسازگاری

	هدف	ایمنی پرواز	امکانات رفاهی	زمان بندی پرواز
λ_{\max}	۳/۰۱۸	۴/۵۱۴	۴/۲۷۲	۴/۰۴۶
II	۰/۰۰۹	۰/۱۷۱	۰/۰۹۱	۰/۰۱۵۳
IIR	۰/۵۸	۰/۹	۰/۹	۰/۹
W	۱	۰/۴۵۵	۰/۱۹۹	۰/۳۴۷

شاخص ناسازگاری هر ماتریس را در وزن عنصر مربوطه اش (یعنی عنصری که در مقایسه با آن ساخته شده است) ضرب نموده و حاصل جمع آن‌ها \overline{II} نامیده می‌شود.

$$\overline{II} = [0.171 \quad 0.091 \quad 0.153] \begin{bmatrix} 0.455 \\ 0.199 \\ 0.347 \end{bmatrix} + (0.009 \times 1) = 0.1102$$

سپس وزن هر یک از عناصر را در IIR ضرب کرده و مجموعشان برابر \overline{IIR} می‌شود.

$$\overline{IIR} = [0.9 \quad 0.9 \quad 0.9] \begin{bmatrix} 0.455 \\ 0.199 \\ 0.347 \end{bmatrix} + (0.58 \times 1) = 1.481$$

در انتها نرخ ناسازگاری سلسله مراتب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{نرخ } i \text{ تا سازگاری کل} = \frac{0.1102}{1.481} = 0.074 < 0.1$$

با توجه به این که نرخ ناسازگاری کل کمتر از ۰/۱ می‌باشد بنابراین می‌توان بیان داشت که ناسازگاری سلسله مراتب قابل قبول است و با توجه به این، در انتها وزن نهایی گزینه‌ها محاسبه می‌شود که به صورت زیر است:

$$W_1 = (0.40 \times 0.455) + (0.404 \times 0.199) + (0.168 \times 0.347) = 0.321$$

$$W_2 = (0.092 \times 0.455) + (0.117 \times 0.199) + (0.156 \times 0.347) = 0.119$$

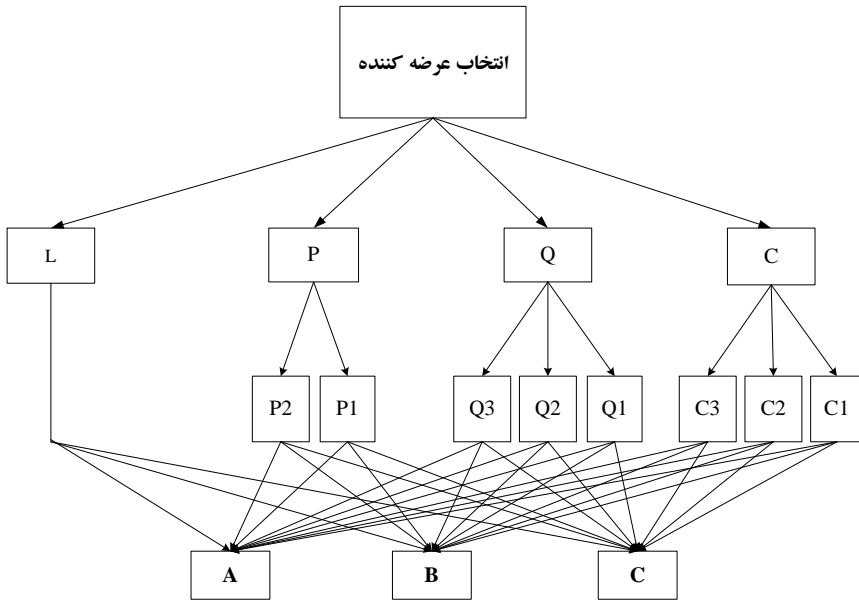
$$W_3 = (0.336 \times 0.455) + (0.34 \times 0.199) + (0.49 \times 0.347) = 0.391$$

$$W_4 = (0.172 \times 0.455) + (0.139 \times 0.199) + (0.186 \times 0.347) = 0.170$$

نتایج وزن‌ها نشان می‌دهد که گزینه‌ی ۳ دارای بیشترین وزن در بین گزینه‌ها می‌باشد و شرکت

هوایمایی قطر به عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود.

مثال ۹-۴: نمودار سلسله مراتبی و نیز ماتریس‌های مقایسه زوجی مربوط به انتخاب بهترین عرضه‌کننده از میان سه عرضه‌کننده A، B، C برای یک شرکت به صورت نمودار شکل ۳-۴ می‌باشد:



شکل ۳-۴: درخت سلسله مراتب انتخاب عرضه‌کننده

معیارها و زیرمعیارها به صورت جدول ۴-۴۷ می‌باشد:

جدول ۴-۴۷: معیارها و زیرمعیارها

		تحویل بموقع	L
تسهیلات پرداخت	P_1	قیمت کالا و خدمات	P
قیمت کالا	P_2		
کیفیت ظاهری کالا	Q_1	کیفیت	Q
کیفیت مشخصه‌های کالا	Q_2		
کیفیت بسته‌بندی کالا	Q_3		
تحویل مناسب	C_1	خدمات	C
پشتیبانی	C_2		
برخورد مناسب	C_3		

با توجه به ماتریس‌های مقایسه زوجی زیر، وزن هر یک از معیارها، زیرمعیارها و وزن نهایی گزینه‌ها را محاسبه کنید.

معیارهای
سطح اول

	C	Q	P	L
C	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۰۰	۲/۰۰۰
Q	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰
P	۲/۰۰۰	۰/۳۳۳	۱/۰۰۰	۲/۰۰۰
L	۰/۵۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۰۰	۱/۰۰۰

معیارهای سطح دوم

C				Q			P			
	C1	C2	C3		Q1	Q2	Q3		P1	P2
C _۱	۱/۰۰۰	۰/۵۰۰	۰/۳۳۳	Q _۱	۱/۰۰۰	۰/۳۳۳	۱/۵۰۰	P _۱	۱/۰۰۰	۰/۲۰۰
C _۲	۲/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۰۰	Q _۲	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰	۲/۵۰۰	P _۲	۵/۰۰۰	۱/۰۰۰
C _۳	۲/۰۰۰	۲/۰۰۰	۱/۰۰۰	Q _۳	۰/۶۶۷	۰/۴۰۰	۱/۰۰۰			

گزینه‌ها

C3				C2				C1			
	A	B	C		A	B	C		A	B	C
A	۱/۰۰۰	۰/۳۳۳	۱/۵۰۰	A	۱/۰۰۰	۰/۲۰۰	۰/۲۰۰	A	۱/۰۰۰	۵/۰۰۰	۳/۰۰۰
B	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰	۲/۵۰۰	B	۵/۰۰۰	۱/۰۰۰	۳/۰۰۰	B	۰/۲۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
C	۰/۶۶۷	۰/۴۰۰	۱/۰۰۰	C	۰/۵۰۰	۰/۳۳۳	۱/۰۰۰	C	۰/۳۳۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰

Q3				Q2				Q1			
	A	B	C		A	B	C		A	B	C
A	۱/۰۰۰	۰/۳۳۳	۲/۰۰۰	A	۱/۰۰۰	۰/۳۳۳	۰/۳۳۳	A	۱/۰۰۰	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰
B	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰	۵/۰۰۰	B	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	B	۰/۳۳۳	۱/۰۰۰	۰/۲۵۰
C	۰/۵۰۰	۰/۲۰۰	۱/۰۰۰	C	۳/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	C	۱/۰۰۰	۴/۰۰۰	۱/۰۰۰

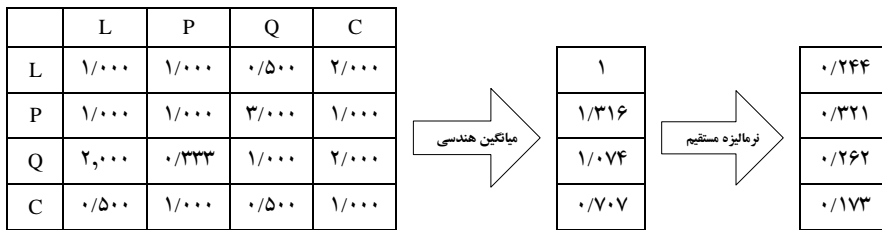
	A	B	C
A	۱/۰۰۰	۱/۳۳۳	۱/۲۵۰
B	۰/۷۵۰	۱/۰۰۰	۲/۰۰۰
C	۰/۸۰۰	۰/۵۰۰	۱/۰۰۰

	A	B	C
A	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
B	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰
C	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰

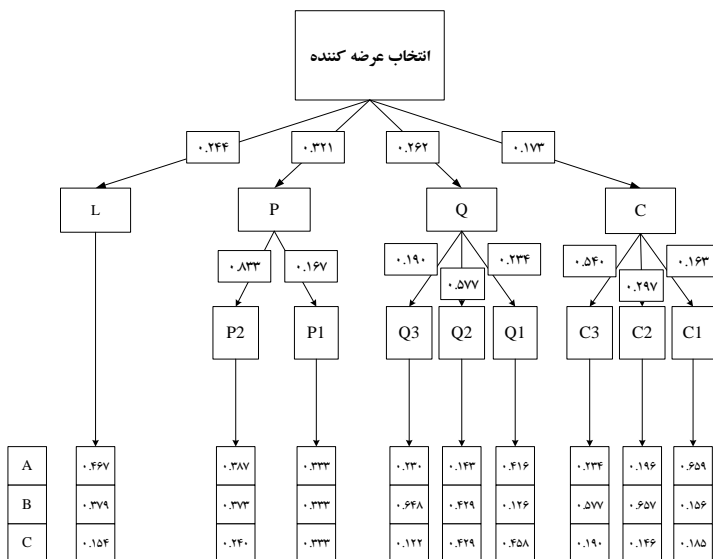
	A	B	C
A	۱/۰۰۰	۱/۲۵۰	۳/۰۰۰
B	۰/۸۰۰	۱/۰۰۰	۲/۵۰۰
C	۰/۳۳۳	۰/۴۰۰	۱/۰۰۰

حل: برای محاسبه‌ی وزن‌ها با توجه به ماتریس‌های مقایسه زوجی از میانگین هندسی سطرهای آن‌ها استفاده می‌شود و در ادامه با بی‌مقیاس‌سازی میانگین‌ها، وزن‌ها محاسبه می‌شود. به عنوان مثال برای ماتریس مقایسه زوجی معیارهای سطح اول به صورت جدول ۴-۴۸ می‌باشد:

جدول ۴-۴۸: وزن هر یک از شاخص‌ها حاصل از پرسشنامه مقایسه زوجی خبرگان



در ادامه به صورت فوق وزن معیارها و گزینه‌ها محاسبه می‌شود که به صورت شکل ۴-۴ می‌باشد:



شکل ۴-۴: وزن‌های محلی معیارها و گزینه‌ها

در ادامه وزن نهایی هر یک از گزینه‌ها محاسبه می‌شود که به صورت زیر است:

$$W_A = 0,173 \times ((0,163 \times 0,659) + (0,297 \times 0,169) + (0,540 \times 0,234)) + 0,262$$

$$\times ((0,234 \times 0,416) + (0,577 \times 0,143) + (0,190 \times 0,230)) + 0,321$$

$$\times ((0,167 \times 0,333) + (0,833 \times 0,387)) + 0,244 \times (0,467) = 0,3444$$

$$W_B = 0,173 \times ((0,163 \times 0,156) + (0,297 \times 0,657) + (0,540 \times 0,577)) + 0,262$$

$$\times ((0,234 \times 0,126) + (0,577 \times 0,429) + (0,190 \times 0,648)) + 0,321$$

$$\times ((0,167 \times 0,333) + (0,833 \times 0,373)) + 0,244 \times (0,379) = 0,4070$$

$$W_C = 0,173 \times ((0,163 \times 0,185) + (0,297 \times 0,146) + (0,540 \times 0,190)) + 0,262$$

$$\times ((0,234 \times 0,458) + (0,577 \times 0,429) + (0,190 \times 0,122)) + 0,321$$

$$\times ((0,167 \times 0,333) + (0,833 \times 0,240)) + 0,244 \times (0,154) = 0,2486$$

با توجه به وزن نهایی، عرضه کننده B انتخاب می‌شود.

۴-۷-۳- فرآیند تحلیل سلسله مراتبی گروهی^۱

در مواردی از تصمیم‌گیری، به دلیل حساسیت بالای تصمیمات، نیاز به تخصص‌های مختلف و همچنین انجام تصمیم‌گیری به صورت گروهی می‌باشد که می‌توان از فرآیند تحلیل سلسله مراتبی گروهی استفاده کرد.

جهت انجام فرآیند تحلیل سلسله مراتبی گروهی، پس از انتخاب اعضای گروه بایستی نمودار سلسله مراتب تشکیل شود. مهمترین قسمت انجام این فرآیند تعیین شاخص‌های ارزیابی می‌باشد. این امر در تصمیمات انفرادی، چون تنها نظر یک فرد می‌باشد به راحتی انجام می‌گیرد اما در تصمیمات گروهی معمولاً نظر افراد بیشتری از گروه در انتخاب در نظر گرفته می‌شود. جهت تعیین شاخص‌ها می‌توان از روش دلفی، پرسشنامه و جلسات گروهی استفاده کرد. در ادامه پس از تعیین ساختار سلسله مراتب، به تشکیل ماتریس‌های مقایسات زوجی پرداخته می‌شود. در این مرحله، پس از تکمیل ماتریس‌های مقایسات زوجی توسط اعضای گروه، با استفاده از میانگین هندسی درایه به درایه‌های ماتریس‌ها به تلفیق نظر اعضا پرداخته می‌شود و در ادامه به صورت الگوریتم روش تحلیل سلسله مراتب به اولویت‌بندی پرداخته می‌شود.

نکته: در صورتی که وزن نظر اعضای گروه متفاوت باشد در محاسبه میانگین هندسی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$\sum_{i=1}^n w_i \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n k_i^{w_i}}$$

در رابطه‌ی فوق، n تعداد اعضای گروه است و w_i وزن نظر تصمیم‌گیرنده‌ی i می‌باشد. در

تصمیم‌گیری به روش *AHP* گروهی بایستی به نکات زیر توجه شود:

(۱) افراد منتخب برای *AHP* گروهی بایستی صاحب‌نظر در حوزه‌ی تصمیم‌گیری باشند.

(۲) نظرسنجی‌ها به صورت مستقل انجام گیرد تا نظر افراد مختلف بر یکدیگر تأثیر نگذارد.

(۳) وزن نظرات افراد مختلف بایستی مشخص گردد.

(۴) محاسبه ماتریس مقایسات زوجی به کمک میانگین هندسی صورت گیرد.

مثال ۴-۱۰: یک انبوه‌ساز ساختمانی جهت انتخاب سیستم سرمایشی ساختمان‌ها با کمک مهندس ناظر خود شاخص‌هایی را جهت ارزیابی سیستم‌های مختلف برگزید و قصد دارد با استفاده از روش *AHP* به انتخاب یکی از سیستم‌های کولر آبی، اسپیلیت و یا چیلر پردازد. شاخص‌های ارزیابی به صورت جدول ۴-۴۹ است:

جدول ۴-۴۹: شاخص‌های ارزیابی جهت انتخاب سیستم سرمایشی

مصرف برق (-)	سرمایه‌گذاری اولیه (-)	راندمان (+)	هزینه‌های نگهداری (-)
C_4	C_3	C_2	C_1

وی جهت جمع‌آوری داده‌های هر یک از سیستم‌ها از خبرگان مختلفی شامل مهندسين ساختمان و کارشناسان شرکت‌های گرمایشی و سرمایشی نظرخواهی کرد و هر یک از نظردهندگان ماتریس‌های مقایسه زوجی را تشکیل دادند که در جداول ۴-۵۰، ۴-۵۱ و ۴-۵۲ نشان داده شده است:

جدول ۴-۵۰: ماتریس های مقایسه زوجی کارشناس اول

معیار	ماتریس مقایسه زوجی	معیار	ماتریس مقایسه زوجی
هزینه نگهداری (C _۱)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۱/۵ \\ ۰/۵ & ۱ & ۱/۳۳ \\ ۰/۶۶ & ۰/۷۵ & ۱ \end{bmatrix}$	راندمان (C _۲)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۲/۵ \\ ۰/۵ & ۱ & ۱/۲۵ \\ ۰/۴ & ۰/۸ & ۱ \end{bmatrix}$
سرمایه گذاری اولیه (C _۳)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۵ & ۳ \\ ۰/۲ & ۱ & ۰/۶۶ \\ ۰/۳۳ & ۱/۵ & ۱ \end{bmatrix}$	مصرف برق (C _۴)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۰/۱۱ & ۰/۵ \\ ۹ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۰/۵ & ۱ \end{bmatrix}$
$\begin{matrix} C_1 & \begin{bmatrix} ۱ & ۰/۵ & ۰/۷۵ & ۱/۲۵ \\ ۲ & ۱ & ۱/۲ & ۲ \\ ۱/۳۳ & ۰/۸۳۳ & ۱ & ۱/۷۵ \\ ۰/۸ & ۰/۵ & ۰/۵۷ & ۱ \end{bmatrix} \\ C_2 & \\ C_3 & \\ C_4 & \end{matrix}$			
معیارها			

جدول ۴-۵۱: ماتریس های مقایسه زوجی کارشناس دوم

معیار	ماتریس مقایسه زوجی	معیار	ماتریس مقایسه زوجی
هزینه نگهداری (C _۱)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۲/۵ \\ ۰/۳۳ & ۱ & ۱/۳ \\ ۰/۴ & ۰/۷۷ & ۱ \end{bmatrix}$	راندمان (C _۲)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۲/۵ & ۱/۵ \\ ۰/۴ & ۱ & ۱/۲ \\ ۰/۶۶ & ۰/۸۳۳ & ۱ \end{bmatrix}$
سرمایه گذاری اولیه (C _۳)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۲/۵ \\ ۰/۳۳ & ۱ & ۰/۷ \\ ۰/۴ & ۱/۴۳ & ۱ \end{bmatrix}$	مصرف برق (C _۴)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۰/۱۴۳ & ۰/۲۵ \\ ۷ & ۱ & ۳ \\ ۴ & ۰/۳۳ & ۱ \end{bmatrix}$
$\begin{matrix} C_1 & \begin{bmatrix} ۱ & ۰/۶ & ۲ & ۱/۲ \\ ۱/۶۶ & ۱ & ۱ & ۱/۷ \\ ۰/۵ & ۱ & ۱ & ۲/۵ \\ ۰/۸۳۳ & ۰/۵۸۸ & ۰/۴ & ۱ \end{bmatrix} \\ C_2 & \\ C_3 & \\ C_4 & \end{matrix}$			
معیارها			

جدول ۴-۵۲: ماتریس های مقایسه زوجی کارشناس سوم

معیار	ماتریس مقایسه زوجی	معیار	ماتریس مقایسه زوجی
هزینه نگهداری (C _۱)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۳/۵ & ۲/۸ \\ ۰/۲۸۶ & ۱ & ۱/۶ \\ ۰/۳۵۷ & ۰/۶۲۵ & ۱ \end{bmatrix}$	راندمان (C _۲)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۲/۳ & ۱/۸ \\ ۰/۴۳۵ & ۱ & ۱/۲۵ \\ ۰/۵۵۵ & ۰/۸ & ۱ \end{bmatrix}$
سرمایه گذاری اولیه (C _۳)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۸ & ۴ \\ ۰/۱۲۵ & ۱ & ۰/۶۵ \\ ۰/۲۵ & ۱/۵۴ & ۱ \end{bmatrix}$	مصرف برق (C _۴)	$\begin{bmatrix} ۱ & ۰/۱ & ۰/۲ \\ ۱۰ & ۱ & ۴/۵ \\ ۵ & ۰/۲۲ & ۱ \end{bmatrix}$
$\begin{matrix} C_1 & \begin{bmatrix} ۱ & ۰/۵۵ & ۲/۴ & ۱/۵ \\ ۱/۸۲ & ۱ & ۱/۲ & ۱/۷۵ \\ ۰/۴۱۷ & ۰/۸۳۳ & ۱ & ۲/۳ \\ ۰/۶۶ & ۰/۵۷۱ & ۰/۴۳۵ & ۱ \end{bmatrix} \\ C_2 & \\ C_3 & \\ C_4 & \end{matrix}$			
معیارها			

وزن نظر هر یک از کارشناسان به ترتیب برابر ۱، ۲ و ۳ می‌باشد. حال با توجه به نظر سه کارشناس و وزن هر کدام، با استفاده از روش *AHP* گروهی به انتخاب سیستم سرمایه‌ی مناسب پردازید.

حل: در این مسأله با توجه به این که تصمیم‌گیری بر مبنای نظر سه کارشناس انجام می‌گیرد بنابراین بایستی نظر آن‌ها ترکیب شود. بدین منظور بایستی از میانگین هندسی نظر آن‌ها و براساس وزن نظر آن‌ها، نظر ترکیبی محاسبه شود. در جدول ۴-۵۳ با استفاده از میانگین هندسی، نظرات سه کارشناس ترکیب شده است و همانند *AHP* ساده وزن هر یک از معیارها و گزینه‌ها در ماتریس‌های مقایسه زوجی بدست آمده است:

جدول ۴-۵۳: میانگین ماتریس‌های مقایسه زوجی کارشناسان

میانگین نظرات		ماتریس مقایسه زوجی	
C_1 $\begin{bmatrix} 1 & 0.557 & 1/860 & 1/351 \\ 1/793 & 1 & 1/129 & 1/772 \\ 0.537 & 0.885 & 1 & 2/259 \\ 0.736 & 0.564 & 0.442 & 1 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 1.088 \\ 1.376 \\ 1.018 \\ 0.654 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.263 \\ 0.333 \\ 0.246 \\ 0.158 \end{bmatrix}$	
کولر آبی اسپیلیت چیلر	$\begin{bmatrix} 1 & 2/310 & 1/789 \\ 0.433 & 1 & 1/233 \\ 0.557 & 0.811 & 1 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 1.605 \\ 0.811 \\ 0.767 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.504 \\ 0.255 \\ 0.241 \end{bmatrix}$
کولر آبی اسپیلیت چیلر	$\begin{bmatrix} 1 & 3.029 & 2/430 \\ 0.329 & 1 & 1/448 \\ 0.411 & 0.691 & 1 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 1.945 \\ 0.781 \\ 0.657 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.575 \\ 0.231 \\ 0.194 \end{bmatrix}$
کولر آبی اسپیلیت چیلر	$\begin{bmatrix} 1 & 0.114 & 0.251 \\ 8.724 & 1 & 3/434 \\ 3/984 & 0.289 & 1 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.306 \\ 3.106 \\ 1.048 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.069 \\ 0.696 \\ 0.235 \end{bmatrix}$
کولر آبی اسپیلیت چیلر	$\begin{bmatrix} 1 & 5.334 & 3/260 \\ 0.187 & 1 & 0.668 \\ 0.306 & 1/496 & 1 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 2.591 \\ 0.500 \\ 0.771 \end{bmatrix}$	$\rightarrow \begin{bmatrix} 0.671 \\ 0.129 \\ 0.200 \end{bmatrix}$
کولر آبی اسپیلیت چیلر			هزینه نگهداری (C ₁)
			راندمان (C ₂)
			سرمایه‌گذاری اولیه (C ₃)
			مصرف برق (C ₄)

با توجه وزن معیارها و گزینه‌ها، در انتها وزن نهایی هر معیار بدست می‌آید و بر مبنای آن رتبه‌بندی انجام می‌گیرد:

$$W_{\text{کولر}} = (0,263 \times 0,504) + (0,333 \times 0,575) + (0,246 \times 0,69) + (0,158 \times 0,671) = 0,446$$

$$W_{\text{اسپلیت}} = (0,263 \times 0,255) + (0,333 \times 0,231) + (0,246 \times 0,696) + (0,158 \times 0,129) = 0,336$$

$$W_{\text{چیلر}} = (0,263 \times 0,241) + (0,333 \times 0,194) + (0,246 \times 0,235) + (0,158 \times 0,200) = 0,217$$

با توجه به وزن نهایی هر یک از سیستم‌های سرمایشی، وزن کولر از بقیه گزینه‌ها بالاتر است و این سیستم انتخاب می‌شود.

تذکره: در پیوست (۲) یک مثال کاربردی از روش *AHP* اشاره شده است.

۴-۸- روش تخصیص خطی

در این روش اولویت هر یک از گزینه‌ها در هر شاخص ارزیابی مشخص می‌شود و یک مدل برنامه‌ریزی تخصیص (کارگماری) تشکیل می‌شود و با حل این مدل تخصیص، به اولویت‌بندی گزینه‌ها پرداخته می‌شود. برای حل این مدل لازم است اشاره‌ای به روش حل تخصیص (کارگماری) شود. در ابتدا مدل برنامه‌ریزی و ماتریس از- به جهت تخصیص افراد به کارها تشکیل می‌شود.

$$x_{ij} \begin{cases} 0 & \text{اگر فرد } i \text{ به کار } j \text{ اختصاص نیابد} \\ 1 & \text{اگر فرد } i \text{ به کار } j \text{ اختصاص یابد} \end{cases}$$

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$St. \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_{ij} = (0, 1) \quad \forall i, j$$

جدول ۴-۵۴: ماتریس تخصیص

کار فرد	۱	۲	n
۱	زمان انجام هر کار توسط هر فرد			
۲				
.				
.				
n				

در این جا به الگوریتم حل مسائل کارگماری با روش مجارستانی پرداخته می‌شود:

قدم اول: کوچکترین عدد هر سطر از کلیه اعداد سطر کم می‌شود.

قدم دوم: کوچکترین عدد هر ستون از کلیه اعداد ستون کم می‌شود.

قدم سوم: با کمترین خط پوششی (افقی و عمودی) صفرهای جدول را پوشش دهید. اگر تعداد خط پوششی برابر بعد ماتریس باشد جواب بهینه قابل استخراج است. در غیر این صورت به قدم چهارم بروید.

قدم چهارم: کوچکترین عددی که خط نخورده است را انتخاب کنید. این عدد را از کلیه اعدادی که خط نخورده است کم کنید و به اعداد محل تقاطع خطوط پوششی اضافه کنید و به قدم سوم بروید.

قدم پنجم: در این مرحله از ماتریس نهایی جواب مسأله استخراج می‌شود. بدین صورت که درایه‌هایی از ماتریس که صفر می‌باشند مبنای تصمیم‌گیری قرار می‌گیرند و کارهایی که درایه‌ی صفر در ستون آن‌ها می‌باشند به فرد متناظر تخصیص داده می‌شود. در صورتی که یک کار به چند فرد تخصیص یابد مسأله دارای جواب چندگانه است.

تذکره: اگر روش مجارستانی برای حل مسأله‌ی max استفاده شود با توجه به این که مسأله max بایستی به مسأله min تبدیل گردد، بایستی اختلاف بزرگترین عدد ماتریس از تک تک اعداد محاسبه و جایگزین شود.

در ادامه جهت اولویت‌بندی گزینه‌ها با استفاده از روش تخصیص خطی، مراحل زیر انجام می‌گیرد:

قدم اول: تشکیل ماتریس رتبه - شاخص:

در این مرحله بایستی رتبه هر گزینه در هر شاخص مشخص شود و ماتریس رتبه - شاخص تشکیل شود.

قدم دوم : تشکیل ماتریس گزینه - رتبه:

در این مرحله ماتریس مربعی گزینه - رتبه تشکیل می شود. بدین منظور مجموع وزن هر گزینه در هر رتبه به عنوان درایه های این ماتریس می باشد.

قدم سوم : در این حالت با استفاده از روش حل مجارستانی تخصیص - کارگماری به حل مسأله max برای ماتریس گزینه - رتبه پرداخته می شود.

مثال ۴-۱۱ : فدراسیون بین المللی فوتبال (فیفا) قصد دارد جهت انتخاب بهترین بازیکن فوتبال جهان از روش تخصیص خطی استفاده نماید و بدین منظور پنج شاخص را به عنوان شاخص های ارزیابی خود برگزیده است. کارشناسان فیفا پس از بررسی اولیه، چهار گزینه ی نهایی کسب بهترین بازیکن جهان را انتخاب کردند و اطلاعات آماری آن ها را به صورت جدول ۴-۵۵ اعلام نمودند. همچنین با نظرخواهی از مربیان و کارشناسان فوتبال، وزن هر یک از شاخص ها مشخص شد که در جدول ۴-۵۵ نشان داده شده است:

جدول ۴-۵۵: ماتریس تصمیم گیری انتخاب بهترین بازیکن جهان

معیارها / گزینه ها	میانگین پاس اشتباه در هر بازی (-)	متوسط نمره کسب شده در هر بازی (+)	تعداد پاس گل در فصل (+)	متوسط مسافت پیموده در هر بازی (km) (+)	تعداد گل زده در فصل (+)
A_1	۲۱	۵	۲۸	۱۰/۵	۳۵
A_2	۱۴	۵/۳	۲۱	۱۲	۴۲
A_3	۱۶	۵/۷	۱۵	۱۳/۷	۵۱
A_4	۱۸	۴/۵	۲۲	۱۴/۱	۴۷
W_j	۰/۱۷۹	۰/۱۷۴	۰/۲۱۱	۰/۱۱۵	۰/۳۲۱

با توجه به جدول فوق و با استفاده از روش تخصیص خطی به انتخاب بهترین بازیکن فوتبال پردازید.

حل:

قدم اول : در ابتدا ماتریس رتبه-شاخص ایجاد می شود و رتبه هر گزینه در هر شاخص به صورت مجزا تعیین می شود. بایستی توجه داشت که تنها معیار "میانگین پاس اشتباه در هر بازی" معیار منفی می باشد. ماتریس رتبه-شاخص در جدول ۴-۵۶ نشان داده شده است:

جدول ۴-۵۶: ماتریس رتبه - شاخص

رتبه	معیار	میانگین پاس اشتباه در هر بازی (-)	متوسط نمره کسب شده در هر بازی (+)	تعداد پاس گل در فصل (+)	متوسط مسافت پیموده در هر بازی (km) (+)	تعداد گل زده در فصل (+)
اول	A_2	A_3	A_3	A_1	A_4	A_3
دوم	A_3	A_3	A_2	A_4	A_3	A_4
سوم	A_4	A_4	A_1	A_2	A_2	A_2
چهارم	A_1	A_1	A_4	A_3	A_1	A_1

قدم دوم: در این مرحله ماتریس مربعی گزینه-رتبه ایجاد می‌شود. درایه‌های این ماتریس شامل جمع وزن شاخص‌هایی است که هر گزینه در هر رتبه دارد. به عنوان مثال، گزینه‌ی A_3 در دو معیار متوسط نمره کسب شده در هر بازی و تعداد گل زده در فصل به عنوان رتبه اول می‌باشد که وزن‌های این دو شاخص برابر $0/174$ و $0/321$ می‌باشد و مجموع آن برابر $0/495$ می‌شود. ماتریس گزینه-رتبه نهایی در جدول ۴-۵۷ نشان داده شده است.

جدول ۴-۵۷: ماتریس گزینه - رتبه

رتبه	اول	دوم	سوم	چهارم
A_1	$0/211$	۰	$0/174$	$0/615$
A_2	$0/179$	$0/174$	$0/647$	۰
A_3	$0/495$	$0/294$	۰	$0/211$
A_4	$0/115$	$0/532$	$0/179$	$0/174$

قدم سوم: در این مرحله مدل تخصیص Max را برای ماتریس گزینه-رتبه حل کرده تا رتبه هر گزینه مشخص شود. بدین منظور از روش مجارستانی استفاده می‌شود و در ابتدا اختلاف بزرگترین عدد ماتریس از تک تک اعداد محاسبه و جایگزین می‌شود که در جدول ۴-۵۸ نشان داده شده است.

جدول ۴-۵۸: ماتریس گزینه - رتبه مدل تخصیص Max

رتبه	اول	دوم	سوم	چهارم
A_1	$0/436$	$0/647$	$0/473$	$0/32$
A_2	$0/468$	$0/473$	۰	$0/647$
A_3	$0/152$	$0/353$	$0/647$	$0/436$
A_4	$0/532$	$0/115$	$0/468$	$0/473$

در ادامه کوچکترین عدد هر سطر از کلیه اعداد سطر کم می‌شود و سپس کوچکترین عدد هر ستون نیز از کلیه اعداد ستون کم می‌شود و با کمترین خطوط پوششی، صفرهای جدول پوشش داده می‌شود. جدول نهایی مطابق جدول ۴-۵۹ می‌باشد:

جدول ۴-۵۹: ماتریس نهایی گزینه-رتبه

رتبه / گزینه	اول	دوم	سوم	چهارم
A_1	۰/۴۰۴	۰/۶۱۵	۰/۴۴۱	۰
A_2	۰/۴۶۸	۰/۴۷۳	۰	۰/۶۴۷
A_3	۰	۰/۲۰۱	۰/۴۹۵	۰/۲۸۴
A_4	۰/۴۱۷	۰	۰/۳۵۳	۰/۳۵۸

قدم پنجم: با توجه به این که تعداد خطوط پوششی برابر ابعاد ماتریس می‌باشد بنابراین جواب بهینه برابر همین ماتریس می‌باشد و اعداد صفر ماتریس محل تخصیص می‌باشند. با توجه به این جدول، A_3 رتبه اول را بدست آورد و A_4 رتبه دوم، A_2 نیز رتبه سوم و A_1 رتبه چهارم را کسب کرد.

۴-۹- روش‌های تلفیق

همان‌طور که بیان شد کلیه روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره در دو دسته جبرانی و غیرجبرانی قرار دارند که در رتبه‌بندی گزینه‌ها غالباً نتایج متفاوتی را ایجاد می‌کنند. در بیشتر مسائل، تصمیم‌گیرندگان از روش‌های مختلفی برای رتبه‌بندی گزینه‌ها استفاده می‌کنند و سپس با استفاده از روش‌های تلفیق به تصمیم‌گیری نهایی خود می‌پردازند. روش‌های تلفیق همچون روش میانگین رتبه‌ها، بردا^۱ و کپلند^۲ می‌باشند که در ادامه به آن‌ها اشاره شده است:

۴-۹-۱- روش میانگین رتبه‌ها

در این روش میانگین رتبه‌های بدست آمده توسط هر گزینه مشخص می‌شود و هر گزینه‌ای که میانگین رتبه‌ی کمتری داشته باشد به عنوان گزینه‌ی برتر انتخاب خواهد شد.

1- Borda Method

2- Copeland Method

۴-۹-۲- روش بردا

در این روش یک ماتریس $m \times m$ تشکیل می‌شود (m تعداد گزینه‌ها می‌باشد). درایه‌های ماتریس مربعی بر مبنای تعداد بردها مشخص می‌شود. بدین منظور در صورتی که تعداد بردهای گزینه سطر بیشتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری بیشتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، M قرار می‌گیرد. در صورتی که تعداد بردهای گزینه‌ی سطر، مساوی یا کمتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری مساوی یا کمتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، X قرار می‌گیرد. در ادامه تعداد بردهای هر گزینه مشخص می‌شود (برابر با جمع تعداد M در هر سطر می‌باشد) و در انتها نیز تعداد بردها مبنای رتبه‌بندی قرار می‌گیرد. به گونه‌ای که هر گزینه‌ای که تعداد برد بیشتری داشته باشد، رتبه بالاتری را کسب می‌کند.

۴-۹-۳- روش کپ‌لند

در این روش نیز همانند روش بردا، یک ماتریس $m \times m$ تشکیل می‌شود (m تعداد گزینه‌ها می‌باشد). درایه‌های ماتریس مربعی بر مبنای تعداد بردها مشخص می‌شود. در این روش در صورتی که تعداد بردهای گزینه سطر بیشتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری بیشتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، M قرار می‌گیرد. در صورتی که تعداد بردهای گزینه‌ی سطر مساوی یا کمتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری مساوی یا کمتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، X قرار می‌گیرد. در ادامه تعداد بردهای هر گزینه مشخص می‌شود (برابر با جمع تعداد M در هر سطر می‌باشد) و همچنین تعداد باخت‌های هر گزینه نیز مشخص می‌شود (برابر با جمع تعداد M در هر ستون می‌باشد). در انتها نیز اختلاف بین بردها و باخت‌ها مشخص می‌شود و بر مبنای آن رتبه‌بندی انجام می‌گیرد. به گونه‌ای که، هر گزینه‌ای که اختلاف بیشتری در بین بردها و باخت‌هایش باشد رتبه بالاتری را کسب می‌کند.

مثال ۴-۱۲: یک تصمیم‌گیرنده با استفاده از چهار روش تخصیص خطی، *SAW*، *TOPSIS* و *ELECTRE* به رتبه‌بندی واحدهای سازمانی پرداخته است و در هر روش رتبه‌بندی متفاوتی را بدست آورده است که در جدول ۴-۶۰ نشان داده می‌شود:

جدول ۴-۶۰: نتایج رتبه‌بندی به چهار روش

<i>ELECTRE</i>	<i>TOPSIS</i>	<i>SAW</i>	تخصیص خطی	روش‌های حل / گزینه‌ها
۴	۴	۶	۳	A_1
۵	۶	۵	۴	A_2
۲	۳	۱	۶	A_3
۳	۱	۲	۱	A_4
۶	۵	۳	۲	A_5
۱	۲	۴	۵	A_6

با استفاده از روش میانگین رتبه‌ها، بردا و کپ‌لند به تلفیق نتایج روش‌ها پردازید.

حل: در ابتدا با استفاده از روش میانگین رتبه‌ها به تلفیق پرداخته می‌شود که در جدول ۴-۶۱ نشان داده شده است:

جدول ۴-۶۱: تلفیق نتایج به روش میانگین رتبه

رتبه نهایی	میانگین رتبه	<i>ELECTRE</i>	<i>TOPSIS</i>	<i>SAW</i>	تخصیص خطی	
۴	۴/۲۵	۴	۴	۶	۳	A_1
۵	۵	۵	۶	۵	۴	A_2
۲	۳	۲	۳	۱	۶	A_3
۱	۱/۷۵	۳	۱	۲	۱	A_4
۳	۴	۶	۵	۳	۲	A_5
۲	۳	۱	۲	۴	۵	A_6

در ادامه با استفاده از روش کپ‌لند و بردا به تلفیق نتایج پرداخته می‌شود. بدین منظور یک ماتریس 6×6 رسم می‌شود و درایه‌های ماتریس بر مبنای تعداد بردها مشخص می‌شود. بدین منظور در صورتی که تعداد بردهای گزینه سطر بیشتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری بیشتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، M قرار می‌گیرد. در صورتی که تعداد بردهای گزینه‌ی سطر، مساوی یا کمتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری مساوی یا کمتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، X قرار می‌گیرد. در جدول ۴-۶۲ ماتریس برد و باخت‌ها نشان داده شده است:

جدول ۴-۶۲: ماتریس برد و باخت‌ها

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	جمع بردها	تفاضل برد و باخت
A_1	-	M	X	X	X	X	۱	-۲
A_2	X	-	X	X	X	X	۰	-۵
A_3	M	M	-	X	M	X	۳	۲
A_4	M	M	X	-	M	M	۴	۴
A_5	X	M	X	X	-	X	۱	-۱
A_6	M	M	M	X	X	-	۳	۲
جمع باخت	۳	۵	۱	۰	۲	۱		

در نهایت رتبه‌بندی به صورت جدول ۴-۶۳ نشان داده می‌شود:

جدول ۴-۶۳: تلفیق نتایج به روش برد و کپلند

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
رتبه‌بندی به روش برد	۳	۴	۲	۱	۳	۲
رتبه‌بندی به روش کپلند	۴	۵	۲	۱	۳	۲

۴-۱۰- مثال کاربردی

یک شرکت تولیدی بر اساس چهار شاخص اصلی قیمت، تحویل به موقع، خدمات پشتیبانی و کیفیت مواد قصد انتخاب تأمین‌کننده‌ی مناسب از بین ۱۰ گزینه را دارد. جهت تعیین وزن اهمیت شاخص‌ها از پرسشنامه مقایسه زوجی استفاده شده است و نظر خبرگان به صورت پرسشنامه مقایسه زوجی زیر خلاصه گردیده است که در جدول ۴-۶۴ نشان داده شده است. در ادامه مقادیر هر یک از چهار شاخص برای ۱۰ گزینه‌ی مدنظر سنجش شد که در جدول ۴-۶۵ نشان داده شده است:

جدول ۴-۶۴: پرسشنامه مقایسه زوجی شاخص‌ها

شاخص	برتری خیلی زیاد																		شاخص
	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹		
تحویل به موقع	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت	
خدمات پشتیبانی	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت	
کیفیت مواد	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	قیمت	
خدمات پشتیبانی	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	تحویل به موقع	
کیفیت مواد	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	تحویل به موقع	
کیفیت مواد	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	خدمات پشتیبانی	

جدول ۴-۶۵: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب تأمین‌کننده

کیفیت مواد (+)	خدمات پشتیبانی (+)	تحويل به موقع (lead time) (-)	قیمت واحد (-)	شاخص‌ها / تأمین‌کننده‌ها
بالا	خوب	۳	۲۱۰	۱
متوسط	خوب	۱	۳۰۰	۲
کم	خیلی خوب	۲	۲۵۰	۳
کم متوسط	متوسط	۳	۲۵۰	۴
خیلی بالا	متوسط	۴	۲۶۰	۵
خیلی بالا	متوسط	۵	۲۱۰	۶
بالا	بد	۴	۲۹۵	۷
متوسط	خوب	۳	۲۶۵	۸
متوسط	خیلی خوب	۲	۲۳۵	۹
بالا	خیلی خوب	۳	۲۴۵	۱۰

در ادامه به سؤالات زیر پاسخ دهید:

- ۱- با توجه به پرسشنامه مقایسه زوجی خبرگان، وزن هر شاخص بر مبنای نظر خبرگان را مشخص نمایید و سازگاری ماتریس مقایسه زوجی را بررسی کنید.
- ۲- با استفاده از روش تسلط، تعدادی از تأمین‌کنندگان را در صورت امکان حذف نمایید.
- ۳- گزینه‌های باقیمانده پس از اجرای روش تسلط را در نظر بگیرید و با توجه به نظر مدیریت در ارتباط با خرید با حداکثر قیمت واحد ۲۶۰ و کیفیت حداقل متوسط، با استفاده از روش رضایت بخش شمول گزینه‌ها را بررسی نمایید و در صورت امکان گزینه‌های غیرممکن را حذف کنید.
- ۴- با استفاده از روش آنتروپی وزن شاخص‌ها را تعیین نمایید.
- ۵- با استفاده از روش SAW و با استفاده از وزن خبرگان به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۶- با استفاده از روش SAW و با استفاده از وزن حاصل از آنتروپی به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۷- با استفاده از روش AHP به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۸- با استفاده از روش TOPSIS به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۹- با استفاده از روش تخصیص خطی به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۱۰- با استفاده از روش ویکور به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۱۱- با استفاده از روش الکتور به رتبه‌بندی گزینه‌های باقیمانده در مرحله ۳ پردازید.
- ۱۲- نتایج روش‌های مراحل ۵ تا ۱۱ را با استفاده از روش کپ‌لند تلفیق کنید.

حل:

سؤال ۱: در ابتدا ماتریس مقایسه زوجی از پرسشنامه فوق بدست می‌آید که به صورت زیر می‌باشد و در ادامه میانگین هندسی هر سطر ماتریس مقایسه زوجی بدست می‌آید و در نتیجه ستون حاصل از میانگین هندسی بی‌مقیاس مستقیم می‌شود. نتایج حاصل به صورت جدول ۴-۶۶ می‌باشد:

جدول ۴-۶۶: وزن هر یک از شاخص‌ها حاصل از پرسشنامه مقایسه زوجی خبرگان

کیفیت مواد	خدمات پشتیبانی	تحویل به موقع	قیمت
۰/۳۳۳	۳	۰/۵۰۰	۱
۰/۵۰۰	۵	۱	۲
۰/۲۵	۱	۰/۲۰۰	۰/۳۳۳
۱	۴	۲	۳

میانگین هندسی

۰/۸۴۱
۱/۴۹۵
۰/۳۵۹
۲/۲۱۳

نرمالیزه مستقیم

۰/۱۷۱
۰/۳۰۵
۰/۰۷۳
۰/۴۵۱

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 3 & 0.333 \\ 2 & 1 & 5 & 0.5 \\ 0.333 & 0.2 & 1 & 0.25 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.171 \\ 0.305 \\ 0.073 \\ 0.451 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.693 \\ 1.237 \\ 0.304 \\ 1.866 \end{bmatrix}$$

$A \qquad \qquad \qquad W \qquad \qquad \qquad AW$

$$\lambda_1 = 4.053 \quad \lambda_2 = 4.056 \quad \lambda_3 = 4.164 \quad \lambda_4 = 4.137$$

$$\lambda_{\max} = 4.125$$

$$I.I = \frac{4.125 - 4}{3} = 0.0342$$

$$I.R = \frac{0.0342}{0.9} = 0.038 \leq 0.1$$

با توجه به این که مقدار ناسازگاری کمتر از ۰/۱ می‌باشد بنابراین مقدار ناسازگاری قابل قبول می‌باشد.

سؤال ۲: در روش تسلط گزینه‌ها دوه‌دو با یکدیگر مقایسه می‌شوند و گزینه‌های مغلوب مشخص می‌شوند. پس از مقایسه گزینه‌ها به صورت دوه‌دو، سه گزینه‌ی ۴، ۷ و ۸ مغلوب می‌گردند و ماتریس تصمیم‌گیری باقیمانده به صورت جدول ۴-۶۷ می‌باشد:

جدول ۴-۶۷: ماتریس تصمیم‌گیری پس از فیلتر شدن تأمین‌کنندگان به روش تسلط

شاخص‌ها / تأمین‌کننده‌ها	قیمت (-)	تحویل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
۱	۲۱۰	۳	خوب	بالا
۲	۳۰۰	۱	خوب	متوسط
۳	۲۵۰	۲	خیلی خوب	کم
۵	۲۶۰	۴	متوسط	خیلی بالا
۶	۲۱۰	۵	متوسط	خیلی بالا
۹	۲۳۵	۲	خیلی خوب	متوسط
۱۰	۲۴۵	۳	خیلی خوب	بالا

سؤال ۳: در این مرحله با استفاده از روش رضایت بخش شمول به فیلتر کردن گزینه‌ها پرداخته می‌شود. در این روش، با توجه به حداکثر قیمت واحد ۲۶۰، گزینه‌ی ۲ حذف می‌شود و با توجه به حداقل کیفیت متوسط، گزینه‌ی ۳ حذف می‌گردد. در نتیجه ماتریس تصمیم حاصل از اجرای روش رضایت بخش شمول به صورت جدول ۴-۶۸ می‌باشد:

جدول ۴-۶۸: ماتریس تصمیم‌گیری پس از فیلتر شدن تأمین‌کنندگان به روش رضایت‌بخش

شاخص‌ها / تأمین‌کننده‌ها	قیمت (-)	تحویل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
۱	۲۱۰	۳	خوب	بالا
۵	۲۶۰	۴	متوسط	خیلی بالا
۶	۲۱۰	۵	متوسط	خیلی بالا
۹	۲۳۵	۲	خیلی خوب	متوسط
۱۰	۲۴۵	۳	خیلی خوب	بالا

سؤال ۴:

قدم اول: در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود و بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می‌شود.

ماتریس تصمیم‌گیری کمی در جدول ۴-۶۹ نشان داده شده است:

جدول ۴-۶۹: ماتریس تصمیم‌گیری کمی جهت انتخاب تأمین‌کننده

تأمین‌کننده‌ها	شاخص‌ها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
۱		۲۱۰	۳	۷	۷
۵		۲۶۰	۴	۵	۹
۶		۲۱۰	۵	۵	۹
۹		۲۳۵	۲	۹	۵
۱۰		۲۴۵	۳	۹	۷

در ادامه ماتریس فوق با استفاده از روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود. نتایج حاصل از ماتریس

تصمیم‌گیری بی‌مقیاس در جدول ۴-۷۰ نشان داده شده است:

جدول ۴-۷۰: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری جهت انتخاب تأمین‌کننده

تأمین‌کننده‌ها	شاخص‌ها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
۱		۰/۱۸۱	۰/۱۷۶	۰/۲۰۰	۰/۱۸۹
۵		۰/۲۲۴	۰/۲۳۵	۰/۱۴۳	۰/۲۴۳
۶		۰/۱۸۱	۰/۲۹۴	۰/۱۴۳	۰/۲۴۳
۹		۰/۲۰۳	۰/۱۱۸	۰/۲۵۷	۰/۱۳۵
۱۰		۰/۲۱۱	۰/۱۷۶	۰/۲۵۷	۰/۱۸۹

در ادامه مقدار E_j و d_j محاسبه می‌شود و با استفاده از آن مقدار w_j بدست می‌آید که در جدول ۴-۷۱

نمایان می‌باشد.

جدول ۴-۷۱: مقادیر شاخص‌های آنتروپی و وزن آنتروپی

تأمین‌کننده‌ها	شاخص‌ها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
E_j		۰/۹۹۸	۰/۹۷۲	۰/۹۷۹	۰/۹۸۷
d_j		۰/۰۰۲	۰/۰۲۸	۰/۰۲۱	۰/۰۱۳
w_j		۰/۰۳۵	۰/۴۳۸	۰/۳۲۲	۰/۲۰۶

سؤال ۵:

قدم اول: در مرحله ی اول بایستی شاخص های کیفی به کمی تبدیل شود. بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می شود. مقادیر کمی هر یک از معیارها در جدول ۴-۶۹ نشان داده شده است.

قدم دوم: در این مرحله به روش خطی ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس می شود که در جدول ۴-۷۲ نشان داده شده است:

جدول ۴-۷۲: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس خطی انتخاب تأمین کننده

تأمین کننده ها	شاخص ها	قیمت (+)	تحویل به موقع (+)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
۱		۱/۰۰۰	۰/۶۶۷	۰/۷۷۸	۰/۷۷۸
۵		۰/۸۰۸	۰/۵۰۰	۰/۵۵۶	۱/۰۰۰
۶		۱/۰۰۰	۰/۴۰۰	۰/۵۵۶	۱/۰۰۰
۹		۰/۸۹۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۵۶
۱۰		۰/۸۵۷	۰/۶۶۷	۱/۰۰۰	۰/۷۷۸

قدم سوم: در این مرحله ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس شده در بردار ستونی وزن معیارها ضرب می - شود تا یک بردار ستونی جدید بدست آید. بردار ستونی ایجاد شده ضریب اهمیت هر یک از گزینه ها را نشان می دهد و هر چه ضریب اهمیت هر گزینه بیشتر باشد رتبه ی بالاتری کسب می کند.

$$\begin{bmatrix} ۱/۰۰۰ & ۰/۶۶۷ & ۰/۷۷۸ & ۰/۷۷۸ \\ ۰/۸۰۸ & ۰/۵۰۰ & ۰/۵۵۶ & ۱/۰۰۰ \\ ۱/۰۰۰ & ۰/۴۰۰ & ۰/۵۵۶ & ۱/۰۰۰ \\ ۰/۸۹۴ & ۱/۰۰۰ & ۱/۰۰۰ & ۰/۵۵۶ \\ ۰/۸۵۷ & ۰/۶۶۷ & ۱/۰۰۰ & ۰/۷۷۸ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰/۱۷۱ \\ ۰/۳۰۵ \\ ۰/۰۷۳ \\ ۰/۴۵۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰/۷۳۷ \\ ۰/۶۳۲ \\ ۰/۵۹۵ \\ ۰/۹۰۵ \\ ۰/۸۰۳ \end{bmatrix}$$

با توجه به ماتریس ستونی حاصل، می توان بیان داشت که گزینه ی ۹ رتبه اول را کسب کرده و به عنوان تأمین کننده انتخاب می شود.

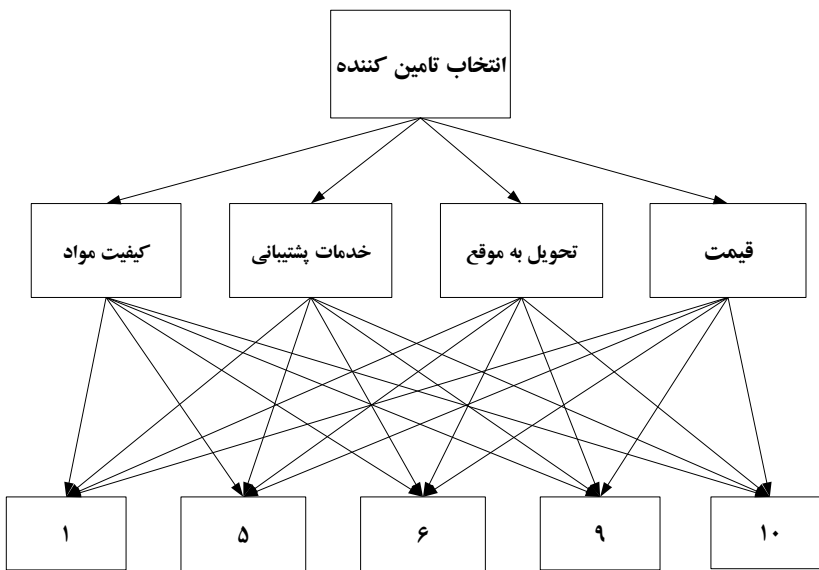
سؤال ۶: جهت پاسخگویی به این سؤال تنها قدم سوم سؤال ۵ تغییر می کند و این بار ضرب ماتریس ها با استفاده از وزن آنروپی انجام می گیرد:

$$\begin{bmatrix} 1/000 & 0/667 & 0/778 & 0/778 \\ 0/808 & 0/500 & 0/556 & 1/000 \\ 1/000 & 0/400 & 0/556 & 1/000 \\ 0/894 & 1/000 & 1/000 & 0/556 \\ 0/857 & 0/667 & 1/000 & 0/778 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/35 \\ 0/438 \\ 0/322 \\ 0/206 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/782 \\ 0/782 \\ 0/785 \\ 0/781 \\ 0/774 \end{bmatrix}$$

در این حالت گزینه ۶ انتخاب می‌گردد. مشخص است که تغییر وزن شاخص‌ها نتیجه را تغییر داده است. زمانی که وزن اهمیت خبرگان وجود دارد بهتر است از روش‌هایی مثل آنترویی استفاده نشود.

سؤال ۷:

حل: در ابتدا درخت سلسله مراتب به صورت شکل ۴-۵ تشکیل می‌شود:



شکل ۴-۵: درخت سلسله مراتب مثال انتخاب تأمین‌کننده

در ادامه ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌های ابایستی تشکیل شود و وزن هر شاخص با استفاده از آن محاسبه می‌شود که در جدول ۴-۶ نشان داده شده است.

سپس ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای هر یک از شاخص‌ها تشکیل می‌شود. جهت تشکیل ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای هر یک از شاخص‌های ارزیابی از نسبت بین گزینه‌ها استفاده می‌شود.

در نهایت با استفاده از ماتریس‌های مقایسه زوجی، وزن هر گزینه بر مبنای هر شاخص بدست می‌آید. بایستی توجه داشت که در تشکیل ماتریس‌های مقایسه زوجی به مثبت و منفی بودن شاخص‌ها توجه شود. ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیارها در جداول ۴-۷۳، ۴-۷۴، ۴-۷۵ و ۴-۷۶ نشان داده شده است:

جدول ۴-۷۳: مقایسه زوجی تأمین‌کننده‌ها بر مبنای شاخص قیمت

قیمت	۱	۵	۶	۹	۱۰
۱	۱/۰۰۰	۱/۲۳۸	۱/۰۰۰	۱/۱۱۹	۱/۱۶۷
۵	۰/۸۰۸	۱/۰۰۰	۰/۸۰۸	۰/۹۰۴	۰/۹۴۲
۶	۱/۰۰۰	۱/۲۳۸	۱/۰۰۰	۱/۱۱۹	۱/۱۶۷
۹	۰/۸۹۴	۱/۱۰۶	۰/۸۹۴	۱/۰۰۰	۱/۰۴۳
۱۰	۰/۸۵۷	۱/۰۶۱	۰/۸۵۷	۰/۹۵۹	۱/۰۰۰

۱/۱۰۱
۰/۸۸۹
۱/۱۰۱
۰/۹۸۴
۰/۹۴۴

۰/۲۱۹
۰/۱۷۷
۰/۲۱۹
۰/۱۹۶
۰/۱۸۸

جدول ۴-۷۴: مقایسه زوجی تأمین‌کننده‌ها بر مبنای شاخص تحویل به موقع

تحویل	۱	۵	۶	۹	۱۰
۱	۱	۱/۳۳۳	۱/۶۶۷	۰/۶۶۷	۱
۵	۰/۷۵	۱	۱/۲۵	۰/۵	۰/۷۵
۶	۰/۶	۰/۸	۱	۰/۴	۰/۶
۹	۱/۵	۲	۲/۵	۱	۱/۵
۱۰	۱	۱/۳۳۳	۱/۶۶۷	۰/۶۶۷	۱

۱/۰۸۲
۰/۸۱۱
۰/۶۴۹
۱/۶۲۳
۱/۰۸۲

۰/۲۰۶
۰/۱۵۵
۰/۱۲۴
۰/۳۰۹
۰/۲۰۶

جدول ۴-۷۵: مقایسه زوجی تأمین‌کننده‌ها بر مبنای شاخص خدمات پشتیبانی

خدمات	۱	۵	۶	۹	۱۰
۱	۱	۱/۴	۱/۴	۰/۷۷۸	۰/۷۷۸
۵	۰/۷۱۴	۱	۱	۰/۵۵۶	۰/۵۵۶
۶	۰/۷۱۴	۱	۱	۰/۵۵۶	۰/۵۵۶
۹	۱/۲۸۶	۱/۸	۱/۸	۱	۱
۱۰	۱/۲۸۶	۱/۸	۱/۸	۱	۱

۱/۰۳۵
۰/۷۳۹
۰/۷۳۹
۱/۳۳
۱/۳۳

۰/۲
۰/۱۴۳
۰/۱۴۳
۰/۲۵۷
۰/۲۵۷

جدول ۴-۷۶: مقایسه زوجی تأمین‌کننده‌ها بر مبنای شاخص کیفیت مواد

کیفیت	۱	۵	۶	۹	۱۰		
۱	۱	۰/۷۷۸	۰/۷۷۸	۱/۴	۱	۰/۹۶۷	۰/۱۸۹
۵	۱/۲۸۶	۱	۱	۱/۸	۱/۲۸۶	۱/۲۴۴	۰/۲۴۳
۶	۱/۲۸۶	۱	۱	۱/۸	۱/۲۸۶	۱/۲۴۴	۰/۲۴۳
۹	۰/۷۱۴	۰/۵۵۶	۰/۵۵۶	۱	۰/۷۱۴	۰/۶۹۱	۰/۱۳۵
۱۰	۱	۰/۷۷۸	۰/۷۷۸	۱/۴	۱	۰/۹۶۷	۰/۱۸۹

در این مرحله وزن نهایی گزینه‌ها محاسبه می‌شود که به صورت زیر است.

$$W_1 = (0,171 \times 0,219) + (0,305 \times 0,206) + (0,073 \times 0,200) + (0,451 \times 0,189) = 0,2003$$

$$W_5 = (0,171 \times 0,177) + (0,305 \times 0,155) + (0,073 \times 0,143) + (0,451 \times 0,243) = 0,1976$$

$$W_6 = (0,171 \times 0,219) + (0,305 \times 0,124) + (0,073 \times 0,143) + (0,451 \times 0,243) = 0,1954$$

$$W_9 = (0,171 \times 0,196) + (0,305 \times 0,309) + (0,073 \times 0,257) + (0,451 \times 0,135) = 0,2075$$

$$W_{10} = (0,171 \times 0,188) + (0,305 \times 0,206) + (0,073 \times 0,257) + (0,451 \times 0,189) = 0,1991$$

نتایج وزن‌ها نشان می‌دهد که گزینه‌ی ۹ دارای بیشترین وزن در بین گزینه‌ها می‌باشد و این گزینه به عنوان تأمین‌کننده برتر انتخاب می‌شود.

سؤال ۸:

در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از طیف ساعتی کمی می‌شود که در جدول ۴-۶۹ نشان داده شده است. در ادامه با توجه به الگوریتم TOPSIS به اولویت‌بندی تأمین‌کننده‌ها پرداخته می‌شود:

قدم اول: تعیین ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس: در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری به روش نرم بی‌مقیاس می‌شود، که در جدول ۴-۷۷ نشان داده شده است.

جدول ۴-۷۷: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس انتخاب تأمین‌کننده

کیفیت مواد (+)	خدمات پشتیبانی (+)	تحویل به موقع (-)	قیمت (-)	شاخص‌ها / تأمین‌کننده‌ها
۰/۴۱۵	۰/۴۳۳	۰/۳۷۸	۰/۴۰۳	۱
۰/۵۳۳	۰/۳۰۹	۰/۵۰۴	۰/۴۹۹	۵
۰/۵۳۳	۰/۳۰۹	۰/۶۳۰	۰/۴۰۳	۶
۰/۲۹۶	۰/۵۵۷	۰/۲۵۲	۰/۴۵۱	۹
۰/۴۱۵	۰/۵۵۷	۰/۳۷۸	۰/۴۷۱	۱۰

قدم دوم: تعیین ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس موزون (V): در این مرحله با ضرب ماتریس بی مقیاس در ماتریس وزن معیارها، ماتریس بی مقیاس موزون تشکیل می شود.

$$V = \begin{bmatrix} 0,403 & 0,378 & 0,433 & 0,415 \\ 0,499 & 0,504 & 0,309 & 0,533 \\ 0,403 & 0,630 & 0,309 & 0,533 \\ 0,451 & 0,252 & 0,557 & 0,296 \\ 0,471 & 0,378 & 0,557 & 0,415 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,171 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,305 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,073 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,451 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,069 & 0,115 & 0,032 & 0,187 \\ 0,085 & 0,154 & 0,023 & 0,240 \\ 0,069 & 0,192 & 0,023 & 0,240 \\ 0,077 & 0,077 & 0,041 & 0,133 \\ 0,080 & 0,115 & 0,041 & 0,187 \end{bmatrix}$$

قدم سوم: مشخص کردن گزینه ایده آل و گزینه ضد ایده آل: جهت تعیین گزینه ایده آل، حداکثر مقادیر هر یک از معیارهای مثبت و حداقل مقادیر هر یک از معیارهای منفی در نظر گرفته می شود. برای تعیین گزینه ضد ایده آل نیز، به صورت بالعکس انجام می گیرد که در جدول ۴-۷۸ نشان داده شده است:

جدول ۴-۷۸: گزینه ایده آل و ضد ایده آل

کیفیت مواد (+)	خدمات پشتیبانی (+)	تحويل به موقع (-)	قیمت (-)	
0,240	0,041	0,077	0,069	گزینه ایده آل (A^+)
0,133	0,023	0,192	0,085	گزینه ضد ایده آل (A^-)

قدم چهارم: در این مرحله فاصله هر گزینه از گزینه ایده آل و گزینه ضد ایده آل بدست می آید که نتایج آن در جدول ۴-۷۹ نشان داده شده است.

جدول ۴-۷۹: فاصله از گزینه ایده آل و ضد ایده آل

گزینه ها	فاصله از گزینه ایده آل S_i^+	فاصله از گزینه ضد ایده آل S_i^-
۱	0,066	0,095
۵	0,081	0,114
۶	0,117	0,108
۹	0,107	0,117
۱۰	0,067	0,095

قدم پنجم: شاخص نزدیکی نسبی هر گزینه با گزینه ایده‌آل محاسبه می‌شود و رتبه‌بندی نهایی انجام می‌گیرد که مطابق جدول ۴-۸۰ می‌باشد.

جدول ۴-۸۰: شاخص نزدیکی نسبی و رتبه‌بندی

رتبه‌بندی	شاخص شباهت CI_i	گزینه‌ها
۱	۰/۵۹۰	۱
۳	۰/۵۸۵	۵
۵	۰/۴۸۱	۶
۴	۰/۵۲۲	۹
۲	۰/۵۸۸	۱۰

سؤال ۹:

قدم اول: در ابتدا ماتریس رتبه-شاخص ایجاد می‌شود و رتبه هر گزینه در هر شاخص به صورت مجزا تعیین می‌شود. ماتریس رتبه-شاخص در جدول ۴-۸۱ نشان داده شده است:

جدول ۴-۸۱: ماتریس رتبه - شاخص

رتبه	معیارها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
اول	۶ و ۱	۹	۹ و ۱۰	۶ و ۵	
دوم	۹	۱۰ و ۱	۱	۱۰ و ۱	
سوم	۱۰	۵	۶ و ۵	۹	
چهارم	۵	۶	-	-	
پنجم	-	-	-	-	
وزن	۰/۱۷۱	۰/۳۰۵	۰/۰۷۳	۰/۴۵۱	

قدم دوم: در این مرحله ماتریس مربعی گزینه-رتبه ایجاد می‌شود. درایه‌های این ماتریس شامل جمع وزن شاخص‌هایی است که هر گزینه در هر رتبه دارد. ماتریس گزینه-رتبه نهایی در جدول ۴-۸۲ نشان داده شده است.

جدول ۴-۸۲: ماتریس گزینه - رتبه

رتبه / گزینه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۰/۱۷۱	۰/۸۲۹	-	-	-
۵	۰/۴۵۱	-	۰/۳۷۸	۰/۱۷۱	-
۶	۰/۶۲۲	-	۰/۰۷۳	۰/۳۰۵	-
۹	۰/۳۷۸	۰/۱۷۱	۰/۴۵۱	-	-
۱۰	۰/۰۷۳	۰/۷۵۶	۰/۱۷۱	-	-

قدم سوم: در این مرحله مدل تخصیص Max را برای ماتریس گزینه - رتبه حل کرده تا رتبه هر گزینه مشخص شود. بدین منظور از روش مجارستانی استفاده می شود و در ابتدا اختلاف بزرگترین عدد ماتریس از تک تک اعداد محاسبه و جایگزین می شود که در جدول ۴-۸۳ نشان داده شده است.

جدول ۴-۸۳: ماتریس گزینه - رتبه مدل تخصیص Max

رتبه / گزینه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۰/۶۵۸	۰	۰/۸۲۹	۰/۸۲۹	۰/۸۲۹
۵	۰/۳۷۸	۰/۸۲۹	۰/۴۵۱	۰/۶۵۸	۰/۸۲۹
۶	۰/۲۰۷	۰/۸۲۹	۰/۷۵۶	۰/۵۲۴	۰/۸۲۹
۹	۰/۴۵۱	۰/۶۵۸	۰/۳۷۸	۰/۸۲۹	۰/۸۲۹
۱۰	۰/۷۵۶	۰/۰۷۳	۰/۶۵۸	۰/۸۲۹	۰/۸۲۹

در ادامه کوچکترین عدد هر سطر از کلیه اعداد سطر کم می شود و سپس کوچکترین عدد هر ستون نیز از کلیه اعداد ستون کم می شود و با کمترین خطوط پوششی، صفرهای جدول پوشش داده می شود. جدول نهایی مطابق جدول ۴-۸۴ می باشد:

جدول ۴-۸۴: ماتریس نهایی گزینه - رتبه

رتبه / گزینه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۰/۶۵۸	۰	۰/۸۲۹	۰/۵۴۹	۰/۳۷۸
۵	۰	۰/۴۵۱	۰/۰۷۳	۰	۰
۶	۰	۰/۶۲۲	۰/۵۴۹	۰/۰۳۷	۰/۱۷۱
۹	۰/۰۷۳	۰/۲۸۰	۰	۰/۱۷۱	۰
۱۰	۰/۶۸۳	۰	۰/۵۸۵	۰/۴۷۶	۰/۳۰۵

با توجه به این که تعداد خطوط پوششی برابر ابعاد ماتریس نمی‌باشد بنابراین کوچکترین عددی که با خطوط پوشش داده نشده است (۰/۰۳۷) انتخاب و به اعداد محل تقاطع خطوط اضافه می‌شود و از سایر اعدادی که خط نخورده‌اند کم می‌شود که در نهایت جدول ۴-۸۵ تشکیل می‌شود:

جدول ۴-۸۵: ماتریس نهایی گزینه-رتبه مرحله دوم

رتبه / گزینه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۰/۶۵۸	۰	۰/۷۲۹	۰/۵۱۲	۰/۳۴۱
۵	۰/۰۳۷	۰/۴۸۸	۰/۰۷۳	۰	۰
۶	۰	۰/۶۲۲	۰/۵۱۲	۰	۰/۱۳۴
۹	۰/۱۱۰	۰/۳۱۷	۰	۰/۱۷۱	۰
۱۰	۰/۶۸۳	۰	۰/۵۳۸	۰/۴۳۹	۰/۲۶۸

مجددا مشاهده می‌شود که تعداد خطوط پوششی برابر ابعاد ماتریس نمی‌باشد بنابراین کوچکترین عددی که با خطوط پوشش داده نشده است (۰/۲۶۸) انتخاب و به اعداد محل تقاطع خطوط اضافه می‌شود و از سایر اعدادی که خط نخورده‌اند کم می‌شود که در نهایت جدول ۴-۸۶ تشکیل می‌شود:

جدول ۴-۸۶: ماتریس نهایی گزینه-رتبه مرحله سوم

رتبه / گزینه	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۰/۳۹۰	۰	۰/۵۲۴	۰/۲۴۴	۰/۰۷۳
۵	۰/۰۳۷	۰/۷۵۶	۰/۰۷۳	۰	۰
۶	۰	۰/۸۹۰	۰/۵۱۲	۰	۰/۱۳۴
۹	۰/۱۱۰	۰/۵۸۵	۰	۰/۱۷۱	۰
۱۰	۰/۴۱۵	۰	۰/۲۷۰	۰/۱۷۱	۰

قدم پنجم: با توجه به این که تعداد خطوط پوششی برابر ابعاد ماتریس می‌باشد بنابراین جواب بهینه برابر همین ماتریس می‌باشد و اعداد صفر ماتریس محل تخصیص می‌باشند. با توجه به این جدول، تأمین‌کننده ۶ رتبه اول را بدست آورد و تأمین‌کننده ۱ رتبه دوم، تأمین‌کننده ۹ نیز رتبه سوم، تأمین‌کننده ۵ رتبه چهارم و در نهایت تأمین‌کننده ۱۰ رتبه پنجم را کسب کرد که در جدول ۴-۸۷ نشان داده شده است:

جدول ۴-۸۷: اولویت بندی تأمین کنندگان به روش تخصیص خطی

گزینه	۱	۵	۶	۹	۱۰
رتبه	دوم	چهارم	اول	سوم	پنجم

سؤال ۱۰:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم گیری و وزن شاخص ها: در این مرحله ماتریس تصمیم گیری با استفاده از طیف ساعتی به صورت کمی تبدیل می شود که در جدول ۴-۶۹ نشان داده شده است.

قدم دوم: در این مرحله ماتریس تصمیم گیری به روش نرم بی مقیاس می شود که در جدول ۴-۷۷ مشخص شده است.

قدم سوم: در این مرحله گزینه ایده آل و ضد ایده آل به صورت جدول ۴-۸۸ تعیین می شود:

جدول ۴-۸۸: گزینه ایده آل و ضد ایده آل انتخاب تأمین کننده در روش ویکور

تأمین کننده	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	خدمات پشتیبانی (+)	کیفیت مواد (+)
گزینه ایده آل (A^+)	۲۱۰	۲	۹	۹
گزینه ضد ایده آل (A^-)	۲۶۰	۵	۵	۵

قدم چهارم: در این مرحله شاخص سودمندی S و شاخص تأسف R محاسبه می شود:

$$S_1 = \left[\left(0.171 \times \frac{210 - 260}{210 - 260} \right)^1 + \left(0.305 \times \frac{2 - 3}{2 - 5} \right)^1 + \left(0.073 \times \frac{9 - 7}{9 - 5} \right)^1 + \left(0.451 \times \frac{9 - 7}{9 - 5} \right)^1 \right] = 0.364$$

$$S_5 = 0.447$$

$$S_6 = 0.378$$

$$S_9 = 0.537$$

$$S_{10} = 0.447$$

$$R_1 = \max \left\{ \left(0.171 \times \frac{210 - 260}{210 - 260} \right), \left(0.305 \times \frac{2 - 3}{2 - 5} \right), \left(0.073 \times \frac{9 - 7}{9 - 5} \right), \left(0.451 \times \frac{9 - 7}{9 - 5} \right) \right\} = 0.226$$

$$R_5 = 0.203$$

$$R_6 = 0.305$$

$$R_9 = 0.451$$

$$R_{10} = 0.226$$

قدم پنجم: در این مرحله شاخص VIKOR (Q) محاسبه می‌شود. در این مثال ۷ برابر ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود:

$$S^+ = \max S_i = 0,537$$

$$S^- = \min S_i = 0,364$$

$$R^+ = \max R_i = 0,451$$

$$R^- = \min R_i = 0,203$$

$$Q_1 = 0,5 \left[\frac{0,364 - 0,364}{0,537 - 0,364} \right] + 0,5 \left[\frac{0,226 - 0,203}{0,451 - 0,203} \right] = 0,045$$

$$Q_5 = 0,5 \left[\frac{0,447 - 0,364}{0,537 - 0,364} \right] + 0,5 \left[\frac{0,203 - 0,203}{0,451 - 0,203} \right] = 0,242$$

$$Q_6 = 0,5 \left[\frac{0,378 - 0,364}{0,537 - 0,364} \right] + 0,5 \left[\frac{0,305 - 0,203}{0,451 - 0,203} \right] = 0,247$$

$$Q_9 = 0,5 \left[\frac{0,536 - 0,364}{0,537 - 0,364} \right] + 0,5 \left[\frac{0,451 - 0,203}{0,451 - 0,203} \right] = 1$$

$$Q_{10} = 0,5 \left[\frac{0,447 - 0,364}{0,537 - 0,364} \right] + 0,5 \left[\frac{0,226 - 0,203}{0,451 - 0,203} \right] = 0,285$$

قدم ششم: در این مرحله گزینه‌ها بر مبنای مقادیر شاخص S ، R و Q مرتب می‌شود که در جدول ۴-۸۹ نشان داده شده است و در نهایت جواب مسأله تعیین می‌شود:

جدول ۴-۸۹: شاخص‌های Q ، S ، R برای انتخاب تأمین‌کننده

Q	S	R
۱	۱	۵
۵	۶	۱۰ و ۱
۶	۱۰ و ۵	۶
۱۰	۹	۹
۹	-	-

$$Q_5 - Q_1 \geq \frac{1}{5-1} \rightarrow 0,242 - 0,045 = 0,197 < \frac{1}{4}$$

$$Q_6 - Q_1 \geq \frac{1}{4} \rightarrow 0,247 - 0,045 = 0,202 < \frac{1}{4}$$

$$Q_9 - Q_1 \geq \frac{1}{4} \rightarrow 1 - 0,045 = 0,995 > \frac{1}{4}$$

با توجه به روابط فوق می‌توان بیان داشت که گزینه‌های ۱، ۵، ۶ و ۱۰ به‌عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود.

سؤال ۱۱:

قدم اول: در مرحله‌ی اول از اولویت‌بندی به روش ELECTRE، ماتریس تصمیم‌گیری به روش نرم اقلیدسی نرمالیزه می‌شود که در جدول ۴-۷۷ نشان داده شده است.

قدم دوم: در مرحله‌ی دوم با استفاده از ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس و همچنین ماتریس قطری وزن شاخص‌ها، ماتریس بی‌مقیاس وزنی (موزون) تشکیل می‌شود.

$$V = \begin{bmatrix} 0,403 & 0,378 & 0,433 & 0,415 \\ 0,499 & 0,504 & 0,309 & 0,533 \\ 0,403 & 0,630 & 0,309 & 0,533 \\ 0,451 & 0,252 & 0,557 & 0,296 \\ 0,471 & 0,378 & 0,557 & 0,415 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,171 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,305 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,073 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,451 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0,069 & 0,115 & 0,032 & 0,187 \\ 0,085 & 0,154 & 0,023 & 0,240 \\ 0,069 & 0,192 & 0,023 & 0,240 \\ 0,077 & 0,077 & 0,041 & 0,133 \\ 0,080 & 0,115 & 0,041 & 0,187 \end{bmatrix}$$

قدم سوم: در این مرحله هر یک از مولفه‌های ماتریس موزون به دو دسته‌ی هماهنگ و ناهماهنگ (موافق و ناموافق) تقسیم می‌شود که مطابق جدول ۴-۹۰ می‌باشد.

جدول ۴-۹۰: مجموعه هماهنگ و ناهماهنگ انتخاب تأمین‌کننده

هماهنگ	ناهماهنگ	هماهنگ	ناهماهنگ
$C_{15} = \{1,2,3\}$	$D_{15} = \{4\}$	$C_{51} = \{4\}$	$D_{51} = \{1,2,3\}$
$C_{16} = \{1,2,3\}$	$D_{16} = \{4\}$	$C_{61} = \{1,4\}$	$D_{61} = \{3\}$
$C_{19} = \{1,4\}$	$D_{19} = \{3,2\}$	$C_{91} = \{2,3\}$	$D_{91} = \{1,4\}$
$C_{1,10} = \{1,2,4\}$	$D_{1,10} = \{3\}$	$C_{1,1} = \{2,3,4\}$	$D_{1,1} = \{1\}$
$C_{56} = \{2,3,4\}$	$D_{56} = \{1\}$	$C_{65} = \{1,3,4\}$	$D_{65} = \{2\}$
$C_{59} = \{4\}$	$D_{59} = \{1,2,3\}$	$C_{95} = \{1,2,3\}$	$D_{95} = \{4\}$
$C_{5,10} = \{4\}$	$D_{5,10} = \{1,2,3\}$	$C_{1,5} = \{1,2,3\}$	$D_{1,5} = \{4\}$
$C_{69} = \{1,4\}$	$D_{69} = \{2,3\}$	$C_{96} = \{2,3\}$	$D_{96} = \{1,4\}$
$C_{6,10} = \{1,4\}$	$D_{6,10} = \{2,3\}$	$C_{1,6} = \{2,3\}$	$D_{1,6} = \{1,4\}$
$C_{9,10} = \{1,2,3\}$	$D_{9,10} = \{4\}$	$C_{1,9} = \{3,4\}$	$D_{1,9} = \{1,2\}$

قدم چهارم: محاسبه شاخص هماهنگ با استفاده از مجموعه هماهنگ و تشکیل ماتریس هماهنگ.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0,549 & 0,549 & 0,622 & 0,927 \\ 0,451 & 0 & 0,829 & 0,451 & 0,451 \\ 0,622 & 0,695 & 0 & 0,622 & 0,622 \\ 0,378 & 0,549 & 0,378 & 0 & 0,549 \\ 0,451 & 0,549 & 0,378 & 0,524 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: محاسبه شاخص ناهماهنگ با استفاده از مجموعه ناهماهنگ و تشکیل ماتریس ناهماهنگ. درایه‌های ماتریس ناهماهنگ محاسبه می‌شود و ماتریس ناهماهنگ نهایی به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$D = \begin{bmatrix} 0,00 & 1,00 & 0,69 & 0,72 & 0,79 \\ 0,72 & 0,00 & 0,42 & 0,72 & 0,72 \\ 1,00 & 1,00 & 0,00 & 1,00 & 1,00 \\ 1,00 & 1,00 & 0,92 & 0,00 & 1,00 \\ 1,00 & 1,00 & 0,69 & 0,72 & 0,00 \end{bmatrix}$$

قدم ششم: تعیین عدد آستانه موافق و تشکیل ماتریس تسلط موافق (F)

$$\bar{C} = 0,576$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم هفتم: تعیین عدد آستانه ناموافق (مخالف) و تشکیل ماتریس تسلط ناموافق (مخالف) (G)

$$\bar{d} = 0,856$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم هشتم: تشکیل ماتریس تسلط نهایی (E)

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم نهم: تعیین گزینه غالب و مغلوب

ماتریس E نشان می‌دهد که گزینه‌ی ۱ بر گزینه‌ی ۹ و ۱۰ غالب می‌باشد و گزینه ۵ بر گزینه ۶ و گزینه ۶ بر گزینه ۱ غالب می‌باشد.

$$A_1 \rightarrow A_9$$

$$A_1 \rightarrow A_{10}$$

$$A_5 \rightarrow A_6$$

$$A_6 \rightarrow A_1$$

در انتها در صورتی که مقدار یک‌های هر سطر را ملاک رتبه‌بندی قرار دهیم گزینه A_1 رتبه اول، A_5 و A_6 رتبه دوم و A_9 و A_{10} رتبه سوم را خواهند داشت.

سؤال ۱۲:

در این قسمت با استفاده از روش کپلند به تلفیق نتایج سؤالات قبل پرداخته می‌شود. بدین منظور در ابتدا نتایج به صورت جدول ۴-۹۱ تعیین می‌شود:

جدول ۴-۹۱: نتایج رتبه‌بندی به روش‌های مختلف

	SAW	AHP	TOPSIS	تخصیص خطی	VIKOR	الکتره
A_1	۳	۲	۱	۲	۱	۱
A_5	۴	۴	۳	۴	۲	۲
A_6	۵	۵	۵	۱	۳	۲
A_9	۱	۱	۴	۳	۵	۳
A_{10}	۲	۳	۲	۵	۴	۳

در ادامه یک ماتریس 5×5 رسم می‌شود و درایه‌های ماتریس بر مبنای تعداد بردها مشخص می‌شود. بدین منظور در صورتی که تعداد بردهای گزینه سطر بیشتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری بیشتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، M قرار می‌گیرد. در صورتی که تعداد بردهای گزینه‌ی سطر، مساوی یا کمتر از تعداد بردهای گزینه ستون باشد (تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه سطر در روش‌های مختلف تصمیم‌گیری مساوی یا کمتر از تعداد رتبه‌های بالاتر گزینه ستون باشد) در آن درایه، X قرار می‌گیرد. در جدول ۹۲-۴ ماتریس برد و باخت‌ها نشان داده شده است:

جدول ۹۲-۴: ماتریس برد و باخت‌ها

تفاضل برد و باخت	جمع بردها	$A_{1.}$	A_q	A_p	A_D	A_1	
۴	۴	M	M	M	M	-	A_1
۰	۱	X	X	M	-	X	A_D
-۲	۰	X	X	-	X	X	A_p
۰	۱	M	-	X	X	X	A_q
-۲	۰	-	X	X	X	X	$A_{1.}$
		۲	۱	۲	۱	۰	جمع باخت

در نهایت رتبه‌بندی به صورت جدول ۹۳-۴ نشان داده می‌شود:

جدول ۹۳-۴: تلفیق نتایج به روش کپلند

$A_{1.}$	A_q	A_p	A_D	A_1	
۳	۲	۳	۲	۱	رتبه‌بندی به روش کپلند

تمرینات پایان فصل

۱- بر طبق مصوبه وزارت علوم، تمام دانشگاه‌ها بایستی در پایان هر سال تحصیلی، بر مبنای دروس عمومی، نمرات دروس اختصاصی، فعالیت‌های علمی- پژوهشی و همچنین رفتار اجتماعی، به انتخاب دانشجوی نمونه‌ی خود پردازند. بر این مبنای، یکی از بزرگترین دانشگاه‌های صنعتی کشور، از هر یک از رشته‌های مهندسی خود یک دانشجو را به عنوان گزینه‌ی انتخاب دانشجوی نمونه برگزید. ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب دانشجوی نمونه به صورت جدول ۴-۹۴ است:

جدول ۴-۹۴: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب دانشجوی نمونه

شاخص‌ها / گزینه‌ها	میانگین دروس عمومی (+)	میانگین دروس اختصاصی (+)	امتیاز فعالیت‌های علمی- پژوهشی (+)	رفتار اجتماعی (+)
A_1	۶۵	۹۰	۵۰	متوسط
A_2	۷۵	۸۰	۶۸	خیلی خوب
A_3	۸۵	۷۰	۸۰	خوب

حال با استفاده از روش *TOPSIS* سه دانشجوی بالا را رتبه‌بندی نمایید. برای تعیین وزن شاخص‌ها از روش آنتروپی شانون استفاده کنید.

۲- کشوری جهت تقویت نیروهای خود قصد دارد از یکی از کشورهای آمریکا، انگلیس، روسیه و یا فرانسه هواپیمای جنگی خریداری کند. وزارت دفاع این کشور شش مشخصه‌ی زیر را جهت تقویت تصمیم‌گیری مناسب انتخاب نموده است که به صورت جدول ۴-۹۵ می‌باشد:

جدول ۴-۹۵: شاخص‌های ارزیابی

C_1	حداکثر سرعت	C_4	هزینه خرید
C_2	حداکثر برد	C_5	قابلیت اطمینان
C_3	حداکثر ظرفیت ترابری	C_6	قدرت مانور

اطلاعاتی که وزارت دفاع کشور مورد نظر در مورد هواپیماهای هر یک از کشورها بدست آورده است در جدول ۴-۹۶ نشان داده شده است:

جدول ۴-۹۶: ماتریس تصمیم‌گیری جهت خریداری هواپیماهای جنگی

شاخص‌ها گزینه‌ها	C_1 (+)	C_2 (+)	C_3 (+)	C_4 (-)	C_5 (+)	C_6 (+)
آمریکا	۲	۱۵۰۰	۲۰۰۰۰	۵/۵	متوسط	خیلی بالا
انگلیس	۲/۵	۲۷۰۰	۱۸۰۰۰	۶/۵	پایین	متوسط
روسیه	۱/۸	۲۰۰۰	۲۰۰۰۰	۳/۵	بالا	بالا
فرانسه	۲/۲	۱۸۰۰	۲۰۰۰۰	۵	متوسط	متوسط

حالا با استفاده از روش آنترابی وزن شاخص‌ها را تعیین نمایید و سپس با استفاده از روش *AHP* به انتخاب گزینه مناسب پردازید.

۳- ریاست دانشکده صنایع قصد دارد معاون آموزشی دانشکده را تعیین نماید. برای این پست سه کاندیدا وجود دارد. ایشان سه شاخص تجربه، تخصص و روابط عمومی را برای انتخاب خود در نظر گرفته است. با توجه به ماتریس‌های مقایسات زوجی زیر و با استفاده از روش *AHP*، کدام یک از گزینه‌های *A*، *B* و *C* مناسب‌تر است.

جدول ۴-۹۷: ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای تجربه

تجربه	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	۱	۳	۲
<i>B</i>	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{2}$
<i>C</i>	$\frac{1}{2}$	۲	۱

جدول ۴-۹۸: ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای تخصص

تخصص	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	۱	$\frac{1}{4}$	۲
<i>B</i>	۴	۱	۵
<i>C</i>	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	۱

جدول ۴-۹۹: ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای روابط عمومی

روابط عمومی	A	B	C
A	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
B	۲	۱	$\frac{1}{3}$
C	۵	۳	۱

جدول ۴-۱۰۰: ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها

	تجربه	تخصص	روابط عمومی
تجربه	۱	۲	$\frac{1}{3}$
تخصص	$\frac{1}{2}$	۱	$\frac{1}{4}$
روابط عمومی	۳	۴	۱

در انتها نیز سازگاری این تصمیم و سازگاری سلسله مراتب را محاسبه کنید؟

۴- مدیریت یک شرکت تولیدی سه سیاست سفارش‌دهی RQ ، RT و موجودی پایه را برای سفارش کالای خود امتحان نموده است. بر مبنای اطلاعات مدیر، چهار معیار هزینه کل نگهداری، هزینه کل کمبود، هزینه سفارش‌دهی و سطح خدمت‌دهی برای هر یک از سه سیاست به صورت جدول ۴-۱۰۱ مشخص شده است.

جدول ۴-۱۰۱: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب سیستم سفارش‌دهی

معیارها / گزینه‌ها	هزینه کل نگهداری (-)	هزینه کل کمبود (-)	هزینه سفارش‌دهی (-)	سطح خدمت‌دهی (+)
RT	۱۰۰۰	۱۵۰۰	۱۵۰۰	۰/۹
RQ	۱۸۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۰/۸
موجودی پایه	۷۰۰	۹۰۰	۲۰۰۰	۰/۶

بر مبنای نظر مدیریت شرکت، میزان اهمیت هر یک از معیارها به صورت جدول ۴-۱۰۲ است:

جدول ۴-۱۰۲: وزن شاخص‌های انتخاب سیستم سفارش‌دهی

معیارها	هزینه کل نگهداری (-)	هزینه کل کمبود (-)	هزینه سفارش‌دهی (-)	سطح خدمت‌دهی (+)
وزن اهمیت	۷	۱۲	۵	۱۰

حال با استفاده از روش *ELECTRE* روش سفارش‌دهی مناسب را انتخاب نمایید.

۵- سازمان صدا و سیما قصد دارد با توجه به نظر بینندگان خود، به رتبه‌بندی شبکه‌های سیما پردازد. بدین منظور در پنج حوزه‌ی سیاسی، فرهنگی، ورزشی، اجتماعی و علمی به نظرخواهی از بینندگان پرداخت. نتایج نهایی حاصل از نظرخواهی به صورت جدول ۴-۱۰۳ خلاصه شده است:

جدول ۴-۱۰۳: ماتریس تصمیم‌گیری جهت اولویت‌بندی شبکه‌های صدا و سیما

معیارها شبکه	سیاسی (+)	فرهنگی (+)	ورزشی (+)	اجتماعی (+)	علمی (+)
اول	۸	۷/۵	۶	۷	۶
دوم	۷/۵	۶	۷	۸/۷۵	۸
سوم	۵	۶	۹	۸/۵	۸
چهارم	۶	۷/۵	۴	۶	۹

همچنین با توجه به حجم بینندگان در هر یک از حوزه‌های مورد بررسی، وزن معیارها توسط خبرگان به صورت جدول ۴-۱۰۴ تعیین شده است:

جدول ۴-۱۰۴: وزن شاخص‌های اولویت‌بندی شبکه‌های صدا و سیما

وزن	سیاسی (+)	فرهنگی (+)	ورزشی (+)	اجتماعی (+)	علمی (+)
	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۳	۰/۲	۰/۲

حال با استفاده از روش *VIKOR* و *TOPSIS* شبکه برتر را انتخاب کنید.

۶- شهرداری قصد دارد از بین ۸ خیابان، بهترین خیابان‌ها را برای استفاده دوچرخه‌سواران مشخص کند. طی مطالعات صورت گرفته در شهرداری، معیارهای زیر برای این موضوع مشخص شده است:

C_1 . حجم ترافیک عبوری (-)

C_2 . نسبت کاربری‌های غیر مسکونی به کل کاربری‌ها (+)

C_3 . وضعیت فضای سبز (+)

C_4 . کیفیت کف‌سازی خیابان (+)

C_5 . تعداد چراغ‌های روشنایی در واحد طول (+)

پس از جمع‌آوری داده‌های مربوط به هریک از گزینه‌ها و همچنین وزن معیارها، ماتریس تصمیم‌گیری به صورت جدول ۴-۱۰۵ تشکیل می‌شود:

جدول ۴-۱۰۵: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب خیابان برای دوچرخه‌سواران

C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	معیارها خیابان
۰/۰۴۵	۳	۳	۰/۳۵	۵۹۵	۱
۰/۰۲۱	۳	۷	۰/۲۷	۳۱۱	۲
۰/۰۳۲	۳	۷	۰/۱۶	۳۱۱	۳
۰/۰۲۴	۵	۳	۰/۰۴	۵۲۰	۴
۰/۰۳۲	۵	۳	۰/۲	۹۰۵	۵
۰/۰۲۵	۵	۵	۰/۶۱	۲۲۲۶	۶
۰/۰۲۱	۵	۷	۰/۰۶	۳۱۱	۷
۰/۰۲۴	۷	۵	۱	۲۵۷۶	۸
۰/۱۲۳	۰/۱۷۰	۰/۱۵۰	۰/۲۰۷	۰/۳۵۰	وزن

ابتدا با استفاده از روش تسلط گزینه‌ها را محدود و در ادامه با استفاده از روش تخصیص خطی، به انتخاب خیابان مناسب پردازید.

۷- وزارت ورزش و جوانان قصد دارد جهت ایجاد انگیزه در هیئت‌های ورزشی استان‌ها، در مراسمی در هر استان از برترین هیئت‌های ورزشی آن استان تقدیر نماید. بدین منظور با توجه به پنج معیار زیر به اولویت‌بندی هیئت‌های ورزشی پرداخته است. این پنج معیار به صورت زیر تعریف می‌شود:

C_1 . متوسط تعداد نفرات برگزیده شده برای تیم ملی در سال (+)

C_2 . متوسط مدال و مقام کسب شده کشوری در سال (+)

C_3 . متوسط مدال و مقام کسب شده آسیایی در سال (+)

C_4 . متوسط مدال و مقام کسب شده جهانی در سال (+)

C_5 . متوسط اعزام به مسابقات در سال (+)

بدین منظور، دفتر وزارت ورزش و جوانان در استان تهران به جمع‌آوری داده‌های خواسته شده در ارتباط با هیئت‌های ورزشی پرداخته است و ماتریس تصمیم‌گیری را برای ۸ هیئت ورزشی به صورت جدول ۴-۱۰۶ تشکیل داده است:

جدول ۴-۱۰۶: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب هیئت ورزشی نمونه

C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	هیئت‌های ورزشی
۱۲	۱۲	۲	۱۲	۷	کشتی
۱۹	۱۸	۶	۲۴	۹	تکواندو
۱۰	۲	۲	۸	۱۲	والیبال
۱۲	۱	۴	۱۰	۹	بسکتبال
۲۲	۹	۴	۱۸	۵	کاراته
۱۶	۴	۱	۱۴	۱۶	فوتبال
۱۰	۱۸	۲	۱۹	۴	وزنه‌برداری
۱۵	۳	۷	۲۱	۶	دو و میدانی

همچنین وزارت ورزش و جوانان، وزن هر یک از معیارها را به صورت جدول ۴-۱۰۷ تعیین نموده است:

جدول ۴-۱۰۷: وزن شاخص‌های انتخاب هیئت ورزشی نمونه

E	D	C	B	A	وزن
۰/۲۶۷	۰/۲۶۷	۰/۰۴۴	۰/۲۶۷	۰/۱۵۵	

حال ابتدا با استفاده از روش تسلط و سپس روش‌های وزن‌دهی ساده و $TOPSIS$ به اولویت‌بندی هیئت‌های ورزشی پردازید.

۸- یک شرکت جهت خرید مواد اولیه خود، سه فروشنده را در نظر گرفته است و قصد دارد، بر مبنای چهار عامل قیمت، کیفیت، سرویس و ظرفیت تولیدی به انتخاب فروشنده‌ی مناسب پردازد. ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب فروشنده مناسب و همچنین وزن هر یک از معیارها، به صورت جدول ۴-۱۰۸ است:

جدول ۴-۱۰۸: ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب فروشنده

فروشنده‌ها	معیارها	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (-)
A_1	خیلی خوب	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۰/۹	۸۲
A_2	خوب	۵۰۰۰	۵۰۰۰	۰/۸۲	۵۶
A_3	متوسط	۷۰۰۰	۷۰۰۰	۰/۹۶	۳۵
وزن	۰/۳	۰/۲	۰/۱	۰/۴	

با استفاده از روش برنامه‌ریزی توافقی و در نظر گرفتن $P=1,2,\infty$ به اولویت‌بندی فروشندگان پردازید. با روش *AHP* چه نتیجه‌ای حاصل می‌گردد؟

۹- یک سازمان تولیدی برای خرید یک ماشین تولیدی، با استفاده از سه روش تخصیص خطی، *TOPSIS* و *ELECTRE* به رتبه‌بندی انواع مختلف این ماشین پرداخته است و در هر روش، رتبه‌بندی متفاوتی را بدست آورده است که در جدول ۴-۱۰۹ نشان داده می‌شود:

جدول ۴-۱۰۹: نتایج رتبه‌بندی به سه روش

<i>ELECTRE</i>	<i>TOPSIS</i>	تخصیص خطی	
۱	۲	۱	A_1
۶	۴	۵	A_2
۳	۵	۶	A_3
۵	۶	۴	A_4
۴	۳	۲	A_5
۲	۱	۳	A_6

با استفاده از روش میانگین رتبه‌ها، بردا و کپلند به تلفیق نتایج روش‌ها پردازید.

مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی



۵-۱- مقدمه

در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری، افراد تصمیم‌گیر جهت ارزیابی گزینه‌ها از عبارات کلامی^۱ همچون خوب، بد، متوسط، بلند، کوتاه، زشت، زیبا و غیره استفاده می‌کنند. در این شرایط نمی‌توان مرز مشخصی بین این متغیرها قائل شد و امکان خطا در ارزیابی افزایش می‌یابد. به همین دلیل در تصمیم‌گیری جهت کاهش دادن میزان خطا از داده‌های فازی^۲ استفاده می‌شود و با استفاده از آن‌ها به ارزیابی پرداخته می‌شود. در این گونه مسائل داده‌های فازی جایگزین متغیرهای کلامی می‌شوند و بدین صورت دقت در مسائل افزایش می‌یابد. در این فصل ابتدا به کلیاتی در مورد منطق فازی^۳ پرداخته می‌شود و سپس به تشریح روش *TOPSIS* فازی و *AHP* فازی پرداخته خواهد شد.

۵-۲- منطق فازی

در طول تاریخ، همواره بشر برای توصیف وقایع و افراد اطراف خود از واژه‌ها و عبارات کلامی و استنتاجی همچون خوب، بد، زشت، زیبا، پیر، جوان، قوی، ضعیف و امثال آن استفاده کرده است. اما این عبارات هیچ‌کدام دقیق نیست و نمی‌تواند به طور دقیق منظور فرد استفاده‌کننده را مشخص کند، به‌عنوان مثال در عبارت «الماس زیبا است»، به طور دقیق مشخص نشده است که الماس چه مقدار زیبا

1- Linguistic Terms

2- Fuzzy

3- Fuzzy Logic

است و یا در عبارت «محمد پسر خوبی است» مشخص نشده است که چه میزان خوبی مدنظر فرد بوده است. در این گونه عبارات براساس نظر افراد و با استفاده از تفکر استنتاجی آن‌ها به اظهارنظر در مورد پدیده‌ها پرداخته می‌شود. در این گونه موارد، عبارات و نتایج دارای قطعیت نمی‌باشد و تبدیل آن‌ها نیز به زبان ریاضی و مدل‌سازی آن‌ها کاری سخت و یا غیرممکن می‌باشد. این گونه منطوق‌های کیفی که حالت صفر و یک دارد به منطق دودویی^۱ ارسطویی معروف است.

منطق فازی نوع دیگری از منطق ریاضی است که توسط پروفیسور لطفی زاده^۲ در سال ۱۹۶۵ مطرح شد و به طور جدی در مقابل منطق دودویی ارسطویی قرار گرفت. در لغت، منطق فازی به عنوان شرایط عدم قطعیت و نامعلوم تعریف شده است و به وجود ابهام در ماهیت علوم و پدیده‌ها اذعان می‌کند. قبل از اینکه منطق فازی مطرح شود در همه‌ی علوم اصولاً از منطق دودویی استفاده می‌شد که سال‌ها قبل توسط ارسطو ارائه شده بود. این منطق براساس اصول ریاضی کلاسیک بنیان نهاده شده بود و بیان می‌کند همه‌ی وقایع یا درست است و یا نادرست. در حالی که بر طبق استدلال منطق فازی، مغز بشر به ورودی‌های اطلاعاتی دقیق نیازی ندارد، بلکه قادر است تا کنترل تطبیقی را به صورت بالایی انجام دهد و این در مورد ماشین نیز صادق است. بنابراین، این منطق در ابتدا به‌عنوان روشی برای پردازش اطلاعات معرفی شد و برخلاف منطق ارسطویی به جای پرداختن به صفر و یک، از صفر تا یک را مورد بررسی و تحلیل قرار می‌دهد.

۵-۲-۱- مجموعه‌های فازی^۳

مجموعه‌های فازی به مجموعه‌هایی گفته می‌شود که عضویت اعضای آن روشن و مشخص نیست و عناصر آن به صورت نسبی متعلق به آن مجموعه است. به طور ساده می‌توان بیان داشت که یک مجموعه‌ی فازی تعمیم یافته‌ی یک مجموعه کلاسیک می‌باشد که اجازه می‌دهد هر مقداری را در بازه $[0, 1]$ اختیار کند. اگر برد $\{0, 1\}$ در بازه‌ی کلاسیک به بازه بسته $[0, 1]$ تبدیل شود، مجموعه کریسپ^۴ به مجموعه فازی تبدیل می‌شود. به عبارت دیگر مفروض بر مجموعه جهانی U ، مجموعه فازی A در U به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$A: U \rightarrow [0, 1]$$

$$A(u) \in [0, 1]$$

1- Binary Logic

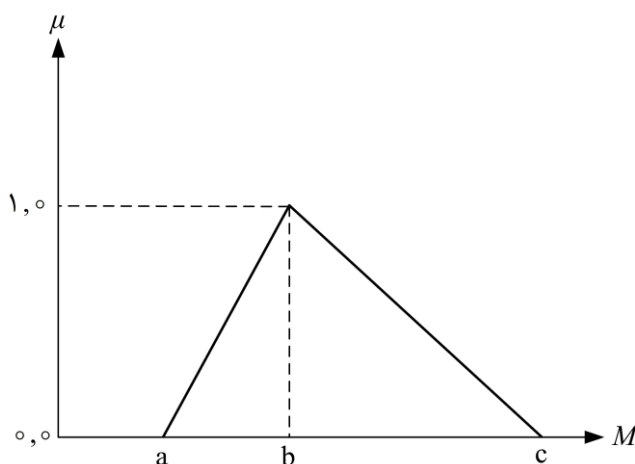
2- Lotfi Zadeh

3- Fuzzy Set

4- Crisp Set

هنگامی که مجموعه مرجع نامحدود باشد، لیست کردن همه اعضا همراه با مقدار عضویت مربوطه غیرممکن است. مجموعه اعداد حقیقی نمونه‌ای از مجموعه مرجع نامحدود است. به عنوان مثال مجموعه فازی در حدود ۳، بیان‌گر یک مجموعه از اعداد حقیقی در اطراف ۳ می‌باشد. این‌گونه مجموعه‌های فازی را اعداد فازی^۱ نیز می‌نامند. اعداد فازی معمولاً به صورت فازی مثلثی^۲ و ذوزنقه‌ای^۳ تعریف می‌گردند. در حالت فازی مثلثی، اعداد به صورت $\tilde{M} = (a, b, c)$ نمایش داده می‌شود که a و c بیان‌کننده‌ی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد مجموعه می‌باشند و عدد مورد نظر می‌تواند بین آن‌ها تغییر کند. تابع عضویت اعداد فازی مثلثی به صورت زیر است:

$$\mu_{\tilde{M}} = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases}$$

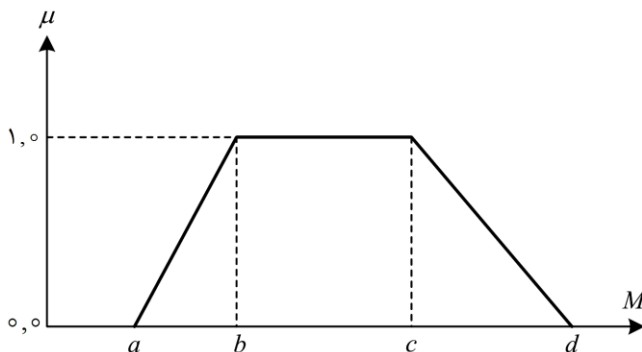


شکل ۵-۱: عدد فازی مثلثی

در حالت فازی ذوزنقه‌ای، اعداد به صورت $\tilde{M} = (a, b, c, d)$ نمایش داده می‌شود که a و d بیان‌کننده‌ی کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد مجموعه می‌باشند و عدد مورد نظر می‌تواند بین آن‌ها تغییر کند. تابع عضویت اعداد فازی ذوزنقه‌ای به صورت زیر است:

-
- 1- Fuzzy Number
 - 2- Triangular Fuzzy Number
 - 3- Trapezoidal Fuzzy Number

$$\mu_{\tilde{M}} = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d \\ 0 & x > d \end{cases}$$



شکل ۵-۲: عدد فازی دوزنقه‌ای

مثال ۵-۱: فرض کنید افراد یک سازمان ۸ نفر باشند که سن آن‌ها به صورت جدول ۵-۱ می‌باشد:

جدول ۵-۱: سن افراد

افراد	علی	حسن	حسین	هادی	مهدی	رضا	حافظ	احمد
سن	۲۵	۴۸	۳۱	۴۲	۲۱	۳۸	۵۲	۶۱

اگر هدف اختصاص افراد به سه دسته‌ی جوان، میان‌سال و پیر باشد، به طور کلی می‌توان از سه حالت زیر استفاده نمود:

افراد زیر ۳۰ سال : جوان

افراد ۳۱ تا ۵۰ سال: میان سال

افراد ۵۰ سال و بیشتر: پیر

در این صورت مجموعه‌ها و عضویت افراد به مجموعه‌ها به صورت جداول ۵-۲، ۵-۳، ۵-۴ می‌باشد:

جدول ۵-۲: عضویت دسته جوان

افراد	مهدی	علی	حسین	رضا	هادی	حسن	حافظ	احمد
سن	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰

جوان

جدول ۵-۳: عضویت دسته میان سال

افراد	مهدی	علی	حسین	رضا	هادی	حسن	حافظ	احمد
سن	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۰	۰

میان سال

جدول ۵-۴: عضویت دسته پیر

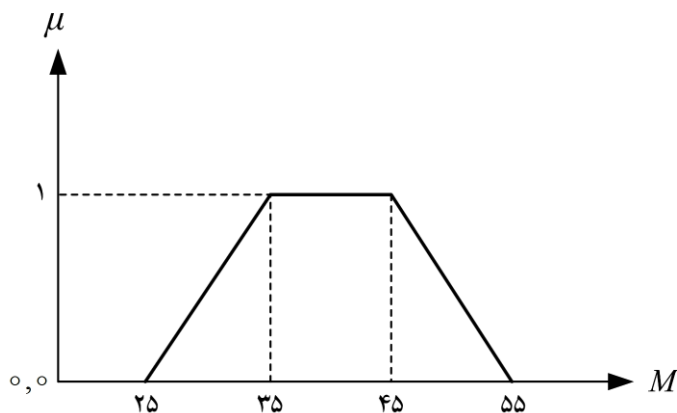
افراد	مهدی	علی	حسین	رضا	هادی	حسن	حافظ	احمد
سن	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۱

پیر

در صورتی که در منطق فازی اعضا می توانند به هر مجموعه ای درجه عضویت یا تعلق خاص خود را داشته باشند.

در همین مثال اگر تابع عضویت برای میان سالی به صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{M}} = \begin{cases} 0 & x < 25 \\ \frac{x-25}{35-25} & 25 \leq x \leq 35 \\ 1 & 35 \leq x \leq 45 \\ \frac{55-x}{55-45} & 45 \leq x \leq 55 \\ 0 & x > 55 \end{cases}$$



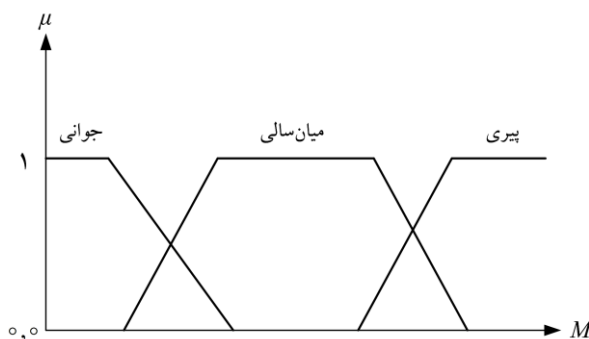
شکل ۵-۳: عدد فازی دوزنقه ای برای تابع عضویت میان سالی

در این صورت درجه عضویت هر فرد به صورت جدول ۵-۵ می‌باشد:

جدول ۵-۵: تابع عضویت میان‌سال

افراد	مهدی	علی	حسین	رضا	هادی	حسن	حافظ	احمد
سن	۰	۰	۰/۶	۱	۱	۰/۷	۰/۳	۰

در مقایسه جدول ۵-۵ با جدول ۳-۵ مشخص است که به صورت قطعی اعضا دسته‌بندی شده‌اند به این صورت که حسین با ۳۱ سال سن به مجموعه میان‌سال با درجه عضویت ۰/۶ تعلق دارد و همینطور حافظ با ۵۲ سال سن نیز با درجه عضویت ۰/۳ به این مجموعه متعلق است. در حالت کلی این مجموعه‌ها به صورت ذوزنقه‌ای در شکل ۴-۵ نشان داده شده است:



شکل ۴-۵: عدد فازی ذوزنقه‌ای برای تابع عضویت سن

همانطور که از شکل نیز مشخص است فرد می‌تواند به دو مجموعه فازی نیز تعلق داشته باشد و لیکن با درجه عضویت‌های متفاوت که از ویژگی‌های مجموعه‌های فازی می‌باشد.

۵-۲-۲- عملگرهای فازی

مهم‌ترین عملیات جبری فازی که بر روی اعداد فازی مثلثی $\tilde{M}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ و $\tilde{M}_\gamma = (a_\gamma, b_\gamma, c_\gamma, d_\gamma)$ و فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{M}_1 = (a_1, b_1, c_1, d_1)$ انجام می‌گیرد در زیر بیان شده است:

۱- جمع دو عدد فازی: برای جمع دو عدد فازی، می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\tilde{M}_1 + \tilde{M}_\gamma = (a_1 + a_\gamma, b_1 + b_\gamma, c_1 + c_\gamma) \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\tilde{M}_1 + \tilde{M}_\gamma = (a_1 + a_\gamma, b_1 + b_\gamma, c_1 + c_\gamma, d_1 + d_\gamma) \quad \text{فازی ذوزنقه‌ای}$$

۲- **تفریق دو عدد فازی:** برای تفریق دو عدد فازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\tilde{M}_1 - \tilde{M}_2 = (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2) \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\tilde{M}_1 - \tilde{M}_2 = (a_1 - a_2, b_1 - b_2, c_1 - c_2, d_1 - d_2) \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

۳- **ضرب دو عدد فازی:** جهت ضرب دو عدد فازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\tilde{M}_1 \cdot \tilde{M}_2 = \begin{cases} (a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot c_2) & \tilde{M}_1 > \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ (a_1 \cdot c_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot a_2) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ (c_1 \cdot c_2, b_1 \cdot b_2, a_1 \cdot a_2) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 < \circ \end{cases} \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\tilde{M}_1 \cdot \tilde{M}_2 = \begin{cases} (a_1 \cdot a_2, b_1 \cdot b_2, c_1 \cdot c_2, d_1 \cdot d_2) & \tilde{M}_1 > \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ (a_2 \cdot d_1, b_2 \cdot c_1, c_2 \cdot b_1, d_2 \cdot a_1) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ (d_1 \cdot d_2, c_1 \cdot c_2, b_1 \cdot b_2, a_1 \cdot a_2) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 < \circ \end{cases} \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

۴- **تقسیم دو عدد فازی:** برای تقسیم کردن دو عدد فازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{\tilde{M}_1}{\tilde{M}_2} = \begin{cases} \left(\frac{a_1}{c_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{a_2} \right) & \tilde{M}_1 > \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ \left(\frac{c_1}{c_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{a_1}{a_2} \right) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ \left(\frac{c_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{a_1}{c_2} \right) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 < \circ \end{cases} \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\frac{\tilde{M}_1}{\tilde{M}_2} = \begin{cases} \left(\frac{a_1}{d_2}, \frac{b_1}{c_2}, \frac{c_1}{b_2}, \frac{d_1}{a_2} \right) & \tilde{M}_1 > \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ \left(\frac{d_1}{d_2}, \frac{c_1}{c_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{a_1}{a_2} \right) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 > \circ \\ \left(\frac{d_1}{a_2}, \frac{c_1}{b_2}, \frac{b_1}{c_2}, \frac{a_1}{d_2} \right) & \tilde{M}_1 < \circ, \tilde{M}_2 < \circ \end{cases} \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

۵- ضرب اسکالر عدد فازی: برای ضرب کردن یک عدد ثابت در یک عدد فازی از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$K \cdot \tilde{M}_1 = \begin{cases} (K \cdot a_1, K \cdot b_1, K \cdot c_1) & K \in R^+ \\ (K \cdot c_1, K \cdot b_1, K \cdot a_1) & K \in R^- \end{cases} \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$K \cdot \tilde{M}_1 = \begin{cases} (K \cdot a_1, K \cdot b_1, K \cdot c_1, K \cdot d_1) & K \in R^+ \\ (K \cdot d_1, K \cdot c_1, K \cdot b_1, K \cdot a_1) & K \in R^- \end{cases} \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

۶- معکوس عدد فازی: معکوس کردن اعداد فازی با استفاده از روابط زیر انجام می‌گیرد:

$$\tilde{M}_1^{-1} = \left(\frac{1}{c_1}, \frac{1}{b_1}, \frac{1}{a_1} \right) \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\tilde{M}_1^{-1} = \left(\frac{1}{d_1}, \frac{1}{c_1}, \frac{1}{b_1}, \frac{1}{a_1} \right) \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

۷- فاصله دو عدد فازی: جهت محاسبه‌ی فاصله‌ی دو عدد فازی از یکدیگر، از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right) \left[(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2 \right]} \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right) \left[(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2 + (d_1 - d_2)^2 \right]} \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

۸- میانگین عدد فازی: میانگین اعداد فازی با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شود. در صورتی که نیاز به میانگین قطعی باشد از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\bar{X}(\tilde{M}_1) = \frac{a_1 + b_1 + c_1}{3} \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\bar{X}(\tilde{M}_1) = \frac{-a_1^2 - b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 - a_1 b_1 + c_1 d_1}{3(-a_1 - b_1 + c_1 + d_1)} \quad \text{فازی دوزنقه‌ای}$$

نکته: در صورتی که نیاز به میانگین فازی باشد می توان از روابط زیر استفاده شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{a} = \min(a_1, a_2) \\ \tilde{b} = \frac{b_1 + b_2}{2} \\ \tilde{c} = \max(c_1, c_2) \end{array} \right. \quad \text{فازی مثلثی}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{a} = \min(a_1, a_2) \\ \tilde{b} = \frac{b_1 + b_2}{2} \\ \tilde{c} = \frac{c_1 + c_2}{2} \\ \tilde{d} = \max(d_1, d_2) \end{array} \right. \quad \text{فازی ذوزنقه ای}$$

۵-۳- روش *TOPSIS* فازی

همان طور که در قسمت قبل بیان شد برای کاهش میزان خطای تصمیم گیری و متغیرهای کلامی از منطق فازی در تصمیم گیری استفاده می شود. روش *TOPSIS* فازی یکی از این روش ها می باشد. در روش های تصمیم گیری در حالت کلاسیک به اولویت بندی گزینه ها با استفاده از داده های قطعی پرداخته می شود در حالی که در بسیاری از تصمیم گیری ها، ارزیابی بر مبنای منطق فازی انجام می گیرد و به همین دلیل جهت کاهش دادن خطای آن از منطق فازی استفاده می شود. یکی از روش های تصمیم گیری چندشاخصه فازی روش *TOPSIS* فازی می باشد. در این روش داده های ماتریس تصمیم گیری یا اوزان معیارها و یا هر دو آن ها توسط متغیرهای کلامی که با استفاده از داده های فازی ارائه می شوند ارزیابی خواهند شد. بدین صورت میزان خطای روش *TOPSIS* کلاسیک کاهش می یابد. روش *TOPSIS* فازی برای اولین بار توسط چن و هوانگ (۱۹۹۲) ارائه شد و مراحل آن به شرح زیر است:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم

در این مرحله به تشکیل ماتریس تصمیم پرداخته می شود. بدین منظور مقادیر هر یک از n شاخص ارزیابی در هر یک از m گزینه به صورت فازی مشخص می شود. در نهایت ماتریس تصمیم به صورت زیر تشکیل می شود:

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} \tilde{X}_{11} & \tilde{X}_{12} & \cdots & \tilde{X}_{1n} \\ \tilde{X}_{21} & \tilde{X}_{22} & \cdots & \tilde{X}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{X}_{m1} & \tilde{X}_{m2} & \cdots & \tilde{X}_{mn} \end{bmatrix}$$

در صورتی که منطق فازی به صورت اعداد فازی مثلثی تعریف شود، در این صورت هر یک از درایه‌های ماتریس فوق به صورت $\tilde{X}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ می‌باشد. اگر ارزیابی شاخص‌ها در هر گزینه، بوسیله‌ی نظرخواهی از یک گروه دارای K عضو انجام گیرد و ارزیابی فازی k امین تصمیم‌گیرنده برابر $\tilde{X}_{ij} = (a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk})$ باشد با توجه به عملگرهای فازی، اندازه‌ی شاخص‌های هر یک از گزینه‌ها را می‌توان براساس روابط زیر در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \min_k (a_{ijk}) \\ b_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^K b_{ijk}}{k} \\ c_{ij} &= \max_k (c_{ijk}) \end{aligned}$$

در صورتی که منطق فازی به صورت اعداد فازی ذوزنقه‌ای تعریف شود، در این صورت هر یک از درایه‌های ماتریس فوق به صورت $\tilde{X}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$ می‌باشد. اگر ارزیابی شاخص‌ها در هر گزینه، بوسیله‌ی نظرخواهی از یک گروه دارای K عضو انجام گیرد و ارزیابی فازی k امین تصمیم‌گیرنده برابر $\tilde{X}_{ij} = (a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk}, d_{ijk})$ باشد با توجه به عملگرهای فازی، اندازه‌ی معیارهای هر یک از گزینه‌ها را می‌توان براساس روابط زیر در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \min_k (a_{ijk}) \\ b_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^K b_{ijk}}{k} \\ c_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^K c_{ijk}}{k} \\ d_{ij} &= \max_k (d_{ijk}) \end{aligned}$$

قدم دوم : تعیین ماتریس وزن شاخص‌ها

در این مرحله، ضریب اهمیت شاخص‌های مختلف به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\tilde{W}_j = [\tilde{w}_1 \quad \tilde{w}_2 \quad \tilde{w}_3 \quad \cdots \quad \tilde{w}_n]$$

در صورتی که منطق فازی به صورت اعداد فازی مثلثی تعریف شود، هر یک از مولفه‌های W_i به صورت $\tilde{W}_{ij} = (W_{j1}, W_{j2}, W_{j3})$ می‌باشد. در صورتی که وزن شاخص‌ها با نظرخواهی از گروه خبرگان بدست آید، برای میانگین‌گیری نظر گروه می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \min_k (W_{jk1}) \\ b_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^K W_{jk2}}{k} \\ c_{ij} &= \max_k (W_{jk3}) \end{aligned}$$

در صورتی که منطق فازی به صورت اعداد فازی دوزنقه‌ای تعریف شود، هر یک از مولفه‌های W_i به صورت $\tilde{W}_{ij} = (W_{j1}, W_{j2}, W_{j3}, W_{j4})$ می‌باشد. در صورتی که وزن شاخص‌ها با نظرخواهی از گروه خبرگان بدست آید، برای میانگین‌گیری نظر گروه می‌توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \min_k (W_{ij1}) \\ b_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^K W_{ij2}}{k} \\ c_{ij} &= \frac{\sum_{k=1}^K w_{ij3}}{K} \\ d_{ij} &= \max_k (w_{ij4}) \end{aligned}$$

قدم سوم: بی‌مقیاس کردن ماتریس تصمیم فازی

در این مرحله جهت بی‌مقیاس‌سازی ماتریس تصمیم، از روش بی‌مقیاس‌سازی خطی استفاده می‌شود. در این صورت با توجه به این که X_{ij} ها به صورت فازی هستند مسلماً r_{ij} ها نیز فازی خواهند بود. اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشند درایه‌های ماتریس تصمیم فازی بی‌مقیاس برای هر یک از شاخص‌های مثبت و منفی به ترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \quad c_j^* = \max c_{ij} \quad \text{معیارهای مثبت}$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \quad a_j^- = \min a_{ij} \quad \text{معیارهای منفی}$$

اگر اعداد فازی به صورت دوزنقه‌ای تعریف شده باشند، درایه‌های ماتریس تصمیم برای شاخص‌های مثبت و منفی به ترتیب از روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{d_j^*}, \frac{b_{ij}}{d_j^*}, \frac{c_{ij}}{d_j^*}, \frac{d_{ij}}{d_j^*} \right) \quad d_j^* = \max d_{ij} \quad \text{معیارهای مثبت}$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{d_{ij}}, \frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \quad a_j^- = \min a_{ij} \quad \text{معیارهای منفی}$$

بنابراین ماتریس تصمیم فازی بی‌مقیاس شده \tilde{R} به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} & \cdots & \tilde{r}_{1j} & \cdots & \tilde{r}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_{j1} & \cdots & \tilde{r}_{ij} & \cdots & \tilde{r}_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{r}_{m1} & \cdots & \tilde{r}_{mj} & \cdots & \tilde{r}_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: تعیین ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار

با توجه به این که در مراحل قبل ماتریس تصمیم بی‌مقیاس و ماتریس وزن معیارها تشکیل شده است، در این مرحله به تشکیل ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار پرداخته می‌شود. بدین منظور از ضرب کردن ضریب اهمیت (وزن) مربوط به هر معیار در ماتریس بی‌مقیاس شده فازی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j$$

که در این رابطه w_j بیان‌کننده‌ی اهمیت معیار j می‌باشد.

بنابراین ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار به صورت زیر خواهد بود:

$$\tilde{v} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{11} & \cdots & \tilde{v}_{1j} & \cdots & \tilde{v}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}_{j1} & \cdots & \tilde{v}_{ij} & \cdots & \tilde{v}_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}_{m1} & \cdots & \tilde{v}_{mj} & \cdots & \tilde{v}_{mn} \end{bmatrix}$$

اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشند برای تعیین درایه‌های ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار با

شاخص‌هایی با جنبه مثبت و منفی به ترتیب از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \times (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3})$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \times (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3})$$

اگر اعداد فازی به صورت دوزنقه‌ای باشند برای تعیین درایه‌های ماتریس تصمیم فازی وزن‌دار با

شاخص‌هایی با جنبه مثبت و منفی به ترتیب از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*}, \frac{d_{ij}}{d_j^*} \right) \times (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3}, w_{j4})$$

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j = \left(\frac{a_j^-}{d_{ij}}, \frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right) \times (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3}, w_{j4})$$

قدم پنجم: یافتن گزینه ایده‌آل فازی و گزینه ضد ایده‌آل فازی

$$A^+ = (\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_2^*, \dots, \tilde{v}_n^*)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$$

که در این رابطه \tilde{v}_i^* بهترین مقدار هر یک از شاخص‌های ارزیابی در بین گزینه‌ها می‌باشد و \tilde{v}_i^- بدترین مقدار هر یک از شاخص‌های ارزیابی در بین گزینه‌ها می‌باشد.

$$\tilde{v}_j^* = \max_i (\tilde{v}_{ij}^*) \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\tilde{v}_j^- = \min_i (\tilde{v}_{ij}^-) \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

در این حالت A^+ و A^- به ترتیب بهترین و بدترین گزینه می‌باشند.

در پژوهشی، چن برای محاسبه‌ی مقدار گزینه ایده‌آل فازی و مقدار گزینه ضدایده‌آل فازی مقادیر

ثابت زیر را ارائه کرد:

$$A^+ = (1, 1, 1)$$

$$A^- = (0, 0, 0)$$

جهت تعیین گزینه ایده‌آل می‌توان از این مقادیر نیز استفاده نمود.

قدم ششم: محاسبه فاصله از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل فازی:

در این مرحله فاصله‌ی هر گزینه از گزینه ایده‌آل و ضدایده‌آل فازی بدست می‌آید:

$$S_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^*) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$S_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

اگر اعداد فازی به صورت مثلثی تعریف شده باشند، برای بدست آوردن فاصله‌ی دو عدد فازی

(a_1, b_1, c_1) و (a_2, b_2, c_2) از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right) [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2]}$$

به طور مشابه، جهت محاسبه‌ی فاصله‌ی دو عدد فازی ذوزنقه‌ای، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right) [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2 + (d_1 - d_2)^2]}$$

قدم هفتم: محاسبه شاخص شباهت

در این مرحله شاخص شباهت از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$CC_i = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

قدم هشتم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در انتها با توجه به مقدار شاخص شباهت، گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند به طوری که گزینه‌هایی که

شاخص شباهت بیشتری دارند رتبه بالاتری بدست می‌آورند.

مثال ۵-۲: یک شرکت بین‌المللی پس از یک دوره فعالیت، یک دوره نظرسنجی در بین کارکنان

خود انجام داد و جهت ادامه فعالیت‌های خود قصد دارد پرواز پرسنل را از بهترین شرکت هواپیمایی

که پرسنل شرکت انتخاب می‌نمایند تهیه نماید. در این نظرسنجی پنج معیار ایمنی پرواز، رفتار خدمه،

زمان‌بندی پرواز، امکانات رفاهی و سرعت ارائه خدمات مورد سوال قرار گرفت که نظر پرسنل شرکت

با استفاده از طیف لیکرت در جدول ۵-۶ نشان داده شده است:

جدول ۵-۶: اطلاعات قطعی پرسشنامه

سرعت (+)	امکانات رفاهی (+)	زمانبندی پرواز (+)	رفتار خدمه (+)	ایمنی پرواز (+)	معیارها گزینه ها	خبرگان
۵	۴	۴	۴	۵	Emirates	A
۴	۵	۵	۳	۴	Tg	
۳	۵	۳	۵	۴	Qater	
۳	۳	۴	۴	۳	Bahrain	
۴	۵	۳	۵	۴	Emirates	B
۳	۴	۴	۳	۳	Tg	
۴	۳	۵	۴	۵	Qater	
۲	۱	۲	۲	۲	Bahrain	
۴	۵	۵	۴	۵	Emirates	C
۳	۳	۴	۴	۴	Tg	
۵	۵	۳	۵	۳	Qater	
۲	۳	۳	۳	۱	Bahrain	
۵	۵	۴	۵	۴	Emirates	D
۳	۴	۳	۲	۵	Tg	
۴	۴	۵	۴	۳	Qater	
۱	۲	۳	۳	۳	Bahrain	

همچنین وزن هر یک از معیارها نیز با استفاده از اعداد فازی مثلثی مشخص شده است که در جدول ۵-۷ نشان داده شده است.

جدول ۵-۷: ماتریس وزن معیارها

وزن	معیارها
(۱ و ۰/۷۶ و ۰/۳)	ایمنی پرواز
(۱ و ۰/۶۶ و ۰/۱)	رفتار خدمه
(۱ و ۰/۸۱ و ۰/۳)	زمانبندی پرواز
(۱ و ۰/۵۷ و ۰/۱)	امکانات رفاهی
(۱ و ۰/۶۳ و ۰/۳)	سرعت

حال با استفاده از اعداد فازی مثلثی و روش تاپسیس فازی به رتبه بندی شرکت های هواپیمایی پردازید.

حل:

قدم اول: در ابتدا جهت تبدیل اعداد پرسشنامه به اعداد فازی بایستی اعداد فازی مثلثی تعریف گردد که در جدول ۵-۸ نشان داده شده است. جهت تعیین این اعداد بایستی از توابع اعداد فازی مثلثی که در ابتدای این فصل بیان شد استفاده شود و یا این که از رفرنس معتبر استفاده گردد.

جدول ۵-۸: اعداد فازی مثلثی

عدد فازی مثلثی			طیف لیکرت	
حد بالا	حد وسط	حد پایین		
۱	۱	۰/۸	۵	بسیار موافقم (بسیار زیاد)
۰/۸	۰/۷	۰/۶	۴	موافقم (زیاد)
۰/۶	۰/۴۵	۰/۳	۳	متوسط
۰/۳	۰/۲	۰/۱	۲	مخالفم (کم)
۰/۱	۰	۰	۱	بسیار مخالفم (بسیار کم)

در ادامه با استفاده از اعداد جدول ۵-۸ مقادیر هر یک از شاخص‌ها فازی می‌شود. مقادیر فازی نظر هر یک از پرسنل در جدول ۵-۹ نشان داده شده است:

جدول ۵-۹: اطلاعات فازی مثلثی پرسشنامه

معیارها	گزینه‌ها	خبره A	خبره B	خبره C	خبره D
ایمنی پرواز	Emirates	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۱ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)
	Tg	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۱ و ۱ و ۰/۸)
	Qatar	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۱ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)
	Bahrain	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)	(۰ و ۰ و ۰/۱)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)
رفتار خدمه	Emirates	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۱ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۱ و ۱ و ۰/۸)
	Tg	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)
	Qatar	(۱ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۱ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)
	Bahrain	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)

جدول ۵-۹: ادامه

معیارها	گزینه‌ها	خبره A	خبره B	خبره C	خبره D
زمانبندی پرواز	Emirates	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)
	Tg	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)
	Qatar	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)
	Bahrain	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)
امکانات رفاهی	Emirates	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)
	Tg	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)
	Qatar	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)
	Bahrain	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۱ و ۰ و ۰)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)
سرعت	Emirates	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)
	Tg	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)
	Qatar	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)	(۰/۸ و ۱ و ۰/۸)	(۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸)
	Bahrain	(۰/۳ و ۰/۴۵ و ۰/۶)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)	(۰/۱ و ۰/۲ و ۰/۳)	(۰ و ۰ و ۰/۱)

در این مرحله بایستی نظرات چهار پرسنل با یکدیگر ترکیب شود و بدین منظور میانگین نظر آن‌ها بدست می‌آید که در جدول ۵-۱۰ نشان داده شده است:

جدول ۵-۱۰: تشکیل ماتریس تصمیم

معیارها / گزینه‌ها	ایمینی پرواز (+)	رفتار خدمه (+)	زمانبندی پرواز (+)	امکانات رفاهی (+)	سرعت (+)
Emirates	(۰/۶ و ۰/۸۵ و ۰/۶)	(۰/۶ و ۰/۸۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۷۱ و ۰/۳)	(۰/۶ و ۰/۹۲ و ۰/۶)	(۰/۶ و ۰/۸۵ و ۰/۶)
Tg	(۰/۳ و ۰/۷۱ و ۰/۳)	(۰/۱ و ۰/۴۵ و ۰/۸)	(۰/۳ و ۰/۷۱ و ۰/۳)	(۰/۳ و ۰/۷۱ و ۰/۳)	(۰/۳ و ۰/۵۱ و ۰/۸)
Qatar	(۰/۳ و ۰/۶۵ و ۰/۳)	(۰/۶ و ۰/۸۵ و ۰/۶)	(۰/۳ و ۰/۷۲ و ۰/۳)	(۰/۳ و ۰/۷۹ و ۰/۳)	(۰/۳ و ۰/۷۱ و ۰/۳)
Bahrain	(۰ و ۰/۲۷۵ و ۰/۶)	(۰/۱ و ۰/۴۵ و ۰/۸)	(۰/۱ و ۰/۴۵ و ۰/۸)	(۰ و ۰/۲۷ و ۰/۶)	(۰ و ۰/۲۱ و ۰/۶)

قدم دوم: در ادامه وزن هریک از معیارها با استفاده از نظرخواهی از خبرگان تعیین می‌شود که در جدول ۵-۷ نشان داده شد.

قدم سوم: در ادامه ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس می‌شود. بدین منظور نتایج گروه خبرگان میانگین-گیری می‌شود و در نتیجه ماتریس تصمیم‌گیری فازی در جدول ۵-۱۱ نشان داده شده است:

جدول ۵-۱۱: تشکیل ماتریس بی‌مقیاس تصمیم

معیارها / گزینه‌ها	ایمنی پرواز (+)	رفتار خدمه (+)	زمانبندی پرواز (+)	امکانات رفاهی (+)	سرعت (+)
Emirates	(۰/۶ و ۰/۸۵)	(۰/۶ و ۰/۸۵)	(۰/۳ و ۰/۷۱)	(۰/۶ و ۰/۹۲)	(۰/۶ و ۰/۸۵)
Tg	(۰/۳ و ۰/۷۱)	(۰/۱ و ۰/۴۵)	(۰/۳ و ۰/۷۱)	(۰/۳ و ۰/۷۱)	(۰/۳ و ۰/۵۱)
Qatar	(۰/۳ و ۰/۶۵)	(۰/۶ و ۰/۸۵)	(۰/۳ و ۰/۷۲)	(۰/۳ و ۰/۷۹)	(۰/۳ و ۰/۷۱)
Bahrain	(۰ و ۰/۲۷۵)	(۰/۱ و ۰/۴۵)	(۰/۱ و ۰/۴۵)	(۰ و ۰/۲۷)	(۰ و ۰/۲۱)

قدم چهارم: با توجه به این که در مراحل قبل ماتریس تصمیم بی‌مقیاس و وزن معیارها تشکیل شده است، در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری فازی وزن‌دار تشکیل می‌شود. بدین منظور از ضرب کردن وزن مربوط به هر معیار در ماتریس بی‌مقیاس شده فازی ماتریس تصمیم‌گیری وزن‌دار به صورت جدول ۵-۱۲ بدست می‌آید:

جدول ۵-۱۲: ماتریس تصمیم‌گیری فازی وزن‌دار

معیارها / گزینه‌ها	ایمنی پرواز (+)	رفتار خدمه (+)	زمانبندی پرواز (+)	امکانات رفاهی (+)	سرعت (+)
Emirates	(۰/۱۸ و ۰/۶۵)	(۰/۰۶ و ۰/۵۴)	(۰/۰۹ و ۰/۵۸)	(۰/۰۶ و ۰/۵۳)	(۰/۱۸ و ۰/۵۴)
Tg	(۰/۰۹ و ۰/۵۴)	(۰/۰۱ و ۰/۳۰)	(۰/۰۹ و ۰/۵۸)	(۰/۰۳ و ۰/۴۱)	(۰/۰۹ و ۰/۳۲)
Qatar	(۰/۰۹ و ۰/۴۹)	(۰/۰۶ و ۰/۵۶)	(۰/۰۹ و ۰/۵۹)	(۰/۰۳ و ۰/۴۵)	(۰/۰۹ و ۰/۴۵)
Bahrain	(۰ و ۰/۲۱)	(۰/۰۱ و ۰/۳۰)	(۰/۰۳ و ۰/۳۶)	(۰ و ۰/۱۶)	(۰ و ۰/۱۳)

قدم پنجم: در این مرحله با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری وزن‌دار، گزینه ایده‌آل و ضدایده‌آل بدست می‌آید که در جدول ۵-۱۳ نشان داده شده است:

جدول ۵-۱۳: گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل فازی

سرعت (+)	امکانات رفاهی (+)	زمانبندی پرواز (+)	رفتار خدمه (+)	ایمنی پرواز (+)	
(۰/۱۸ و ۰/۵۴)	(۰/۰۶ و ۰/۵۳)	(۰/۰۹ و ۰/۵۹)	(۰/۰۶ و ۰/۵۶)	(۰/۱۸ و ۰/۶۵)	گزینه ایده‌آل فازی
(۰ و ۰/۱۳)	(۰ و ۰/۱۶)	(۰/۰۳ و ۰/۳۶)	(۰/۱۰ و ۰/۳۰)	(۰ و ۰/۲۱)	گزینه ضد ایده‌آل فازی

قدم ششم: در این مرحله فاصله هر یک از گزینه‌ها از گزینه ایده‌آل و ضد ایده‌آل فازی محاسبه می‌شود که به ترتیب در جداول ۵-۱۴ و ۵-۱۵ نشان داده شده است:

جدول ۵-۱۴: فاصله از گزینه ایده‌آل مثبت

S^+	سرعت	امکانات رفاهی	زمان بندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
۰/۰۰۶	۰	۰	۰/۰۰۶	۰	۰	Emirates
۰/۵۲۷	۰/۱۷۶	۰/۰۷۲	۰/۰۰۶	۰/۱۹۳	۰/۰۸۰	Tg
۰/۲۲۲	۰/۰۷۲	۰/۰۴۸	۰	۰	۰/۱۰۲	Qatar
۱/۳۸۶	۰/۳۴۳	۰/۳۱۷	۰/۱۷۶	۰/۱۹۳	۰/۳۵۷	Bahrain

جدول ۵-۱۵: فاصله از گزینه ایده‌آل منفی

S^-	سرعت	امکانات رفاهی	زمانبندی پرواز	رفتار خدمه	ایمنی پرواز	
۱/۳۸۲	۰/۳۴۳	۰/۳۱۷	۰/۱۷۲	۰/۱۹۳	۰/۳۵۷	Emirates
۰/۹۱۷	۰/۱۶۷	۰/۲۷۳	۰/۱۷۲	۰	۰/۳۰۵	Tg
۱/۲۴۱	۰/۲۹۸	۰/۲۸۶	۰/۱۷۶	۰/۱۹۳	۰/۲۸۸	Qatar
۰	۰	۰	۰	۰	۰	Bahrain

قدم هفتم و هشتم: در انتها نیز شاخص شباهت هر یک از گزینه‌ها محاسبه می‌شود و رتبه‌بندی گزینه‌ها انجام می‌گیرد که در جدول ۵-۱۶ نشان داده شده است.

جدول ۵-۱۶: شاخص شباهت و رتبه‌بندی

رتبه‌بندی	CC_j	گزینه‌ها
۱	۰/۹۹۶	Emirates
۳	۰/۶۳۵	Tg
۲	۰/۸۴۸	Qatar
۴	۰	Bahrain

۵-۴- روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی

روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی به اولویت‌بندی گزینه‌ها به صورت سلسله مراتبی می‌پردازد، اما بسیاری از محققین در میزان درستی این روش ابهاماتی ایجاد کرده‌اند و بیان داشته‌اند که این روش نمی‌تواند به درستی نظر تصمیم‌گیرنده را نشان دهد و با توجه به این که مقایسات زوجی به صورت ذهنی انجام می‌گیرد دارای قطعیت نمی‌باشد. به همین دلیل تصمیم‌گیرندگان می‌توانند در مقایسات زوجی، از اعداد فازی به جای اعداد قطعی استفاده کنند. در روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی جهت انجام مقایسات زوجی از اعداد فازی استفاده می‌شود.

مراحل روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی به صورت زیر می‌باشد:

مرحله اول: رسم نمودار سلسله مراتبی

در این مرحله همانند روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی کلاسیک، نمودار سلسله مراتب تشکیل می‌شود. در این نمودار در سطح اول هدف مسأله قرار می‌گیرد و در سطوح پایین، ابتدا معیارها و سپس زیر معیارها قرار می‌گیرند. در پایین‌ترین سطح نیز گزینه‌ها قرار می‌گیرند.

مرحله دوم: تعریف اعداد فازی به منظور انجام مقایسات زوجی

مرحله سوم: تشکیل ماتریس مقایسات زوجی

در این مرحله با استفاده از اعداد فازی که در مرحله‌ی قبل تعریف شد ماتریس مقایسات زوجی

تشکیل می‌شود. این ماتریس به صورت زیر می‌باشد:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & \tilde{a}_{12} & \cdots & \tilde{a}_{1n} \\ \tilde{a}_{21} & 1 & \cdots & \tilde{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \tilde{a}_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

مرحله چهارم: محاسبه ی S_i برای هر یک از سطرهای ماتریس مقایسه زوجی

اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشد، به صورت (a_i, b_i, c_i) نشان داده می شود در این صورت:

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \times \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}$$

$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left(\sum_{j=1}^m a_j, \sum_{j=1}^m b_j, \sum_{j=1}^m c_j \right) = (a'_i, b'_i, c'_i)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left(\sum_{i=1}^n a'_i, \sum_{i=1}^n b'_i, \sum_{i=1}^n c'_i \right)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^n c'_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n b'_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n a'_i} \right)$$

در این رابطه، i بیانگر شماره سطر و j بیانگر شماره ستون می باشد. M_{gi}^j نیز اعداد فازی مثلثی ماتریس های مقایسه زوجی هستند.

مرحله پنجم: محاسبه ی درجه بزرگی S_i ها نسبت به همدیگر

جهت محاسبه ی درجه بزرگی $M_1 = (a_1, b_1, c_1)$ نسبت به $M_2 = (a_2, b_2, c_2)$ از رابطه ی زیر

استفاده می شود:

$$V(S_i \geq S_k) = \mu_{S_i}(d) = \begin{cases} 1 & \text{if } b_i \geq b_k \\ 0 & \text{if } a_k \geq c_i \\ \frac{(a_k - c_i)}{(b_i - c_i) - (b_k - a_k)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

در روابط بالا a_i و b_i و c_i به ترتیب مولفه های اول تا سوم اعداد فازی مثلثی می باشند.

مرحله ششم: محاسبه ی وزن معیارها و گزینه ها در ماتریس مقایسات زوجی

در این مرحله با استفاده از رابطه ی زیر، وزن معیارها و گزینه ها در ماتریس مقایسات زوجی بدست

می آید:

$$d^n(A_i) = \text{Min} V(S_i \geq S_k) \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad k \neq i$$

با استفاده از رابطه‌ی بالا وزن معیارها و گزینه‌ها بدست می‌آید و در نتیجه بردار وزن نرمالیزه نشده به صورت زیر است:

$$W = (d(A_1), d(A_2), \dots, d(A_n))^T \quad A_i (i = 1, 2, \dots, n)$$

مرحله هفتم: محاسبه وزن بردار نهایی و رتبه‌بندی

در این مرحله بایستی بردار وزن نرمالیزه نشده که در مرحله‌ی قبل بدست آمد را با استفاده از روش مستقیم نرمالیزه کرد و بر مبنای آن به رتبه‌بندی پرداخت.

مثال ۳-۵: شعبه‌ی مرکزی یک بانک خصوصی در استان اصفهان در نظر دارد شعبه‌ی نمونه‌ی خود را بر مبنای معیارهای تکریم ارباب رجوع انتخاب نماید. پس از نظرسنجی اولیه، سه شعبه A ، B و C به عنوان شعب برتر انتخاب شدند و بانک در نظر دارد با استفاده از چهار معیار احساس امنیت در بانک، رفتار پرسنل، زمان انجام فعالیت‌ها و خدمات و همچنین امکانات رفاهی بانک، شعبه‌ی برتر را انتخاب نماید و در این راه از روش فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی استفاده کند. بدین منظور در ابتدا با توجه به نظر کارشناسان بانک، ماتریس مقایسه زوجی معیارها همانند ماتریس ۵-۱۷ تشکیل شد:

جدول ۵-۱۷: ماتریس مقایسه زوجی معیارها

	احساس امنیت در بانک	رفتار پرسنل	زمان انجام فعالیت‌ها	امکانات رفاهی بانک
احساس امنیت در بانک (+)	۱	۰/۳۳۳	۳	۵
رفتار پرسنل (+)	۳	۱	۷	۳
زمان انجام فعالیت‌ها (+)	۰/۳۳۳	۰/۱۴۳	۱	۰/۳۳۳
امکانات رفاهی بانک (+)	۰/۲۰۰	۰/۳۳۳	۳	۱

همچنین جهت ارزیابی گزینه‌ها بر مبنای معیارها، با استفاده از پرسشنامه، نظر مشتریان بانک‌ها بدست آمد و در ادامه با توجه به آن، ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای هر یک از معیارها تشکیل شد که در جداول ۵-۱۸ تا ۵-۲۱ نشان داده شده است:

جدول ۵-۱۸: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای احساس امنیت در بانک

احساس امنیت در بانک	A	B	C
A	۱	۳	۱
B	۰/۳۳۳	۱	۰/۳۳۳
C	۱	۳	۱

جدول ۵-۱۹: ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها بر مبنای رفتار پرسنل

رفتار پرسنل	A	B	C
A	۱	۳	۰/۳۳۳
B	۰/۳۳۳	۱	۰/۱۱۱
C	۳	۹	۱

جدول ۵-۲۰: ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها بر مبنای زمان فعالیت ها

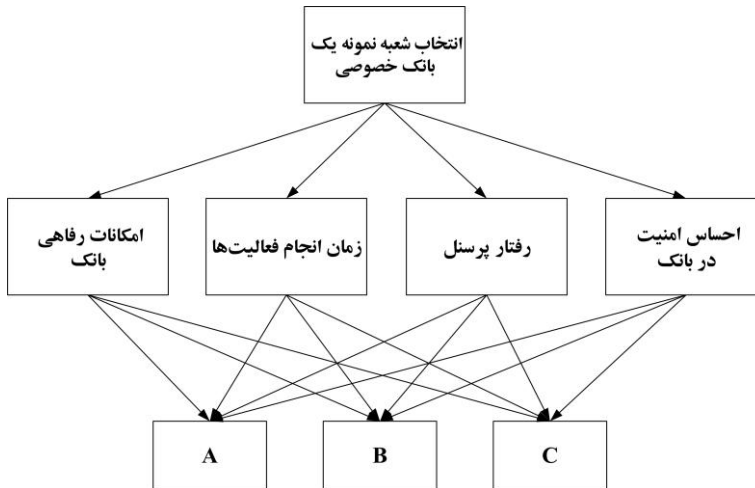
زمان انجام فعالیت ها	A	B	C
A	۱	۳	۹
B	۰/۳۳۳	۱	۳
C	۰/۱۱۱	۰/۳۳۳	۱

جدول ۵-۲۱: ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها بر مبنای امکانات رفاهی بانک

امکانات رفاهی بانک	A	B	C
A	۱	۱	۳
B	۱	۱	۳
C	۰/۳۳۳	۰/۳۳۳	۱

حال با توجه به ماتریس های مقایسه زوجی و روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی به رتبه بندی شعب نمونه بانک پردازید.

حل: در ابتدا نمودار سلسله مراتبی مساله به صورت شکل ۵-۵ رسم می شود:



شکل ۵-۵: درخت سلسله مراتب

در ادامه اعداد فازی به منظور انجام مقایسات زوجی تعریف می‌شود و هر یک از ماتریس‌های مقایسه زوجی به صورت اعداد فازی تبدیل می‌شوند که در جدول ۵-۲۲ نشان داده شده است:

جدول ۵-۲۲: اعداد فازی مثلثی

عدد فازی مثلثی				
حد بالا	حد وسط	حد پایین	طیف ساعتی	
۹	۹	۷	۹	بسیار موافقم (بسیار زیاد)
۹	۷	۵	۷	موافقم (زیاد)
۷	۵	۳	۵	متوسط
۵	۳	۱	۳	مخالقم (کم)
۱	۱	۱	۱	بسیار مخالقم (بسیار کم)

معکوس این اعداد برای استفاده در ماتریس مقایسات زوجی نیز به صورت جدول ۵-۲۳ است:

جدول ۵-۲۳: اعداد فازی مثلثی

عدد فازی مثلثی				
حد بالا	حد وسط	حد پایین	معکوس طیف ساعتی	
۰/۱۴۳	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	۰/۱۱۱	بسیار موافقم (بسیار زیاد)
۰/۲	۰/۱۴۳	۰/۱۱۱	۰/۱۴۳	موافقم (زیاد)
۰/۳۳۳	۰/۲	۰/۱۴۳	۰/۲	متوسط
۱	۰/۳۳۳	۰/۲	۰/۳۳۳	مخالقم (کم)
۱	۱	۱	۱	بسیار مخالقم (بسیار کم)

در مرحله‌ی بعد با استفاده از ماتریس مقایسات زوجی قطعی و اعداد فازی تعریف شده، ماتریس مقایسه زوجی فازی تشکیل می‌شود که در جداول ۵-۲۴ تا ۵-۲۸ نشان داده شده است:

جدول ۵-۲۴: ماتریس مقایسه زوجی فازی معیارها

امکانات رفاهی بانک	زمان انجام فعالیت‌ها	رفتار پرسنل	احساس امنیت در بانک
(۳ و ۵ و ۷)	(۱ و ۳ و ۵)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	احساس امنیت در بانک (۱ و ۱ و ۱)
(۱ و ۳ و ۵)	(۵ و ۷ و ۹)	(۱ و ۱ و ۱)	رفتار پرسنل (۱ و ۳ و ۵)
(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۰/۱۱ و ۰/۱۴ و ۰/۲)	زمان انجام فعالیت‌ها (۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)
(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	امکانات رفاهی بانک (۰/۱۴ و ۰/۲ و ۰/۳۳)

جدول ۵-۲۵: ماتریس مقایسه زوجی فازی گزینه‌ها بر مبنای احساس امنیت در بانک

احساس امنیت در بانک	A	B	C
A	(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۱ و ۱ و ۱)
B	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)
C	(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۱ و ۱ و ۱)

جدول ۵-۲۶: ماتریس مقایسه زوجی فازی گزینه‌ها بر مبنای رفتار پرسنل

رفتار پرسنل	A	B	C
A	(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)
B	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۰/۱۱ و ۰/۱۱ و ۰/۱۴)
C	(۱ و ۳ و ۵)	(۷ و ۹ و ۹)	(۱ و ۱ و ۱)

جدول ۵-۲۷: ماتریس مقایسه زوجی فازی گزینه‌ها بر مبنای زمان فعالیت‌ها

زمان انجام فعالیت‌ها	A	B	C
A	(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۷ و ۹ و ۹)
B	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)
C	(۰/۱۱ و ۰/۱۱ و ۰/۱۴)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)

جدول ۵-۲۸: ماتریس مقایسه زوجی فازی گزینه‌ها بر مبنای امکانات رفاهی بانک

امکانات رفاهی بانک	A	B	C
A	(۱و۱و۱)	(۱و۱و۱)	(۱و۳و۵)
B	(۱و۱و۱)	(۱و۱و۱)	(۱و۳و۵)
C	(۰/۲و۰/۳۳و۱)	(۰/۲و۰/۳۳و۱)	(۱و۱و۱)

در ادامه S_i برای هر یک از سطرهای ماتریس‌های مقایسه زوجی محاسبه می‌شود و سپس درجه بزرگی S_i ها نسبت به همدیگر محاسبه می‌شود و در ادامه نیز وزن هر یک از معیارها و گزینه‌ها تعیین می‌شود.

(۱) ماتریس مقایسات زوجی معیارها

جدول ۵-۲۹: محاسبه وزن معیارها

	احساس امنیت در بانک	رفتار پرسنل	زمان انجام فعالیت‌ها	امکانات رفاهی بانک	$\sum_{i=1}^m M_{gi}^j$
احساس امنیت در بانک	(۱و۱و۱)	(۰/۲و۰/۳۳و۱)	(۱و۳و۵)	(۳و۵و۷)	(۵/۲و۹/۳۳و۱۴)
رفتار پرسنل	(۱و۳و۵)	(۱و۱و۱)	(۵و۷و۹)	(۱و۳و۵)	(۸و۱۴و۲۰)
زمان انجام فعالیت‌ها	(۰/۲و۰/۳۳و۱)	(۰/۱۱و۰/۱۴و۰/۲)	(۱و۱و۱)	(۰/۲و۰/۳۳و۱)	(۱/۵۱و۱/۸۰و۳/۲)
امکانات رفاهی بانک	(۰/۱۴و۰/۲و۰/۳۳)	(۰/۲و۰/۳۳و۱)	(۱و۳و۵)	(۱و۱و۱)	(۲/۳۴و۴/۵۳و۷/۳۳)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۱۷/۰۵, ۲۹/۶۶, ۴۴/۵۳)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (۰/۰۲۲۴, ۰/۰۳۳۷, ۰/۰۵۸۶)$$

$$S_1 = (۵/۲, ۹/۳۳, ۱۴) \times (۰/۰۲۲۴, ۰/۰۳۳۷, ۰/۰۵۸۶) = (۰/۱۱۷, ۰/۳۱۴, ۰/۸۲۱)$$

به طریق مشابه مقادیر سایر S_i ها محاسبه گردد.

جدول ۵-۳۰: شاخص S_i

S_1	(۰/۱۱۷و۰/۳۱۴و۰/۸۲۱)
S_2	(۰/۱۸۰و۰/۴۷۲و۱/۱۷۳)
S_3	(۰/۰۳۴و۰/۰۶۱و۰/۱۸۸)
S_4	(۰/۰۵۳و۰/۱۵۳و۰/۴۳۰)

جدول ۵-۳۱: شاخص $V(M_i > M_k)$

$V(S_1 > S_2)$	$V(S_1 > S_3)$	$V(S_1 > S_4)$	$V(S_2 > S_1)$	$V(S_2 > S_3)$	$V(S_2 > S_4)$
۰/۸۰۳	۱	۱	۱	۱	۱
$V(S_3 > S_1)$	$V(S_3 > S_2)$	$V(S_3 > S_4)$	$V(S_4 > S_1)$	$V(S_4 > S_2)$	$V(S_4 > S_3)$
۰/۲۱۸	۰/۰۱۹	۰/۵۹۵	۰/۶۵۹	۰/۴۴۰	۱

وزن معیار احساس امنیت در بانک $= \min V(S_i > S_k) = \min \{0/803, 1, 1\} = 0/803$

به طریق مشابه وزن بقیه معیارها نیز محاسبه می شود که در جدول ۵-۳۲ نشان داده شده است.

جدول ۵-۳۲: وزن معیارها

امکانات رفاهی بانک	زمان انجام فعالیتها	رفتار پرسنل	احساس امنیت در بانک	
۰/۴۴۰	۰/۰۱۹	۱	۰/۸۰۳	وزن نرمالیزه نشده
۰/۱۹۴	۰/۰۰۸	۰/۴۴۲	۰/۳۵۵	وزن نرمال شده

(۲) ماتریس مقایسات زوجی بر مبنای معیار احساس امنیت در بانک

جدول ۵-۳۳: محاسبه وزن گزینه ها بر مبنای معیار احساس امنیت در بانک

احساس امنیت در بانک	A	B	C	$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$
A	(۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۱ و ۱)	(۳ و ۵ و ۷)
B	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱/۴ و ۱/۶۶ و ۳)
C	(۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۱ و ۱)	(۳ و ۵ و ۷)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (3, 5, 7) + (1/4, 1/66, 3) + (3, 5, 7) = (7, 4, 11/66, 17)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left(\frac{1}{17}, \frac{1}{11/66}, \frac{1}{7/4} \right) = (0/059, 0/086, 0/135)$$

جدول ۵-۳۴: شاخص S_i

S_1	(۰/۱۷۶ و ۰/۴۳ و ۰/۹۵)
S_2	(۰/۰۸۲ و ۰/۱۴۳ و ۰/۴۰۵)
S_3	(۰/۱۷۶ و ۰/۴۳ و ۰/۹۵)

جدول ۵-۳۵: شاخص $V(M_i > M_k)$ برای معیار احساس امنیت در بانک

$V(S_1 > S_2)$	$V(S_1 > S_3)$	$V(S_2 > S_1)$	$V(S_2 > S_3)$	$V(S_3 > S_1)$	$V(S_3 > S_2)$
۱	۱	۰/۴۴۵	۰/۴۴۵	۱	۱

جدول ۵-۳۶: وزن گزینه‌ها بر مبنای معیار احساس امنیت در بانک

C	B	A	احساس امنیت در بانک
۱	۰/۴۴۵	۱	وزن نرمالیزه نشده
۰/۴۰۹	۰/۱۸۲	۰/۴۰۹	وزن نرمال شده

(۳) ماتریس مقایسات زوجی بر مبنای معیار رفتار پرسنل

جدول ۵-۳۷: محاسبه وزن گزینه‌ها بر مبنای معیار رفتار پرسنل

رفتار پرسنل	A	B	C	$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$
A	(۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۲/۲ و ۴/۳۳ و ۷)
B	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱)	(۰/۱۱ و ۰/۱۱ و ۰/۱۴)	(۱/۳۱ و ۱/۴۴ و ۲/۱۴)
C	(۱ و ۳ و ۵)	(۷ و ۹ و ۹)	(۱ و ۱)	(۹ و ۱۳ و ۱۵)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۱۲/۵۱, ۱۸/۷۷, ۲۴/۱۴)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (۰/۰۴۱, ۰/۰۵۳, ۰/۰۸۰)$$

جدول ۵-۳۸: شاخص S_i

S_1	(۰/۵۵۹ و ۰/۲۳۱ و ۰/۰۹۱)
S_2	(۰/۱۷۱ و ۰/۰۷۷ و ۰/۰۵۴)
S_3	(۰/۱۱۹ و ۰/۰۶۹۲ و ۰/۳۷۳)

جدول ۵-۳۹: شاخص $V(M_i > M_k)$ برای معیار رفتار پرسنل

$V(S_1 > S_2)$	$V(S_1 > S_3)$	$V(S_2 > S_1)$	$V(S_2 > S_3)$	$V(S_3 > S_1)$	$V(S_3 > S_2)$
۱	۰/۲۸۸	۰/۳۴۲	۰	۱	۱

جدول ۵-۴۰: وزن گزینه ها بر مبنای معیار رفتار پرسنل

C	B	A	رفتار پرسنل
۱	۰	۰/۲۸۸	وزن نرمالیزه نشده
۰/۷۷۶	۰	۰/۲۲۴	وزن نرمال شده

(۴) ماتریس مقایسات زوجی بر مبنای معیار زمان انجام فعالیت ها

جدول ۵-۴۱: محاسبه وزن گزینه ها بر مبنای معیار زمان انجام فعالیت ها

زمان انجام فعالیت ها	A	B	C	$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$
A	(۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۷ و ۹ و ۹)	(۹ و ۱۳ و ۱۵)
B	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۲/۲ و ۴/۳۳ و ۷)
C	(۰/۱۱ و ۰/۱۱ و ۰/۱۴)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۱/۳۱ و ۱/۴۴ و ۲/۱۴)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۱۲/۵۱, ۱۸/۷۸, ۲۴/۱۴)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (۰/۴۱, ۰/۵۳, ۰/۸۰)$$

جدول ۵-۴۲: شاخص S_i

S_1	(۰/۳۷۳ و ۰/۶۲۹ و ۱/۲۰)
S_2	(۰/۰۹۱ و ۰/۲۳۱ و ۰/۵۵۹)
S_3	(۰/۰۵۴ و ۰/۰۷۷ و ۰/۱۷۱)

جدول ۵-۴۳: شاخص $V(M_i > M_k)$ برای معیار زمان انجام فعالیت‌ها

$V(S_1 > S_2)$	$V(S_1 > S_3)$	$V(S_2 > S_1)$	$V(S_2 > S_3)$	$V(S_3 > S_1)$	$V(S_3 > S_2)$
۱	۱	۰/۲۸۸	۱	۰	۰/۳۴۲

جدول ۵-۴۴: وزن گزینه‌ها بر مبنای معیار زمان انجام فعالیت‌ها

C	B	A	زمان انجام فعالیت‌ها
۰	۰/۲۸۸	۱	وزن نرمالیزه نشده
۰	۰/۲۲۴	۰/۷۷۶	وزن نرمال شده

(۵) ماتریس مقایسات زوجی بر مبنای معیار امکانات رفاهی بانک

جدول ۵-۴۵: محاسبه وزن گزینه‌ها بر مبنای معیار امکانات رفاهی بانک

امکانات رفاهی بانک	A	B	C	$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$
A	(۱ و ۱)	(۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۳ و ۵ و ۷)
B	(۱ و ۱)	(۱ و ۱)	(۱ و ۳ و ۵)	(۳ و ۵ و ۷)
C	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۰/۲ و ۰/۳۳ و ۱)	(۱ و ۱ و ۱)	(۱/۴ و ۱/۶۶ و ۱)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = (۷/۴, ۱۱/۶۶, ۱۷)$$

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = (۰/۰۵۹, ۰/۰۸۶, ۰/۱۳۵)$$

جدول ۵-۴۶: شاخص S_i

S_1	(۰/۱۷۶ و ۰/۴۲۹ و ۰/۹۴۶)
S_2	(۰/۱۷۶ و ۰/۴۲۹ و ۰/۹۴۶)
S_3	(۰/۰۸۲ و ۰/۱۴۳ و ۰/۴۰۵)

جدول ۵-۴۷: شاخص $V(M_i > M_k)$ برای معیار زمان انجام فعالیت ها

$V(S_1 > S_2)$	$V(S_1 > S_3)$	$V(S_2 > S_1)$	$V(S_2 > S_3)$	$V(S_3 > S_1)$	$V(S_3 > S_2)$
۱	۱	۱	۱	۰/۴۴۵	۰/۴۴۵

جدول ۵-۴۸: وزن گزینه ها بر مبنای معیار امکانات رفاهی

C	B	A	امکانات رفاهی بانک
۰/۴۴۵	۱	۱	وزن نرمالیزه نشده
۰/۱۸۲	۰/۴۰۹	۰/۴۰۹	وزن نرمال شده

در انتها وزن نهایی گزینه ها محاسبه می شود:

این مرحله مانند تعیین وزن نهایی در فرآیند تحلیل سلسله مراتبی کلاسیک است.

$$W_A = (0/355 \times 0/409) + (0/442 \times 0/224) + (0/08 \times 0/776) \times (0/194 \times 0/409) = 0/330$$

$$W_B = (0/355 \times 0/182) + (0/442 \times 0) + (0/08 \times 0/224) \times (0/194 \times 0/409) = 0/146$$

$$W_C = (0/355 \times 0/409) + (0/442 \times 0/776) + (0/08 \times 0) \times (0/194 \times 0/182) = 0/523$$

W_C دارای بیشترین مقدار می باشد. بنابراین شعبه C در بین سه گزینه رتبه اول را کسب می کند.

تمرینات پایان فصل

۱- در سالیان اخیر با توجه به رقابت شدید در بین سازمان‌ها جهت فروش محصولات، بحث انتخاب تأمین‌کننده‌ی مناسب بسیار مورد توجه قرار گرفته است. به همین دلیل، یک شرکت تولیدی سه تأمین‌کننده را در نظر گرفته است و در نظر دارد با توجه به چهار معیار جدول ۴۹-۵، به رتبه‌بندی آن‌ها پردازد:

جدول ۴۹-۵: معیارهای انتخاب تأمین‌کننده

نماد	معیارها
C_1	سودآوری تأمین‌کننده (+)
C_2	امکانات و تکنولوژی (+)
C_3	کیفیت (+)
C_4	انعطاف‌پذیری (+)

به همین دلیل با استفاده از نظر ۵ کارشناس در این زمینه به نظرخواهی در ارتباط با این سه گزینه پرداختند. که نظرات هر یک از کارشناسان در جدول ۵۱-۵ نشان داده شده است. با توجه به این که نظر کارشناسان به صورت کیفی و با استفاده از متغیرهای زبانی بوده است، در انتخاب از منطق فازی استفاده می‌شود که مقادیر فازی در جدول ۵۰-۵ نشان داده شده است:

جدول ۵۰-۵: مقادیر فازی

عدد فازی			اهمیت
۰	۰	۰/۱	خیلی ضعیف (VP)
۰	۰/۱	۰/۳	ضعیف (P)
۰/۱	۰/۳	۰/۵	متوسط ضعیف (MP)
۰/۳	۰/۵	۰/۷	متوسط (F)
۰/۵	۰/۷	۰/۹	متوسط خوب (MG)
۰/۷	۰/۹	۱	خوب (G)
۰/۹	۱	۱	خیلی خوب (VG)

جدول ۵-۵۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب تأمین‌کننده

کارشناس	گزینه	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
۱	A	G	G	VG	G
	B	G	MG	F	MG
	C	VG	F	G	MG
۲	A	MG	G	MG	G
	B	VG	MG	G	G
	C	VG	G	G	G
۳	A	F	MG	G	VG
	B	VG	G	F	G
	C	VP	MG	F	G
۴	A	VG	G	G	VG
	B	VG	MG	VG	F
	C	VG	G	MG	G
۵	A	MG	F	G	P
	B	VG	G	F	G
	C	MG	VG	VG	G

همچنین وزن معیارها نیز با استفاده از نظر خبرگان محاسبه شد که به صورت اعداد فازی جدول

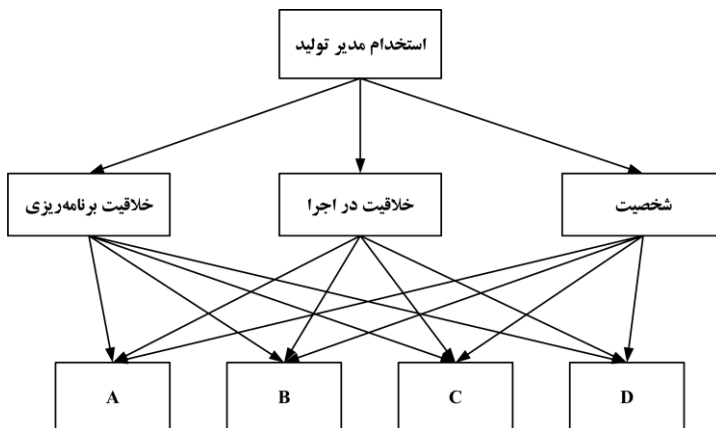
۵-۵۲ می‌باشد:

جدول ۵-۵۲: وزن معیارها

وزن	معیارها
(۰/۱ و ۰/۵۷)	سودآوری تأمین‌کننده
(۰/۳ و ۰/۷۶)	امکانات و تکنولوژی
(۰/۱ و ۰/۶۶)	کیفیت
(۰/۳ و ۰/۸۱)	انعطاف‌پذیری

حال با استفاده از روش تاپسیس فازی به رتبه‌بندی گزینه‌ها پرداخته و گزینه‌ی برتر را انتخاب نماییم.

۲- یک شرکت خصوصی به دنبال استخدام یک مدیر تولید می‌باشد و بدین منظور پس از فیلتر کردن ابتدایی درخواست دهندگان، ۴ نفر به عنوان کاندیدای احراز این پست در نظر گرفته شدند. شرکت پس از مصاحبه با کارشناسان خود، با ۳ معیار به ارزیابی و در نهایت انتخاب فرد مورد نظر پرداخت. درخت تصمیم‌گیری نهایی به صورت شکل ۵-۶ بود:



شکل ۵-۶: درخت تصمیم‌گیری استخدام مدیر تولید

همچنین ماتریس مقایسه زوجی نیز بوسیله‌ی خبرگان تهیه شد که میانگین نظر آن‌ها در جداول

۵-۵۳ تا ۵-۵۶ نشان داده شده است:

جدول ۵-۵۳: ماتریس مقایسه زوجی معیارها

	شخصیت M_1	خلاقیت در اجرا M_2	خلاقیت برنامه‌ریزی M_3
شخصیت	(۱ و ۱)	(۱ و ۲ و ۳)	(۰/۲۵ و ۰/۳۳ و ۰/۵)
خلاقیت در اجرا	(۰/۳۳ و ۰/۵ و ۱)	(۱ و ۱)	(۰/۲ و ۰/۲۵ و ۰/۳۳)
خلاقیت برنامه‌ریزی	(۲ و ۳ و ۴)	(۳ و ۴ و ۵)	(۱ و ۱)

جدول ۵-۵۴: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار شخصیت

M_1	A	B	C	D
A	(۱ و ۱)	(۲ و ۳ و ۴)	(۰/۳۳ و ۰/۵ و ۱)	(۳ و ۴ و ۵)
B	(۰/۲۵ و ۰/۳۳ و ۰/۵)	(۱ و ۱)	(۰/۲ و ۰/۲۵ و ۰/۳۳)	(۱ و ۲ و ۳)
C	(۱ و ۲ و ۳)	(۳ و ۴ و ۵)	(۱ و ۱)	(۰/۲ و ۰/۲۵ و ۰/۳۳)
D	(۰/۲ و ۰/۲۵ و ۰/۳۳)	(۰/۳۳ و ۰/۵ و ۱)	(۳ و ۴ و ۵)	(۱ و ۱)

جدول ۵-۵۵: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار خلاقیت در اجرا

M_2	A	B	C	D
A	(۱و۱)	(۰/۲و۰/۲۵و۰/۳۳)	(۱و۲و۳)	(۱و۱)
B	(۳و۴و۵)	(۱و۱)	(۰/۲۵و۰/۳۳و۰/۵)	(۲و۳و۴)
C	(۰/۳۳و۰/۵و۱)	(۲و۳و۴)	(۱و۱)	(۰/۳۳و۰/۵و۱)
D	(۱و۱)	(۰/۲۵و۰/۳۳و۰/۵)	(۱و۲و۳)	(۱و۱)

جدول ۵-۵۶: ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها بر مبنای معیار خلاقیت در برنامه‌ریزی

M_3	A	B	C	D
A	(۱و۱)	(۳و۴و۵)	(۲و۳و۴)	(۰/۳۳و۰/۵و۱)
B	(۰/۲و۰/۲۵و۰/۳۳)	(۱و۱)	(۰/۳۳و۰/۵و۱)	(۱و۲و۳)
C	(۰/۲۵و۰/۳۳و۰/۵)	(۱و۲و۳)	(۱و۱)	(۰/۳۳و۰/۵و۱)
D	(۱و۲و۳)	(۰/۳۳و۰/۵و۱)	(۱و۲و۳)	(۱و۱)

حال با استفاده از روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی فازی به انتخاب فرد مورد نظر جهت مدیریت تولید پردازید.

مدل‌های تصمیم‌گیری چند هدفه



۶-۱- مقدمه

همان‌طور که در فصول قبل نیز اشاره شد در فرآیند اتخاذ تصمیم اصولاً چندین معیار در نظر گرفته می‌شود و بر مبنای آن به انتخاب یک گزینه از میان چندین گزینه پرداخته می‌شود. مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه نوع دیگری از مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره می‌باشند که به تصمیم‌گیرنده در اتخاذ تصمیم مناسب کمک می‌کند. در مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه، تصمیم‌گیرنده با در نظر گرفتن چندین هدف مختلف، به اتخاذ تصمیم می‌پردازد که در خیلی از مواقع این اهداف در تضاد با یکدیگر می‌باشند. به عنوان مثال در یک شرکت تولیدی که هدف آن کاهش هزینه‌ها و افزایش کیفیت می‌باشد، در صورتی که بخواهد هزینه‌ها را به میزان زیادی کاهش دهد منجر به کاهش کیفیت خواهد شد. بدین منظور در مسائل چند هدفه معمولاً حد بهینه اهداف در نظر گرفته می‌شود. در این فصل با توجه به اهمیت تصمیم‌گیری چندهدفه به ارائه برخی از روش‌های حل مسائل چندهدفه پرداخته می‌شود.

۶-۲- تعریف برخی از واژه‌های پر استفاده

در این فصل جهت تشریح روش‌های مختلف تصمیم‌گیری چندهدفه، واژگان مختلفی بیان خواهد شد که در اینجا به تعریف برخی از آن‌ها پرداخته می‌شود.

متغیر تصمیم^۱: آن‌چه را که تصمیم‌گیرنده به دنبال تعیین مقدار بهینه آن می‌باشد و با حل مدل با چندین هدف و محدودیت، مقدار آن مشخص می‌شود.

هدف: اهداف متناسب با نظر تصمیم‌گیرنده و با استفاده از متغیرهای تصمیم ایجاد می‌شود. به‌طور کلی می‌توان بیان داشت که اهداف بیان‌کننده‌ی خواسته‌ها و نیازهای تصمیم‌گیرنده است.

آرمان^۲: اهداف اصولاً دارای سطح مشخصی نمی‌باشند و در صورتی که برای اهداف سطوحی نیز در نظر گرفته شود، آرمان گفته می‌شود.

گزینه‌های تصمیم^۳: راه‌کارهای مختلفی را که با استفاده از حل مدل بدست می‌آید و تصمیم‌گیرنده می‌تواند انتخاب نماید را گزینه‌ی تصمیم می‌گویند.

جواب^۴: مجموعه جواب‌هایی که به متغیرهای تصمیم اختصاص داده می‌شود. این جواب‌ها ممکن است در اهداف و محدودیت‌ها صدق کند یا خیر.

جواب موجه^۵: مجموعه جواب‌هایی که در تمامی محدودیت‌های مسئله صدق می‌کند، جواب موجه نامیده می‌شود.

جواب بهینه^۶: جواب موجهی که تمام اهداف مسئله را در حالت بهینه‌ی خود قرار می‌دهد، جواب بهینه، ایده‌آل و یا برتر گویند.

جواب مسلط^۷: یک جواب موجه مانند A وقتی بر جواب موجه دیگری مثل B مسلط است که حداقل بر مبنای تمامی اهداف به خوبی B بوده و دست کم براساس یک هدف بهتر از B باشد.

جواب ترجیح داده شده^۸: جواب غیرمسلطی که با توجه به معیارهای دیگر انتخاب، توسط تصمیم‌گیرنده به عنوان جواب نهایی انتخاب می‌شود.

جواب رضایت بخش: جوابی است که تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌نماید و به عبارت دیگر، سطوح مورد نظر تصمیم‌گیرنده را برای هر یک از اهداف محقق می‌سازد.

1- Decision Variable

2- Goal

3- Decision Alternatives

4- Solution

5- Feasible Solution

6- Optimal Solution

7- Dominated Solution

8- Preferred Solution

مثال ۶-۱: مدل برنامه‌ریزی چندهدفه زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } f_1 = x_1 + x_2$$

$$\text{Max } f_2 = x_2$$

$$\text{s.t. } x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

حل: مدل بالا به صورت تک هدفه با تک تک اهداف حل می‌شود و جواب بهینه برای هر یک از اهداف بدست می‌آید که با توجه به این که جواب هر یک از اهداف تنها برای همان هدف بهینه است، به عنوان جواب غیرمسلط در نظر گرفته می‌شود و در نهایت جواب بهینه از میان جواب‌های غیرمسلط محاسبه می‌شود که به صورت جدول ۶-۱ می‌باشد:

جدول ۶-۱: جواب‌های مثال ۶-۱

هدف اول	$f_1 \rightarrow B(3, 3) \rightarrow f_1 = 6$	جواب غیرمسلط
هدف دوم	$f_2 \rightarrow B(0, 3) \rightarrow f_2 = 3$	جواب غیرمسلط
هدف اول	$f_1 \rightarrow B(0, 3) \rightarrow f_1 = 3$	جواب بهینه
هدف دوم	$f_2 \rightarrow B(0, 3) \rightarrow f_2 = 3$	

۶-۳- شکل کلی مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه

مدل‌های ریاضی تصمیم‌گیری چندهدفه در حالت کلی به صورت زیر می‌باشد:

$$\max (\min) Z = (Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_p)$$

$$Z_1 = Z_1(x_j)$$

$$Z_2 = Z_2(x_j)$$

.

.

.

$$Z_p = Z_p(x_j)$$

$$\text{s.t. } g_i(x_j) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

این مدل دارای p تابع هدف، n متغیر تصمیم و m محدودیت می‌باشد. با حل این مدل، متغیرهای تصمیم x, z بدست می‌آید که در تمامی m محدودیت صدق می‌کند و n تابع هدف را بهینه می‌کند. با توجه به این که در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه، اهداف در تقابل با یکدیگر می‌باشند، به همین دلیل معمولاً حل مدل نمی‌تواند موجب جواب بهینه‌ای شود که همه‌ی اهداف را بهینه کند. به همین دلیل معمولاً تصمیم‌گیرنده یک جواب رضایت‌بخش را انتخاب می‌نماید.

۶-۴- روش‌های حل مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه

همان‌طور که در قسمت‌های قبلی نیز گفته شد، در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه جواب بهینه وجود ندارد و با توجه به این که اهداف با یکدیگر در تضاد هستند، بهینگی یک هدف ممکن است باعث شود دیگر اهداف غیر بهینه شوند. بنابراین در حل مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه، جواب‌ها لزوماً تمام اهداف را بهینه نمی‌کند.

جهت حل مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه، روش‌های مختلفی وجود دارد که در قسمت‌های بعد به تعدادی از این روش‌ها اشاره می‌شود که عبارتند از:

- روش تبدیل اهداف به محدودیت
- روش وزن‌دهی به اهداف^۱
- روش اولویت مطلق^۲
- روش معیار جامع^۳
- روش *STEM*^۴
- روش برنامه‌ریزی آرمانی^۵

۶-۴-۱- روش تبدیل اهداف به محدودیت

در این روش، تصمیم‌گیرنده این امکان را دارد که برای هر یک از اهداف خود، مقدار حداکثر و یا حداقل تعیین نماید و این اهداف را به صورت محدودیت به مسئله اضافه نماید تا مسئله تک هدفه گردد. در ادامه نیز مسئله‌ی تک هدفه با استفاده از روش‌های حل مسائل برنامه‌ریزی خطی حل می‌گردد. در این روش بایستی به این نکته توجه داشت که در تبدیل اهداف به محدودیت، بایستی یک

1- Weighting Method
 2- Absolute Priorities Method
 3- Global Criterion Method
 4- Step Method
 5- Goal Programming

روند منطقی انجام گیرد و میزان حداکثر و یا حداقل اهداف به صورت منطقی و با نظر تصمیم گیرنده و انجام تحلیل حساسیت تعیین گردد.

مثال ۶-۲: مسأله تصمیم گیری چندهدفه‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Max } f_1 = 3x_1 + 6x_2$$

$$\text{Max } f_2 = 95.5x_1 + 545.0x_2$$

$$\text{s.t. } 4x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_1 \leq 7$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

در صورتی که هدف اول (f_1) در ارتباط با میزان اشتغال و هدف دوم (f_2) در ارتباط با میزان هزینه‌ی خط تولید باشد و تولیدکننده تمایل داشته باشد که هزینه‌هایش کمتر از ۱۲۰۰۰۰ باشد، با روش تبدیل هدف به محدودیت، مسأله را حل نمایید.

حل: با توجه به این که حداکثر میزان هزینه برای شرکت ۱۲۰۰۰۰ می‌باشد، بنابراین محدودیتی به مسأله اضافه می‌شود که هدف دوم را کوچکتر و مساوی ۱۲۰۰۰۰ قرار می‌دهد و یک مدل برنامه‌ریزی خطی ایجاد می‌شود که به صورت زیر است و به راحتی قابل حل می‌باشد:

$$\text{Max } f_1 = 3x_1 + 6x_2$$

$$\text{s.t. } 4x_1 + x_2 \leq 12$$

$$x_2 \leq 7$$

$$95.5x_1 + 545.0x_2 \leq 120000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

با حل مدل فوق، مقادیر x_1 و x_2 بدست می‌آید که به ترتیب برابر ۱/۲۵ و ۷ می‌باشد و مقادیر تابع هدف آن نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$x_1 = 1/25, \quad x_2 = 7, \quad f_1 = 45/25, \quad f_2 = 5031/25$$

۶-۴-۲- روش وزن دهی به اهداف

در خیلی از مسائل تصمیم گیری که بر مبنای چندین هدف انجام می‌گیرد، اهداف دارای وزن یکسانی نمی‌باشند و تصمیم گیرنده به هر یک از اهداف، اوزان مختلفی را می‌دهد. در این صورت، با توجه به وزن هر یک از اهداف، می‌توان اهداف چندگانه را به یک هدف تبدیل کرد و با استفاده از روش‌های حل مسائل برنامه‌ریزی خطی، مقادیر متغیر تصمیم و در نهایت مقادیر هر یک از اهداف را بدست آورد.

در روش وزن‌دهی به اهداف بایستی به نکات زیر توجه شود:

(۱) اوزان اهداف بی‌مقیاس باشد.

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

(۲) همه اهداف بایستی Max و یا Min باشد. در صورتی که این شرط برقرار نباشد به صورت زیر شرط برقرار می‌شود:

$$Max Z = Min(-Z)$$

(۳) ضرایب متغیرهای تصمیم در هر یک از اهداف نیز بایستی بی‌مقیاس گردند.

مثال ۳-۶: یک تولیدکننده‌ی آلیاژ، سفارشی از یک مشتری برای تولید یک آلیاژ به صورت جدول ۲-۶ دریافت می‌نماید:

جدول ۲-۶: درصد ترکیبات و قیمت فروش هر واحد آن

معدن	فلز A	فلز B	فلز C	فلز D	ناخالصی	قیمت هر تن
۱	٪۲۱	٪۱۰	٪۱۰	٪۲۵	٪۳۴	۲۳
۲	٪۴۲	۰	۰	٪۳۲	٪۲۶	۲۰
۳	٪۲۰	٪۱۰	۰	٪۳۰	٪۴۰	۱۸
۴	۰	٪۲۵	٪۵	٪۱۰	٪۶۰	۱۰
۵	٪۲۵	٪۲۳	۰	٪۴۱	٪۱۱	۲۷
۶	٪۸	٪۵	٪۱۰	٪۱۷	٪۶۰	۱۲

در تولید آلیاژ مورد نظر، ترکیب فلزات به صورت زیر می‌باشد. در این ترکیبات بایستی به این نکته

نیز توجه شود که ناخالصی مجاز نیست.

- فلز نوع A حداقل ۱۷٪

- فلز نوع B حداکثر ۲۱٪

- فلز نوع C حداکثر ۸٪

- فلز نوع D بین ۳۱٪ تا ۶۰٪

با توجه به اطلاعات جدول ۶-۲، تولیدکننده سه هدف دارد که در زیر به آن اشاره می‌گردد:

۱- حداقل کردن کل هزینه‌ی هر تن از آلیاژ

۲- حداکثر کردن برداشت از معدن ۳ به دلیل نزدیکی به کارخانه

۳- حداقل کردن برداشت از معدن ۶ به دلیل فاصله‌ی زیاد تا کارخانه

در صورتی که وزن اهداف به ترتیب ۲۱۰، ۴۲ و ۲۸ باشد، با استفاده از روش وزن‌دهی به اهداف، مقدار هر یک از اهداف و متغیرهای تصمیم را محاسبه نمایید.

حل: در ابتدا متغیرهای تصمیم‌گیری تشکیل می‌شود که شامل میزان برداشت از هر یک از شش معدن موجود می‌باشد و برابر x_1 تا x_6 می‌شود. در ادامه مدل اولیه نوشته می‌شود:

$$\text{Min } Z_1 = 23x_1 + 20x_2 + 18x_3 + 10x_4 + 27x_5 + 12x_6$$

$$\text{Max } Z_2 = x_3$$

$$\text{Min } Z_3 = x_6$$

$$s.t. \quad 0.21x_1 + 0.42x_2 + 0.2x_3 + 0.25x_4 + 0.08x_5 + 0.17x_6 \geq 0.17$$

$$0.1x_1 + 0.1x_2 + 0.25x_3 + 0.23x_4 + 0.05x_5 \leq 0.21$$

$$0.1x_1 + 0.05x_4 + 0.1x_6 \leq 0.08$$

$$0.25x_1 + 0.32x_2 + 0.3x_3 + 0.1x_4 + 0.41x_5 + 0.17x_6 \geq 0.31$$

$$0.25x_1 + 0.32x_2 + 0.3x_3 + 0.1x_4 + 0.41x_5 + 0.17x_6 \leq 0.60$$

$$0.34x_1 + 0.26x_2 + 0.4x_3 + 0.6x_4 + 0.11x_5 + 0.6x_6 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

در ادامه ضرایب متغیرهای تصمیم در هدف اول و وزن اهداف بی‌مقیاس می‌شود که به صورت زیر

می‌باشد:

$$W_1 = 0.21$$

$$W_2 = 0.18$$

$$W_3 = 0.16$$

$$W_4 = 0.1$$

$$W_5 = 0.24$$

$$W_6 = 0.11$$

$$W_{Z_1} = 0.75$$

$$W_{Z_2} = 0.15$$

$$W_{Z_3} = 0.1$$

همچنین در ادامه بایستی هدف دوم نیز Min شود تا هر سه هدف هم‌راستا باشند.

$$\text{Min} - Z_2 = -x_3$$

در مرحله‌ی بعد با استفاده از اهداف و اوزان بی‌مقیاس شده، اهداف چندگانه یکی می‌شود:

$$\text{Min } Z = 0.75(0.21x_1 + 0.18x_2 + 0.16x_3 + 0.1x_4 + 0.24x_5 + 0.11x_6) + 0.15(-x_3) + 0.1(x_6)$$

$$\text{s.t. } 0.21x_1 + 0.42x_2 + 0.2x_3 + 0.25x_5 + 0.08x_6 \geq 0.17$$

$$0.1x_1 + 0.1x_3 + 0.25x_4 + 0.23x_5 + 0.05x_6 \leq 0.21$$

$$0.1x_1 + 0.05x_4 + 0.1x_6 \leq 0.08$$

$$0.25x_1 + 0.32x_2 + 0.3x_3 + 0.1x_4 + 0.41x_5 + 0.17x_6 \geq 0.31$$

$$0.25x_1 + 0.32x_2 + 0.3x_3 + 0.1x_4 + 0.41x_5 + 0.17x_6 \leq 0.60$$

$$0.34x_1 + 0.26x_2 + 0.4x_3 + 0.6x_4 + 0.11x_5 + 0.6x_6 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

با حل مدل فوق، مقادیر متغیرهای تصمیم بدست می‌آید که به صورت زیر می‌باشد:

$$x_3 = 1/719 \quad x_4 = 0/603 \quad x_6 = 0/4603 \quad x_1 = x_2 = x_5 = 0$$

$$Z_1 = 37/0686 \quad Z_2 = 1/714 \quad Z_3 = 0/4603$$

۶-۴-۳- روش اولویت مطلق

یکی دیگر از روش‌های حل مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه، اولویت مطلق می‌باشد. در این روش تصمیم‌گیرنده بایستی بتواند بین اهداف خود اولویت‌بندی نماید و بخواهد که اولویت‌بندی به صورت مطلق اعمال گردد. بدین منظور هدفی که در بین اهداف دارای بالاترین اولویت می‌باشد انتخاب می‌شود و با توجه به محدودیت‌های مسئله حل می‌گردد و جواب بدست آمده برای آن به صورت محدودیت در مسئله قرار می‌گیرد و به همین ترتیب هدف با اولویت بعدی بررسی می‌گردد تا تمام اهداف مورد بررسی قرار گیرند.

مثال ۶-۴: یک سازمان تولیدی دو نوع محصول تولید می‌نماید که به ترتیب زمان انجام کار برای هر محصول ۱۵ و ۲۳ دقیقه می‌باشد و نیروی کار مورد نیاز برای هر واحد محصول نیز به ترتیب برابر ۶ و ۴ نفر می‌باشد. به همین ترتیب سود حاصل از تولید هر محصول نیز برابر ۶۵ و ۵۸ می‌باشد و سازمان در صورتی که حداقل سود حاصل از تولید محصولات برابر ۱۵۰۵۰ واحد پولی باشد تولید را آغاز خواهد کرد. همچنین، حداکثر تقاضا برای محصول اول برابر ۲۵۰ و برای محصول دوم نیز ۱۵۰ می‌باشد. سازمان جهت تولید محصولات خود در ابتدا به دنبال کم کردن زمان انجام کار می‌باشد و سپس در اولویت دوم به دنبال کاهش نیروی کار مورد نیاز می‌باشد. با توجه به این مسئله و با استفاده از روش اولویت مطلق، مقدار هر یک از متغیرهای تصمیم و اهداف را تعیین نمایید.

حل: در ابتدا متغیرهای تصمیم تعیین می شود که برابر با میزان تولید هر یک از محصولات می باشد و به صورت x_1 و x_2 نشان داده شده است. در ادامه مسأله چندهدفه تشکیل می گردد که در زیر مشخص شده است:

$$\text{Min } f_1 = 15x_1 + 23x_2$$

$$\text{Min } f_2 = 6x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.t. } 65x_1 + 58x_2 \geq 15050$$

$$x_1 \leq 250$$

$$x_2 \leq 150$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

با توجه به این که اولویت با کاهش زمان انجام کار می باشد، بنابراین در این مسأله، ابتدا مدل برنامه ریزی خطی با هدف اول و محدودیت های مسأله حل می گردد و مقدار تابع هدف مشخص می شود:

$$\text{Min } f_1 = 15x_1 + 23x_2$$

$$\text{s.t. } 65x_1 + 58x_2 \geq 15050$$

$$x_1 \leq 250$$

$$x_2 \leq 150$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

با حل این مدل، مقادیر متغیرها و تابع هدف به صورت زیر می باشد:

$$x_1 = 231/538 \quad x_2 = 0$$

$$f_1 = 3473/077$$

در ادامه مقدار هدف اول به محدودیت تبدیل می گردد و مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف دوم

حل می گردد و جواب های مسأله محاسبه می شود:

$$\text{Min } f_2 = 6x_1 + 4x_2$$

$$\text{s.t. } 15x_1 + 23x_2 \leq 3473/077$$

$$65x_1 + 58x_2 \geq 15050$$

$$x_1 \leq 250$$

$$x_2 \leq 150$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

با حل مدل فوق، جواب های مسأله به صورت زیر محاسبه می شود:

$$x_1 = 231/54 \quad x_2 = 0$$

$$f_2 = 3473/1 \quad f_1 = 1389/231$$

۴-۴-۶- روش معیار جامع

همان‌طور که بیان شد در مسائل چندهدفه، این امکان وجود دارد که اهداف در تضاد با یکدیگر باشند و بهینگی یک هدف باعث فاصله گرفتن هدف دیگر از بهینگی شود. با توجه به این مسأله، در روش معیار جامع سعی می‌شود تا انحرافات نسبی اهداف از مقدار بهینه حداقل شود. در این روش پس از حل مسأله با هر هدف به صورت جداگانه، تابع هدف زیر تشکیل می‌شود که همواره هدف حداقل نمودن آن می‌باشد.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^k \left(\frac{f_i^* - f_i}{f_i^*} \right)^p$$

که در آن f_i^* مقدار بهینه‌ی تابع هدف i ام بدون در نظر گرفتن اهداف دیگر است. مقدار p نیز با توجه به مورد، مجموع انحرافات نسبی از مقدار بهینه را به توان می‌رساند، که می‌تواند مقادیر ۱، ۲ و را بگیرد.

نکته: در صورتی که $p=1$ باشد، مدل خطی و در غیر این صورت غیر خطی می‌باشد.

مثال ۵-۶: مسأله‌ی چندهدفه‌ی زیر را در نظر بگیرید که برای برنامه‌ریزی در جهت خدمت‌رسانی به مشتریان شرکت‌های هواپیمایی ایجاد شده است. هدف اول در راستای افزایش ایمنی پروازها می‌باشد و هدف دوم نیز در راستای افزایش سرعت خدمت‌رسانی می‌باشد. با استفاده از روش معیار جامع، مقادیر متغیرهای تصمیم و اهداف را بدست آورید.

$$\text{Max } f_1 = 1245x_1$$

$$\text{Max } f_2 = 0.68x_1 + 0.78x_2$$

$$\text{s.t. } 10x_1 + 31x_2 \leq 450$$

$$x_1 \geq 25$$

$$2x_1 + x_2 \leq 64$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

حل:

در ابتدا مسأله یکبار با هدف اول و یکبار نیز با هدف دوم حل می‌شود و مقدار بهینه‌ی هر هدف

محاسبه می‌شود که به صورت زیر می‌باشد:

$$x_1 = 32 \quad x_2 = 0 \rightarrow f_1^* = 39840$$

$$x_1 = 29/5 \quad x_2 = 0 \rightarrow f_2^* = 23/96$$

در ادامه تابع انحرافات نسبی از اهداف با در نظر گرفتن $p=1$ نوشته می‌شود که به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } Z = \left(\frac{39840 - 1245x_1}{39840} \right) + \left(\frac{23/96 - 0/68x_1 - 0/78x_2}{23/96} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & 10x_1 + 31x_2 \leq 450 \\ & x_1 \geq 25 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 64 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

با حل این مدل، مقادیر متغیرهای تصمیم بدست می‌آید و با استفاده از آن، مقدار هر یک از اهداف محاسبه می‌شود که به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} x_1 &= 29/5, & x_2 &= 5 \\ f_1 &= 36727/5, & f_2 &= 23/96 \end{aligned}$$

نکته: در روش معیار جامع می‌توان برای هر یک از اهداف مسأله یک وزن نیز در نظر گرفت. در این صورت تابع هدف تشکیل شده به صورت زیر است:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^k \gamma_i \left(\frac{f_i^* - f_i}{f_i^*} \right)^p$$

در رابطه‌ی فوق مجموع ضرایب وزن اهداف برابر یک می‌باشد.

۶-۴-۵- روش STEM

یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندهدفه، روش STEM یا گام می‌باشد که با تشکیل یک تابع هدف جدید به حل مسأله‌ی تصمیم‌گیری چندهدفه می‌پردازد. جهت حل مسائل چندهدفه با استفاده از این روش، مراحل زیر انجام می‌گیرد:

$$\text{Max } c_1x$$

$$\text{Max } c_2x$$

.

.

$$\text{Max } c_kx$$

$$\text{s.t.} \quad S^m \begin{cases} Ax \leq b \\ x_j \geq 0 \end{cases}$$

قدم اول: هر یک از اهداف مسأله به صورت جداگانه حل می‌گردد و مقدار بهینه‌ی هر کدام محاسبه می‌شود:

$$\text{Max } f_j = c_j x \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{S.t. } S^m$$

در این صورت x_j^* مقدار بهینه‌ی x_j هدف زام است که تابع هدف f_j^* را ایجاد می‌کند.

قدم دوم: در این مرحله با استفاده از مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم در هر یک از اهداف، ماتریس بهره‌وری (عایدی) تشکیل می‌شود که در جدول ۳-۶ نشان داده شده است. در این ماتریس اعداد قطر اصلی، مقدار بهینه‌ی تابع هدف زام را نشان می‌دهد و مقدار درایه Z_{jj} برابر مقدار تابع هدف $f_j(x)$ ، با جواب بهینه‌ی تابع هدف $f_j(x)$ می‌باشد.

جدول ۳-۶: ماتریس بهره‌وری (عایدی)

	f_1	...	f_j	...	f_k
f_1	f_1^*	...	Z_{1j}	...	Z_{1k}
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots		\vdots
f_j	Z_{j1}	...	f_j^*	...	Z_{jk}
\vdots	\vdots		\vdots	\ddots	\vdots
f_k	Z_{k1}	...	Z_{kj}	...	f_k^*

قدم سوم: در این مرحله مسأله‌ی Min زیر حل می‌شود تا نزدیکترین فاصله‌ی ممکن از f_j^* تعیین گردد.

$$\text{Min } \gamma$$

$$\text{S.t. } (f_j^* - f_j(x)) \cdot \beta_j \leq \gamma \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$S^m$$

$$\gamma \geq 0$$

در مدل برنامه‌ریزی خطی بالا مقدار β_j از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\beta_j = \frac{\alpha_j}{\sum_{j=1}^k \alpha_j}$$

$$\alpha_j = \frac{f_j^* - f_j^{\min}}{f_j^*} \left[\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n C_{ij}^2}} \right] \quad \text{if } f_j^* > 0$$

در رابطه‌ی بالا f_j^{\min} کمترین مقدار عدد سطر j ام ماتریس بهره‌وری می‌باشد و C_{ij} ضرایب سود تابع هدف زام است.

$$\alpha_j = \frac{f_j^{\min} - f_j^*}{f_j^{\min}} \left[\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n C_{ij}^2}} \right] \quad \text{if } f_j^* \leq 0$$

قدم چهارم: حال اگر تصمیم گیرنده در نظر داشته باشد که برای بهبود تعدادی از اهداف، به تعدیل تعدادی دیگر از اهداف پردازد (Δf_j از هدف زام کسر گردد)، آنگاه مدل زیر را می‌توان حل نمود.

$Min \gamma$

$S.t. S^m$

اهداف راضی $f_j(x) \geq f_j(x^m) - \Delta f_j$

اهداف ناراضی $f_l(x) \geq f_l(x^m) \quad j \neq l \quad l = 1, 2, \dots, k$

$(f_l^* - f_l(x)) \cdot \beta_j \leq \gamma \quad j \neq l \quad l = 1, 2, \dots, k$

$\gamma \geq 0$

مثال ۶-۶: مسأله چند هدفه زیر و جواب‌های بهینه هر هدف را در نظر بگیرید.

$$\max f_1 = x_1 - 3x_2$$

$$f_1^* = 4, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 0$$

$$\max f_2 = -x_1 + 2x_2$$

$$f_2^* = 10, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 5$$

$$\max f_3 = 2x_1 + 3x_2$$

$$f_3^* = 16, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 4$$

$S.t$

$$x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

با استفاده از روش $STEM$ مسأله را تشکیل دهید.

	f_1	f_2	f_3
f_1	4	-15	-10
f_2	-4	10	6
f_3	8	15	16

$$\alpha_1 = \frac{4+15}{4} \left[\frac{1}{\sqrt{1+9}} \right] = 1,502$$

$$\alpha_2 = \frac{10+4}{10} \left[\frac{1}{\sqrt{1+4}} \right] = 0,626$$

$$\alpha_3 = \frac{16-8}{16} \left[\frac{1}{\sqrt{4+9}} \right] = 0,139$$

$$\sum \alpha_i = 1,502 + 0,626 + 0,139 = 2,267$$

$$\beta_1 = 0,662$$

$$\beta_2 = 0,276$$

$$\beta_3 = 0,062$$

min γ

S.t

$$\gamma \geq (4 - x_1 + 3x_2) \times 0,662$$

$$\gamma \geq (10 + x_1 - 2x_2) \times 0,276$$

$$\gamma \geq (16 - 2x_1 - 3x_2) \times 0,062$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

پس از حل مدل فوق، جواب‌های مسأله به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0,44$$

۶-۴-۶- برنامه‌ریزی آرمانی

در سازمان‌های مختلف معمولاً اهداف و آرمان‌های مختلفی وجود دارد و مدیران سازمان‌ها برای برنامه‌ریزی‌های خود به دنبال دستیابی به آرمان‌های سازمان می‌باشند. آرمان‌ها در هر سازمان با توجه به نوع سازمان و فعالیت آن متفاوت می‌باشد و هر سازمان دارای آرمان‌های متفاوتی می‌باشد و در بسیاری از مواقع این آرمان‌ها در خلاف جهت هم می‌باشند و به همین دلیل مدیران در برنامه‌ریزی‌های خود به دنبال دستیابی به جواب بهینه برای این آرمان‌ها نیستند و معمولاً به دنبال یک جواب رضایت‌بخش می‌باشند.

در روش‌های قبلی که برای حل مسائل چندهدفه بیان شد، مسأله با روش‌های برنامه‌ریزی خطی حل می‌شد و در این مسائل معمولاً محدودیت‌ها قطعی می‌باشند و امکان انحراف از آن‌ها وجود ندارد در حالی که در دنیای واقعی در خیلی از مسائل، مدیران می‌توانند از محدودیت‌ها تخلف پیدا کنند و یا با

کاهش یکی از محدودیت‌ها، دیگری را افزایش دهند. با توجه به این مسأله، روش برنامه‌ریزی آرمانی امکان تغییر در محدودیت‌ها را نیز بوجود می‌آورد و می‌توان بر خلاف روش‌های برنامه‌ریزی خطی که تنها با یک هدف مسأله را حل می‌کند به حل مسائل با چندین هدف نیز پرداخت و با برنامه‌ریزی آرمانی، به دنبال دستیابی به جواب رضایت‌بخشی برای اهداف متعدد بود.

برنامه‌ریزی آرمانی می‌تواند بر مبنای آرمان‌های موجود در هر سازمان، به برنامه‌ریزی بپردازد و جواب رضایت‌بخشی را برای آرمان‌های مختلف بدست آورد و این امکان نیز وجود دارد که بتوان در میزان آرمان‌ها، انحرافات نیز ایجاد کرد. از طرف دیگر، اگر تصمیم‌گیرنده در بین اهداف ترجیحاتی نیز داشته باشد با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی می‌توان آن‌ها را در تصمیم اعمال کرد. به عنوان مثال، در صورتی که یک شرکت تولیدی، به دنبال کاهش ۱۵ درصدی هزینه‌ها باشد و از طرف دیگر بخواهد میزان تولید خود را نیز ۱۰ درصد افزایش دهد، ممکن است، دستیابی به هر دو آرمان شرکت امکان‌پذیر نباشد، از این‌رو می‌توان تمام یا بخشی از یکی از اهداف را در نظر گرفت و یا این‌که برای اهداف ترجیحاتی را قائل شد.

۶-۴-۶-۱- مفاهیم برنامه‌ریزی آرمانی

در تمام مسائل برنامه‌ریزی آرمانی، معمولاً یک سری از مفاهیم کلی وجود دارد که در زیر به آن‌ها اشاره می‌شود:

(۱) آرمان‌ها

آرمان‌ها یا اهداف، مقاصدی را گویند که سازمان و تصمیم‌گیرنده به دنبال دستیابی به آن‌ها می‌باشد. به عنوان مثال، دستیابی به کاهش قیمت تمام شده محصول به میزان ۷۰ واحد پولی و یا دستیابی به افزایش تولید محصول به میزان ۱۰۰۰ واحد، یک آرمان برای سازمان می‌باشد.

(۲) انحراف‌ها

انحراف‌ها مقادیری می‌باشند که آرمان‌ها از مقادیر مورد نظر خود منحرف می‌شوند. در صورتی که انحرافات به سمتی باشد که بیشتر از مقدار آرمان محقق شده باشد در این صورت انحراف بیشتر (d^+) محقق گفته می‌شود و در صورتی که انحرافات به سمتی باشد که کمتر از مقدار آرمان باشد، انحراف کمتر (d^-) محقق گفته می‌شود.

۳) اولویت و وزن آرمان‌ها

سازمان‌ها دارای آرمان‌های مختلفی می‌باشند که این آرمان‌ها دارای اولویت‌های مختلفی می‌باشند و برخی از آن‌ها، تاثیر بیشتری بر اهداف کلان تصمیم‌گیرنده و سازمان دارند. به عنوان مثال، در یک شرکت تولیدی، یکی از آرمان‌ها دستیابی به ایجاد اشتغال برای ۶۰ نفر می‌باشد و دیگر آرمان نیز دستیابی به افزایش سودی برابر ۱۰ درصد می‌باشد. معمولاً در بسیاری از سازمان‌های دولتی، ایجاد اشتغال دارای اهمیت بیشتری می‌باشند در حالی که در سازمان‌های خصوصی، ایجاد سود اهمیت بیشتری دارد. جهت اولویت‌بندی آرمان‌ها می‌توان از روش ترتیبی استفاده کرد و اولویت‌ها را تعیین کرد و یا این که می‌توان از روش رتبه‌بندی اصلی استفاده نمود و به هر یک از آرمان‌ها وزنی را داد. همچنین می‌توان از ترکیبی از دو روش نیز استفاده نمود.

مثال ۶-۷: سازمانی را در نظر بگیرید که سه آرمان زیر را داشته باشد:

- دستیابی به تولید ۱۰۰۰ واحد در روز مورد نظر است.
- حداکثر اضافه‌کاری در ماه ۱۲۰۰ ساعت باشد.
- سود به میزان حداقل ۸ درصد افزایش یابد.

در مثال فوق در صورتی که سازمان به تولید ۱۱۰۰ واحد دست یافته باشد انحراف بیشتر محقق رخ داده است و در صورتی که اضافه‌کاری ماهانه ۱۲۵۰ ساعت باشد انحراف بیشتر محقق اتفاق افتاده است. به طور کلی، انحرافات دارای دو دسته مطلوب و نامطلوب می‌باشند. انحرافات نامطلوب را مطلوب گویند که در راستای بهبود آرمان تصمیم‌گیرنده می‌باشد و انحرافی را نامطلوب گویند که در راستای تضعیف آرمان می‌باشد. به عنوان مثال در آرمان سود، d^+ یک انحراف مطلوب و d^- یک انحراف نامطلوب است.

مثال ۶-۸: آرمان‌های مثال ۶-۷ را در نظر بگیرید. در صورتی که سازمان به تولید ۱۰۲۵ واحد دست پیدا کند و میزان اضافه‌کاری سازمان نیز ۱۱۵۰ ساعت باشد و سود نیز به میزان ۵٫۵ درصد افزایش پیدا کند میزان انحرافات عبارتند از:

$$d_1^+ = 1025 - 1000 = 25$$

$$d_2^+ = 1200 - 1150 = 50$$

$$d_3^- = 8 - 5.5 = 2.5$$

بر مبنای آرمان‌های تعریف شده، انحراف اول انحراف‌های بیشتر محقق مطلوب می‌باشد و انحراف دوم نیز کمتر محقق مطلوب می‌باشد و در نهایت انحراف سوم، یک انحراف کمتر محقق نامطلوب است.

۶-۴-۲- ساختار برنامه ریزی آرمانی

به طور کلی هر مدل برنامه ریزی آرمانی دارای ۴ جزء اصلی "متغیرهای تصمیم"، "محدودیت های سیستمی"، "محدودیت های آرمانی" و "تابع هدف" می باشد که در زیر به آن ها اشاره می شود:

(۱) متغیرهای تصمیم

متغیرهای تصمیم در مدل برنامه ریزی آرمانی همانند متغیرهای تصمیم مدل برنامه ریزی خطی می باشند و شامل متغیرهایی می باشند که تصمیم گیرنده درصدد تعیین آن ها می باشد. به عنوان مثال در برنامه ریزی برای تولید یک کارگاه تولیدی، مقدار تولید هر محصول متغیرهای تصمیم مسأله می باشد.

(۲) محدودیت های سیستمی^۱

محدودیت های سیستمی همان محدودیت های مدل برنامه ریزی خطی می باشند و امکان تخطی از آن ها وجود ندارد و پس از حل مدل، مقادیر متغیرهای تصمیم در محدودیت های سیستمی صدق می کنند. برای مثال در صورتی که در تولید یک محصول امکان هزینه ی بیشتر از مبلغ خاصی برای سازمان وجود نداشته باشد، محدودیت هزینه یک محدودیت سیستمی می باشد.

(۳) محدودیت های آرمانی^۲

محدودیت آرمانی سطح موردنظر تصمیم گیرنده برای هر یک از آرمان ها را تعیین می نماید.

مثال ۶-۹: یک شرکت تولیدی، سه نوع کالای A ، B و C را تولید می نماید که میزان هزینه ی تولید هر یک از آن ها به ترتیب برابر ۲۰، ۲۶ و ۳۲ می باشد. در صورتی که شرکت حداکثر بتواند ۱۰۰۰ واحد پولی هزینه ی تولید نماید، محدودیت سیستمی و آرمانی مربوط به هزینه ی تولید را بنویسید:

حل: محدودیت سیستمی هزینه ی تولید به صورت زیر می باشد:

$$20x_A + 26x_B + 32x_C \leq 1000$$

در صورتی که امکان تخطی از این محدودیت نیز وجود داشته باشد می توان محدودیت آرمانی را به صورت زیر نوشت:

$$20x_A + 26x_B + 32x_C - d_1^+ + d_1^- = 1000$$

در محدودیت آرمانی هزینه ی تولید، d_1^- مقدار کم تر محقق و d_1^+ مقدار بیشتر محقق می باشد.

1- System Constraints

2- Goal Constraints

به طور کلی، آرمان‌ها به یکی از اشکال زیر مطرح می‌شوند:

جدول ۶-۴: آرمان‌های مثال ۶-۹

محدودیت سیستمی	محدودیت آرمانی	انحرافات نامطلوب
$Z_i(x_j) \leq b_i$	$Z_i(x_j) - d_i^+ + d_i^- = b_i$	d_i^+
$Z_i(x_j) \geq b_i$	$Z_i(x_j) - d_i^+ + d_i^- = b_i$	d_i^-
$Z_i(x_j) = b_i$	$Z_i(x_j) - d_i^+ + d_i^- = b_i$	d_i^+, d_i^-

۴) تابع هدف ۱

در مدل برنامه‌ریزی آرمانی، هدف حداقل کردن مجموع وزنی انحرافات نامطلوب می‌باشد. ساختار تابع هدف بستگی به وزن‌دهی به آرمان‌ها دارد. وزن‌دهی به آرمان‌ها به صورت‌های زیر انجام می‌گیرد:

- **مسئله‌ای با یک آرمان:** در این حالت تابع هدف تنها دارای یک آرمان می‌باشد و تابع هدف به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } Z = d_i^+$$

در این تابع، d_i^+ انحراف نامطلوب می‌باشد و اگر در آرمان مورد نظر، d_i^- انحراف نامطلوب باشد، تابع هدف به صورت $Z = d_i^-$ می‌شود و اگر هم d_i^+ و d_i^- هر دو انحراف نامطلوب باشند، تابع هدف به صورت $Z = d_i^+ + d_i^-$ می‌باشد.

- **مسئله دارای چندین آرمان با اولویت یکسان:** در این حالت، متغیرهای انحرافی دارای اولویت یکسان می‌باشند و در تابع هدف، صرفاً با یکدیگر جمع می‌شوند.
- **مسئله با چندین آرمان و رتبه‌بندی ترتیبی:** در این حالت تابع هدف به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Min } Z = p_1 d_1^+ + p_2 d_2^- + p_3 d_3^- + \dots$$

در این تابع، p_i نشان‌دهنده‌ی اولویت i ام می‌باشد. به عنوان مثال p_1 مهم‌ترین اولویت را نشان می‌دهد و بدین منظور است که اولویت اول در این مسئله، حداقل کردن d_1^+ می‌باشد و اولویت دوم با p_2 می‌باشد و به معنای حداقل کردن d_2^- می‌باشد.

در صورتی که آرمان مورد نظر دو انحراف نامطلوب داشته باشد، در این صورت به دو حالت می‌توان برنامه‌ریزی را انجام داد:

در حالت اول می‌توان بین انحرافات نامطلوب یک آرمان هم اولویت تعیین کرد $(p_1 d_1^+ + p_2 d_1^-)$. در این حالت ابتدا d_1^+ حداقل می‌شود و سپس d_1^- حداقل خواهد شد. در حالت دوم، می‌توان بین انحرافات نامطلوب یک آرمان اولویت یکسان تعریف نمود که به صورت $p_1(d_1^- + d_1^+)$ می‌باشد و باید مجموع هر دو انحراف حداقل گردد.

• **مسئله با چندین آرمان و رتبه‌بندی با استفاده از مقیاس اصلی:** در این حالت، وزن هر یک از متغیرهای انحرافی مشخص می‌شود. برای مثال:

$$\min Z = 2d_1^+ + 7d_2^- + 5d_3^-$$

در این حالت بایستی بتوان بین متغیرهای انحرافی وزن تعیین کرد و بدین منظور بایستی همه‌ی آرمان‌ها، مقیاس یکسانی داشته باشند.

• **مسئله با چندین آرمان و رتبه‌بندی ترتیبی و اصلی:** در این حالت ترکیبی از رتبه‌بندی ترتیبی و اصلی برای اولویت‌بندی متغیرهای انحرافی استفاده می‌شود. برای مثال:

$$\min Z = p_1 d_1^+ + 5 p_2 d_2^- + 2 p_3 d_3^+ + p_4 d_4^-$$

در این مدل، سه آرمان وجود دارد که آرمان دوم دارای دو انحراف نامطلوب می‌باشد.

۶-۴-۳-۶ مدل کلی مسئله آرمانی

مدل کلی برنامه‌ریزی آرمانی به صورت زیر است:

$$\min Z = \sum_{k=1}^q \sum_{i=1}^m p_k (d_i^- + d_i^+)$$

$$s.t: \sum_{j=1}^n C_{ij} x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n a_{rj} x_j \leq b_r \quad r = 1, 2, \dots, s$$

$$x_j, d_i^+, d_i^- \geq 0$$

در رابطه‌ی بالا، m تعداد آرمان‌ها، s تعداد محدودیت سیستمی و P_k نیز نشان دهنده‌ی اولویت هدف می‌باشد.

مثال ۶-۱۰: یک کارخانه‌ی تولید قطعات فلزی، دو نوع قطعه A و B تولید می‌کند. تولید این دو محصول در دو کارگاه انجام می‌گیرد. محصول A نیازمند ۴ ساعت فعالیت در کارگاه اول و $1/5$ ساعت فعالیت در کارگاه دوم می‌باشد و هزینه‌ی ساخت هر واحد محصول A برابر ۱۲۵ واحد پولی می‌باشد. محصول B نیز نیازمند $2/5$ ساعت فعالیت در کارگاه اول و ۳ ساعت فعالیت در کارگاه دوم می‌باشد و هزینه‌ی ساخت هر واحد محصول B برابر ۱۶۲ واحد می‌باشد. ظرفیت کارگاه اول و دوم در هر روز به ترتیب برابر ۶۳۰ و ۴۷۰ می‌باشد و طبق برآورد واحد بازاریابی، تقاضا برای محصول A ، ۱۰۵ واحد و برای محصول B ، ۱۳۵ واحد می‌باشد. همچنین شرکت قصد دارد، حداکثر به میزان ۵۲۰۰ واحد پولی هزینه کند. خلاصه‌ی اطلاعات مسأله به صورت جدول ۶-۵ می‌باشد:

جدول ۶-۵: خلاصه اطلاعات مثال ۶-۱۰

حداکثر ظرفیت	محصول B	محصول A	
۶۳۰	$2/5$	۴	کارگاه اول
۴۷۰	۳	$1/5$	کارگاه دوم
۵۲۰۰	۱۶۲	۱۲۵	هزینه ساخت
	۱۳۵	۱۰۵	برآورد تقاضا

با توجه به اطلاعات فوق، مدیریت کارخانه، آرمان‌های زیر را برای کارخانه‌ی خود در نظر گرفته است:

P_1 : میزان هزینه‌ی تولید به مقدار ۵۲۰۰ واحد پول در روز محدود بوده و بیشتر نباشد.

P_2 : میزان تولید محصول A به مقدار ۱۰۵ واحد در روز محدود بوده و بیشتر نباشد.

P_3 : از تمام ظرفیت کارگاه دوم استفاده شود.

از هر یک از محصولات به چه میزان بایستی تولید گردد تا آرمان‌های فوق برآورده شود.

حل: در ابتدا بایستی متغیرهای تصمیم تعریف شود:

x_A تعداد تولید محصول A

x_B تعداد تولید محصول B

- d_1^- میزان هزینه تولیدی که کمتر از ۵۲۰۰ واحد پول در روز باشد
 d_1^+ میزان هزینه تولیدی که بیشتر از ۵۲۰۰ واحد پول در روز باشد
 d_2^- میزان تولید محصول A که کمتر از ۱۰۵ واحد در روز باشد
 d_2^+ میزان تولید محصول A که بیشتر از ۱۰۵ واحد در روز باشد
 d_3^- میزان استفاده از ظرفیت کارگاه دوم کمتر از تمام ظرفیت آن باشد
 d_3^+ میزان استفاده از ظرفیت کارگاه دوم بیشتر از تمام ظرفیت آن باشد
 در ادامه مدل برنامه‌ریزی آرمانی به صورت زیر ایجاد می‌شود:

$$\text{Min } Z = P_1 d_1^- + P_2 d_2^- + P_3 (d_3^- + d_3^+)$$

$$\text{S.t: } 125x_A + 162x_B + d_1^- - d_1^+ = 5200$$

$$x_A + d_2^- - d_2^+ = 105$$

$$x_B \leq 135$$

$$4x_A + 2/5 x_B \leq 630$$

$$1/5 x_A + 3x_B + d_3^- - d_3^+ = 470$$

$$x_A, x_B, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0$$

مثال ۶-۱۱: شرکت بهساز دو کالای الف و ب را تولید می‌کند. قیمت فروش هر واحد الف ۳۰ هزار تومان و هزینه تولید آن ۲۰ هزار تومان است. این موارد برای کالای ب به ترتیب ۵۰ و ۳۵ هزار تومان است. سود مهم‌ترین آرمان شرکت بوده و کسب سودی به میزان ۱۰۰ میلیون تومان برای امسال مورد توجه است. دومین آرمان مهم شرکت آن است که هزینه تولید آن از ۸۰ میلیون تومان تجاوز نکند. کالاها توسط ماشینی تولید می‌شوند که ظرفیت سالانه این ماشین ۴۰۰۰۰ ساعت در سال است. هر واحد محصول الف نیاز به ۲۰ دقیقه و هر واحد محصول ب نیاز به ۲۴ دقیقه از این ماشین دارد. ظرفیت ماشین قابل افزایش است، ولی شرکت ترجیح می‌دهد که چنین کاری را نکند. عدم افزایش ظرفیت به عنوان سومین آرمان مطرح می‌باشد. چهارمین آرمان این است که به ازای هر واحد از محصول ب شرکت ترجیح می‌دهد حداقل ۰٫۷ واحد از کالای الف تولید شود. بیشترین فروش ممکن از کالای الف برابر ۵۰۰۰۰ واحد و از کالای ب ۶۰۰۰۰ واحد است. از این حدود به هیچ عنوان نمی‌توان تخطی کرد. با توجه به این شرایط، مسأله را به صورت یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی مدل‌سازی کنید.

$X_1 =$ میزان تولید کالای الف

$X_2 =$ میزان تولید کالای ب

$d_1^-, d_1^+ =$ میزان انحراف از سود

$d_2^-, d_2^+ =$ میزان انحراف از هزینه

$d_3^-, d_3^+ =$ میزان انحراف از ظرفیت ماشین

$d_4^-, d_4^+ =$ میزان انحراف از نسبت تولید کالای الف و ب

سود

$$30 - 20 = 10$$

$$50 - 35 = 15$$

$$\text{Min } Z = p_1 d_1^- + p_2 d_2^+ + p_3 d_3^+ + p_4 d_4^-$$

$$\text{S.t: } 10x_1 + 15x_2 + d_1^- - d_1^+ = 100000$$

$$20x_1 + 35x_2 - d_2^+ + d_2^- = 80000$$

$$20x_1 + 24x_2 - d_3^+ + d_3^- = 240000$$

$$x_1 - 0.7x_2 - d_4^+ + d_4^- = 0$$

$$x_1 \leq 50000$$

$$x_2 \leq 60000$$

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^-, d_3^+, d_3^-, d_4^+, d_4^- \geq 0$$

۶-۴-۶-۴- حل مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی

برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، روش‌های متعددی وجود دارد که در این قسمت به مراحل روش سیمپلکس چندهدفه پرداخته می‌شود. مراحل روش سیمپلکس چندهدفه به صورت زیر است:

قدم اول: در ابتدا بایستی مدل برنامه‌ریزی چندهدفه به جهت حل به روش سیمپلکس آماده شود و بدین منظور بایستی نامعادلات محدودیت‌ها با استفاده از متغیرهای کمکی به معادله تبدیل شود و مسائل حداقل‌سازی (Min) تبدیل به مسائل حداکثرسازی (Max) شود.

قدم دوم: در ادامه بایستی جدول سیمپلکس آماده شود. این جدول به تعداد آرمان‌ها، سطر هدف یا Z دارد و به تعداد محدودیت‌ها نیز متغیر پایه دارد.

قدم سوم: همیشه در حل مسائل با استفاده از سیمپلکس، جدول ابتدایی بایستی یکه شود. بدین معنی که ستون متغیرهای پایه‌ای در برخورد با سطر خود در جدول، عدد یک داشته باشند و در بقیه سطرها، عدد صفر را داشته باشند.

قدم چهارم: انتخاب متغیر ورودی: در این مرحله بایستی در هدف با اولویت بالاتر، متغیری انتخاب گردد که عدد منفی‌تری در سطر Z داشته باشد. در قدم‌های بعدی، برای تعیین متغیر ورودی، منفی‌ترین عدد در سطر $Z_۲$ ، $Z_۳$ و به شرطی انتخاب می‌گردد که در هدف‌ها و آرمان‌های بالاتر، ضریب متغیر مورد نظر صفر باشد.

قدم پنجم: انتخاب متغیر خروجی: مشابه سیمپلکس عادی متغیر خروجی تعیین می‌شود و بدین منظور، نسبت عدد سمت راست را بر ستون لولا محاسبه کرده و در هر متغیری که این نسبت کمتر بود انتخاب می‌شود.

$$\text{Min} \left\{ \frac{b_i}{\text{ستون لولا } a_{ij}} \right\}$$

قدم ششم: در انتها پاشنه‌گردی انجام می‌گیرد. بدین معنی که بایستی عدد لولا یک و سایر اعداد ستون لولا صفر گردد. بدین منظور از قاعده گوس جردن استفاده می‌گردد.

مثال ۶-۱۲: مسأله برنامه‌ریزی آرمانی زیر را با روش سیمپلکس حل کنید.

$$\text{Min } Z' = P_۱d_۱^- + P_۲d_۲^-$$

$$S.t. \quad ۶x_۱ + ۲x_۲ - d_۱^+ + d_۱^- = ۱۸$$

$$x_۱ + x_۲ - d_۲^+ + d_۲^- = ۶$$

$$x_۲ \leq ۵$$

$$x_۱, x_۲, d_۱^+, d_۱^-, d_۲^+, d_۲^- \geq ۰$$

حل: در ابتدا بایستی نامعادلات محدودیت‌ها با استفاده از متغیرهای کمکی به معادله تبدیل شود و مسأله‌ی حداقل‌سازی (min) تبدیل به مسأله‌ی حداکثرسازی (max) شود.

$$Max Z = -P_1 d_1^- - P_2 d_2^-$$

$$S.t. \ 6x_1 + 2x_2 - d_1^+ + d_1^- = 18$$

$$x_1 + x_2 - d_2^+ + d_2^- = 6$$

$$x_2 + S_1 = 5$$

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0$$

برای حل مدل فوق، در ابتدا بایستی جدول سیمپلکس آماده شود. این جدول به تعداد آرمان‌ها سطر هدف یا Z دارد و به تعداد محدودیت‌ها نیز متغیر پایه دارد. جدول سیمپلکس مطابق جدول ۶-۶ می‌باشد:

جدول ۶-۶: جدول ابتدایی سیمپلکس مدل برنامه‌ریزی آرمانی مثال ۱۱-۶

	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	S_1	RHS
Z_1	۰	۰	P_1	۰	۰	۰	۰	۰
Z_2	۰	۰	۰	۰	P_2	۰	۰	۰
d_1^-	۶	۲	۱	-۱	۰	۰	۰	۱۸
d_2^-	۱	۱	۰	۰	۱	-۱	۰	۶
S_1	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۵

در این مرحله، جدول ابتدایی یک‌ه می‌شود و پاشنه‌گردی انجام می‌گیرد که در جدول ۶-۷ نشان داده شده است و در ادامه با حل جداول سیمپلکس جواب نهایی مطابق جدول ۶-۸ و ۶-۹ بدست می‌آید:

جدول ۶-۷: جدول یک‌ه شده و نهایی سیمپلکس مثال ۱۱-۶

	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	S_1	RHS
Z_1	$-6P_1$	$-2P_1$	۰	P_1	۰	۰	۰	$-18P_1$
Z_2	$-P_2$	$-P_2$	۰	۰	۰	P_2	۰	$-6P_2$
d_1^-	۶	۲	۱	-۱	۰	۰	۰	۱۸
d_2^-	۱	۱	۰	۰	۱	-۱	۰	۶
S_1	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۵

جدول ۶-۸: جدول دوم سیمپلکس مثال ۶-۱۱

	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	S_1	RHS
Z_1	۰	۰	P_1	۰	۰	۰	۰	۰
Z_2	۰	$-\frac{2}{3}P_2$	$\frac{1}{6}P_2$	$-\frac{1}{6}P_2$	۰	P_2	۰	$-3P_2$
x_1	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	۰	۰	۰	۳
d_2^-	۰	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	۱	-۱	۰	۳
S_1	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۱	۵

جدول ۶-۹: جدول نهایی سیمپلکس مثال ۶-۱۱

	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	S_1	RHS
Z_1	۰	۰	P_1	۰	۰	۰	۰	۰
Z_2	۰	۰	۰	۰	P_2	۰	۰	۰
x_1	۱	۰	$\frac{1}{12}$	$-\frac{3}{12}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰	$\frac{3}{2}$
x_2	۰	۱	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	۰	$\frac{9}{2}$
S_1	۰	۰	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	۱	$\frac{1}{2}$

بعد از حل مدل جواب بهینه به صورت زیر خواهد بود:

$$x_1 = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$x_2 = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$S_1 = \frac{1}{2}$$

سایر متغیرها نیز دارای مقدار صفر هستند.

تمرینات پایان فصل

۱- مسأله چند هدفه زیر و جواب‌های بهینه هر هدف را در نظر بگیرید:

$$\text{Min } f_1 = 500x_1 + 200x_2 \qquad f_1^* = 600, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 3$$

$$\text{Max } f_2 = 10x_1 + 5x_2 \qquad f_2^* = 110, \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 14$$

S.t.

$$-x_1 + x_2 \leq 10$$

$$2x_1 \leq 8$$

$$x_2 \geq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الف) اگر وزن هدف دوم دو برابر هدف اول باشد، با روش وزن دهی به اهداف، مسأله جدید را تشکیل دهید.

ب) با استفاده از روش معیار جامع و با توجه به $p = 1$ ، مسأله را تشکیل دهید.

ج) با روش STEM مسأله را تشکیل دهید.

۲- مسأله برنامه‌ریزی آرمانی زیر را حل کنید و جواب‌های به دست آمده را تحلیل کنید.

$$\text{Min } Z = P_1 d_1^+ + P_2 d_2^+$$

$$\text{S.t. } x_1 - 3x_2 - d_1^+ + d_1^- = 3$$

$$x_1 - 2x_2 - d_2^+ + d_2^- = 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2, d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0$$

پیوست ۱

پرسشنامه تعهد سازمانی

پاسخ‌دهنده گرامی

با عرض سلام و احترام

پرسشنامه حاضر به منظور ارزیابی سطح تعهد سازمانی کارکنان در سازمان تنظیم گردیده است. بدون شک بذل توجه و همکاری جنابعالی در اظهار نظر و تکمیل پرسشنامه کمک بسیار مهمی به محقق خواهد کرد. خواهشمند است پرسشنامه را به دقت مطالعه نموده و با توجه به شغل کنونی که در آن مشغول هستید، میزان موافقت خود را با هر یک از موارد زیر مشخص فرمایید.

سؤالات جمعیت شناختی									
سن: ۲۰-۲۹ سال	<input type="checkbox"/>	۳۰-۳۹ سال	<input type="checkbox"/>	۴۰-۴۹ سال	<input type="checkbox"/>	بیشتر از ۵۰ سال	<input type="checkbox"/>		
سنوات خدمت: ۱-۵ سال	<input type="checkbox"/>	۶-۱۰ سال	<input type="checkbox"/>	۱۱-۱۵ سال	<input type="checkbox"/>	۱۶-۲۰ سال	<input type="checkbox"/>	بالاتر از ۲۰ سال	<input type="checkbox"/>
جنسیت: مرد	<input type="checkbox"/>	زن	<input type="checkbox"/>	موقعیت سازمانی: آیا مدیر بخش هستید؟	بله	<input type="checkbox"/>	خیر	<input type="checkbox"/>	
تحصیلات: دیپلم	<input type="checkbox"/>	فوق دیپلم	<input type="checkbox"/>	لیسانس	<input type="checkbox"/>	فوق لیسانس و بالاتر	<input type="checkbox"/>		

شماره	سؤالات	بسیار مخالفم	مخالفم	نظری ندارم	موافقم	بسیار موافقم
۱	خیلی خوشحال می‌شوم که باقیمانده زندگی شغلی خود را در این سازمان سپری کنم					
۲	از این که درباره سازمان محل کارم با افراد خارج از آن صحبت کنم، لذت می‌برم.					
۳	واقعاً احساس می‌کنم که مشکلات این سازمان مشکلات خودم هستند.					
۴	فکر می‌کنم به سادگی می‌توانم به همان اندازه‌ای که به این سازمان علاقه دارم، به سازمان دیگری نیز دلبستگی پیدا کنم.					
۵	در سازمان محل کارم خود را عضوی از "خانواده" احساس نمی‌کنم.					
۶	از لحاظ عاطفی علاقه چندانی به این سازمان ندارم.					
۷	این سازمان برای من معنا و مفهوم شخصی بسیار زیادی دارد.					
۸	احساس تعلق زیادی نسبت به سازمان محل کار خود ندارم.					
۹	از عواقب ترک کردن کار فعلی خود، بدون دسترسی داشتن به کار دیگر، ترسی به دل راه نمی‌دهم.					
۱۰	در حال حاضر ترک کردن محل کار برایم دشوار است. هرچند ممکن است به این کار تمایل داشته باشم.					
۱۱	اگر هم اکنون تصمیم به ترک سازمان محل کارم بگیرم زندگیم به شدت از هم گسیخته می‌شود.					
۱۲	در حال حاضر ترک کردن سازمان محل کارم، هزینه سنگینی برایم در بر ندارد.					
۱۳	در حال حاضر، باقی ماندن در سازمان محل کارم به همان اندازه که ناشی از ضرورت است، ناشی از تمایل شخصی خودم نیز می‌باشد.					
۱۴	احساس می‌کنم احتمال پیدا کردن کار دیگر کمتر از آن است که فکر ترک کردن این سازمان را در سر پیروانم.					
۱۵	یکی از عواقب جدی ترک کردن این سازمان عدم دسترسی به فرصت‌های شغلی دیگر است.					

شماره	سؤالات	بسیار مخالفم	مخالفم	نظری ندارم	موافقم	بسیار موافقم
۱۶	یکی از دلایل اساسی ادامه کارم با این سازمان، این است که ترک کردن آن؛ مستلزم از خود گذشتگی قابل ملاحظه‌ای است. چه ممکن است سازمان دیگر همه منافی را که در این جا دارم؛ برایم تأمین نکند.					
۱۷	فکر می‌کنم امروزه مردم بیش از حد، شرکت یا محل کار خود را تغییر می‌دهند					
۱۸	اعتقاد ندارم که شخص باید همیشه به محل کارش وفادار بماند.					
۱۹	به نظر من تغییر سازمان محل کار به هیچ‌وجه کاری غیراخلاقی نیست.					
۲۰	یکی از دلایل اساسی ادامه کارم با این سازمان، این است که به اعتقاد من وفاداری مهم است. بنابراین اخلاقاً خود را ملزم می‌دانم در این سازمان باقی بمانم.					
۲۱	در صورتی که از جای دیگر کار بهتری به من پیشنهاد شود، ترک کردن سازمان محل کارم را صحیح نمی‌دانم.					
۲۲	اعتقاد به ارزش اخلاقی و وفادار ماندن به یک سازمان به من یاد داده شده است.					
۲۳	روزگاری که مردم بیشتر مدت زندگی شغلی خود را در یک سازمان می‌ماندند؛ اوضاع بهتر بود.					
۲۴	دیگر معقول نیست که فردی بخواهد به‌عنوان طرفدار پروپا قرص شرکت معروف باشد.					

پیوست ۲

مثال کاربردی روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی

یک شرکت که در سال ۱۹۶۰ میلادی تأسیس شده است، تجهیزات تخصصی صنعتی تولید می‌کند. موفقیت این شرکت در آینده بستگی به حفظ قدرت خطوط تولید محصولات قبلی و ایجاد یک جریان ثابت از امکانات جدید دارد. بنیانگذار این شرکت به زودی بازنشسته می‌شود و یک شرکت مشاوره در حال توسعه یک برنامه‌ریزی دقیق برای تداوم موفقیت شرکت در غیاب بنیانگذار است. این طرح حدود پنج سال برای پیاده‌سازی طول خواهد کشید. مسلماً انتخاب صحیح جایگزین بنیانگذار به روند رو به رشد شرکت کمک چشمگیری می‌کند. هیئت مدیره باید شخص مناسبی را که این شرکت را از طریق ایجاد تغییر و تحول لازم به وضعیت مطلوب‌تری می‌رساند انتخاب کند. در انجام این کار، انتظار می‌رود رهبر جدید تصمیمات و اقدامات متعدد چالشی و پر مخاطره اتخاذ کند.

شش ماه قبل هیئت مدیره گفت:

«پس از تفکر و بحث، چهار معیار مؤثر در انتخاب شخصی که ما را از طریق تغییرهای اساسی در دوره‌های آتی هدایت می‌کند را شناسایی کردیم: تجربه، تحصیلات، کاریزما (تأثیرگذاری) و سن. تجربه بسیار مهم است، چون این سِمَت نیاز به مهارت و دانش لازم دارد؛ چراکه خواسته، کاربرد عملی مهارت است. از سوی دیگر، اگرچه بنیانگذار عزیزمان مردی خودساخته بود که حتی دوران دبیرستان را تمام نکرده بود، این بار خواسته ما این است که رهبر جدید ما تحصیلات دانشگاهی مناسبی داشته باشد. از آنجا که رهبر جدید یک دوره دشوار تغییر را پیشرو دارد، برای ایجاد انگیزه بیشتر، ترجیح می‌دهیم شخصی با سبک رهبری کاریزماتیک و فعال انتخاب شود. در نهایت، سن رهبر جدید نیز مهم است، زیرا او نیاز دارد که یک مسیر شغلی مناسب پس از اتمام این دوره ۵ ساله خود در این سِمَت داشته باشد.»

هفته پیش عنوان شد:

«پس از یک جستجوی گسترده، سه نامزد برای این سمت بسیار چالش‌برانگیز انتخاب شده است. همگی آنها در حال حاضر جزء مدیران ارشد شرکت هستند. انتخاب میان آنها بسیار دشوار خواهد بود، اما ما تصمیم خود را به زودی اعلام خواهیم کرد.»

سه گزینه نهایی به ترتیب Tom، Dick و Harry هستند که مختصری از رزومه آنها به شرح

جدول (۱) است:

جدول (۱): مقیاس مقایسه زوجی

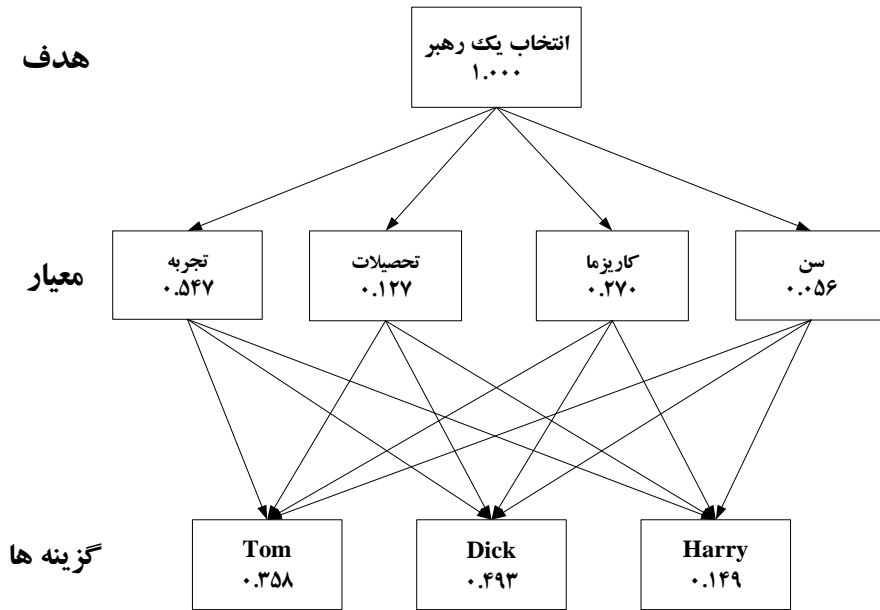
سن	Tom	Dick	Harry
	۵۰ سال	۶۰ سال	۳۰ سال
تجربیات	۱۰ سال همکاری با ما و ۱۶ سال فعالیت در دیگر شرکت‌ها که تمامی آن‌ها در بخش‌های فروش و بازاریابی بوده است که همگی موفقیت‌آمیز بوده است. او هم‌اکنون مدیر فروش، بازاریابی و خدمات مشتریان است.	۳۰ سال همکاری با ما و ۸ سال فعالیت در دیگر شرکت‌ها. او همواره مسئولیت‌های کلیدی در هر بخشی را عهده دار بوده است. هم‌اکنون، مدیر اجرایی است.	۵ سال همکاری با ما و ۴ سال فعالیت در شرکتی دیگر. عملکرد بسیار عالی در برنامه‌ریزی و اجرای دوره‌های آموزش مدیران. او اکنون مدیر مالی است.
تحصیلات	۱. لیسانس بازاریابی - ۲۶ سال پیش ۲. دوره مجازی MBA - سال گذشته	لیسانس و فوق‌لیسانس تاریخ آمریکا - ۳۹ سال قبل	۱. لیسانس اقتصاد - ۱۰ سال پیش ۲. لیسانس MBA - ۵ سال پیش
کیفیت رهبری	مدیری فعال و الهام‌بخش. بسیار دوست‌داشتنی در میان زیردستانش و در کل کسانی که با او کار کرده‌اند.	تا حدودی کم‌حرف. با دانش خود و مثال‌های کاربردی رهبری می‌کند. همه در شرکت او را دوست دارند و به او احترام می‌گذارند.	او تنها در دفتر خود رهبری می‌کند. بسیار قابل احترام به دلیل استعداد و هوش سرشار خود و دانش پیرامون مسائل اقتصادی.

مقیاس مقایسات زوجی در روش AHP به شرح جدول (۲) می‌باشد:

جدول (۲): مقیاس مقایسه زوجی

مقیاس پایه‌ای مقایسات زوجی		
شدت برتری	تعریف	توضیحات
۱	اهمیت برابر	دو جزء تقریباً برابر هستند
۳	اهمیت نسبی	قضاوت پیرامون یک جزء تا حدودی نسبت به دیگری برتری دارد.
۵	اهمیت قوی	قضاوت پیرامون یک جزء نسبت به دیگری برتری شدیدی دارد.
۷	اهمیت بسیار قوی	یک جزء در مقایسه با دیگری به شدت مورد تأکید است و این برتری بطور واضح در عمل قابل مشاهده است.
۹	اهمیت فوق‌العاده	برتری یک جزء نسبت به دیگری تا حد امکان بسیار واضح است.
اعداد ۲، ۴، ۶ و ۸ مقادیر میانی مقیاس بالا هستند.		

با بکارگیری روش AHP، مناسب‌ترین شخص را جهت رهبری شرکت پیشنهاد کنید. مقادیر برتری نسبی «معیارها با یکدیگر» و «گزینه‌ها با معیارها» با توجه به توضیحات ارائه‌شده انتخاب گردند.



شکل (۱): درخت سلسله مراتب انتخاب رهبر

جدول (۳): مقایسه طرح‌ها با توجه به شاخص تجربه

Tom	۱	Dick	۴	دیک مزیتی بزرگ در تنوع و مدت زمان فعالیتش در شرکت ما دارد. ولی روشن است که تام خارج از شرکت ما تجربه ی بیشتری دارد. به هر حال تجربه ی تام از دیک بسیار کمتر است. پس تجربه ی دیک به نسبت از تجربه ی تام ارجح تر است. وزن = ۴
Tom	۴	Harry	۱	هری نسبت به تام از تجربه ی کمتری برخوردار است و می توان گفت که هر دوی آن ها متخصص نیستند. تام شرکت ما را از هری بهتر می شناسد. پس تجربه ی تام به نسبت از تجربه ی هری ارجح تر است. وزن = ۴
Dick	۹	Harry	۱	هری برای کارهای اجرایی تقریبا جوان است ولی دیک تجربه ی زیادی دارد. هری تجربه ی اندکی بیرون از شرکت ما دارد. پس تجربه ی دیک از تجربه ی هری بسیار ارجح تر است. وزن = ۹

جدول (۴): ماتریس زوجی شاخص تجربیات

	Tom	Dick	Harry	شدت
Tom	۱	$\frac{1}{4}$	۴	۰/۲۱۷
Dick	۴	۱	۹	۰/۷۱۷
Harry	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	۱	۰/۰۶۶

مجموع شدت: ۱، ناسازگاری: ۰/۰۳۵

جدول (۵): مقایسه طرح‌ها با توجه به شاخص تحصیلات

Tom	۳	Dick	۱	تحصیلات تام جدیدتر از تحصیلات دیک است. مدرک MBA او کمک بسزایی در پیاده‌سازی طرح‌ها می‌کند. دیک مردی مسن با تحصیلات خوب است اما این مشکلی را حل نمی‌کند. پس تحصیلات تام به نسبت از تحصیلات دیک کمی بهتر است. وزن = ۳
Tom	۱	Harry	۵	تحصیلات هری بهتر از تام است. هری در دانشگاهی بهتر و مدرکی جدیدتر در زمینه‌ی حسابداری دارد. پس تحصیلات هری به نسبت از تحصیلات تام بهتر است. وزن = ۵
Dick	۱	Harry	۷	تحصیلات هری بسیار قوی‌تر از دیک است. کارشناسی و کارشناسی ارشد در مقابل فقط کارشناسی دیک. هر دو مدرک هری از مدرک دیک به روزتر است ب توجه به اینکه ما در قرن ۲۱ هستیم و وابسته به آن. پس تحصیلات هری به نسبت از تحصیلات دیک بسیار بهتر است. وزن = ۷

جدول (۶): ماتریس زوجی شاخص تحصیلات

	Tom	Dick	Harry	شدت
Tom	۱	۳	$\frac{1}{5}$	۰/۱۸۸
Dick	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{7}$	۰/۰۸۱
Harry	۵	۷	۱	۰/۷۳۱

مجموع شدت: ۱، ناسازگاری: ۰/۰۶۲

جدول (۷): مقایسه طرح ها با توجه به شاخص کیفیت رهبری

Tom	۵	Dick	۱	تام در کیفیتی که ما به دنبال آن هستیم بسیار بالاست. دیک هم به طور خاص ضعیف نیست ولی نظرات اطرافیان در مورد او در مقایسه با تام، او را در مکان دوم قرار می دهد. پس کیفیت رهبری تام به نسبت از کیفیت رهبری دیک بهتر است. وزن = ۵
Tom	۹	Harry	۱	تام رهبری بسیار الهام بخش است. هری وابسته به دانش است به جای اینکه فعال و پرشورتر باشد. پس کیفیت رهبری تام به نسبت از کیفیت رهبری هری بسیار بهتر است. وزن = ۹
Dick	۴	Harry	۱	دوره های تصدی طولانی دیک، اعتماد به نفس و احترام توسط اطرافیان به او را در پی داشته. اما افراد از او پیروی می کنند به خاطر اینکه او دیک است و هری هنوز چنین توانایی ای را ندارد. پس کیفیت رهبری دیک به نسبت از کیفیت رهبری هری کمی بهتر است. وزن = ۴

جدول (۸): ماتریس زوجی شاخص کیفیت رهبری

	Tom	Dick	Harry	شدت
Tom	۱	۵	۹	۰/۷۴۳
Dick	$\frac{1}{5}$	۱	۴	۰/۱۹۴
Harry	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	۱	۰/۰۶۳

مجموع شدت: ۱، ناسازگاری: ۰/۰۶۹

جدول (۹): مقایسه طرح ها با توجه به شاخص سن

Tom	۱	Dick	۳	زمان کناره گیری سرپرست، دیک ۶۵ ساله خواهد بود و آماده است برای بازنشستگی و تام ۵۵ ساله خواهد بود و ۱۰ سال دیگر تا بازنشستگی اش مانده است. او می تواند زودتر بازنشسته شود یا سمت دیگری در شرکت پیدا کند. پس سن دیک به سن تام ترجیح داده می شود. وزن = ۳
Tom	۵	Harry	۱	زمانی که تام ۵۵ ساله است می تواند زودتر بازنشسته شود یا سمت بالاتری بگیرد، هری ۳۵ ساله خواهد داشت و جای دیگری می رود و ممکن است ما او را از دست بدهیم. پس سن تام مناسبتر است. وزن = ۵
Dick	۹	Harry	۱	زمان کناره گیری سرپرست، دیک ۶۵ ساله خواهد بود و آماده است برای بازنشستگی و هری ۳۵ ساله خواهد داشت و جای دیگری می رود. پس سن دیک بسیار مناسبتر از هری است. وزن = ۹

جدول (۱۰): ماتریس زوجی شاخص سن

	Tom	Dick	Harry	شدت
Tom	۱	$\frac{۱}{۳}$	۵	۰/۲۶۵
Dick	۳	۱	۹	۰/۶۷۲
Harry	$\frac{۱}{۵}$	$\frac{۱}{۹}$	۱	۰/۰۶۳

مجموع شدت: ۱، ناسازگاری: ۰/۲۸

جدول (۱۱): مقایسه شاخصه‌ها با توجه به هدف

تجربیات	۴	تحصیلات	۱	تحصیلات جزء اولین مشخصات است. تجربیات به دلیل اینکه در شرایط سخت و پیچیده می‌تواند به پیاده‌سازی و اجرای طرح‌ها کمک کن از اهمیت بالایی برخوردار است و بدون این مشخصه این کار نشدنی است. پس تجربیات به نسبت از تحصیلات ارجح تر است. وزن=۴
تجربیات	۳	کیفیت رهبری	۱	کیفیت رهبری لازمه ی رخدادها، گفتگوها، منطق خرد و غیره است ولی کافی نیست. تجربه دانش و مهارت را به شامل می‌شود و به خواسته‌های مدیر اعتبار می‌دهد. پس تجربیات به مراتب از کیفیت رهبری برتر است. وزن=۳
تجربیات	۷	سن	۱	سن به دلیل اینکه مشخص می‌کند که چقدر زمانی مدیر برکنار می‌شود مهم است و او متعلق است به کارمندان پیر و جوان. تجربیات نیازی حیاتی و مهم است برای انجام فعالیت‌ها. پس تجربیات بسیار مهم تر از سن است. وزن=۷
تحصیلات	۱	کیفیت رهبری	۳	کیفیت رهبری کمک بسزایی در مدیریت به مدیر می‌کند. همچنین تحصیلات به او کمک خواهد کرد توسط احترامی که برای او قائل می‌شوند. تحصیلات، راهکارهایی جهت مدیریت نیز به ما می‌دهد. پس کیفیت رهبری کمی بهتر از تحصیلات است. وزن=۳
تحصیلات	۳	سن	۱	اهمیت سن به ظاهر بالاست. تحصیلات موجب می‌شود که ما از تفکرات گذشته استفاده کنیم و این از اهمیت بالایی برخوردار است و کارکنان ما خواستار این امر در رهبری هستند. پس تحصیلات کمی بهتر از سن است. وزن=۳
سن	۱	کیفیت رهبری	۵	اهمیت سن به ظاهر بالاست. کیفیت رهبری به دلیل اینکه لازمه ی رهبری است از اهمیت بالایی برخوردار است. منطق و واژگان همیشه کافی نیست. پس کیفیت رهبری به نسبت بهتر از سن است. وزن=۵

جدول (۱۲): ماتریس زوجی شاخص‌ها

	تجربیات	تحصیلات	کیفیت رهبری	سن	شدت
تجربیات	۱	۴	۳	۷	۰/۵۴۷
تحصیلات	$\frac{1}{4}$	۱	$\frac{1}{3}$	۳	۰/۱۲۷
کیفیت رهبری	$\frac{1}{3}$	۳	۱	۵	۰/۲۷۰
سن	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	۱	۰/۰۵۶

مجموع شدت: ۱، ناسازگاری: ۰/۰۴۴

جدول (۱۳): وزن نهایی

کاندیداها	شدت با توجه به				هدف
	تجربیات	تحصیلات	کیفیت رهبری	سن	
Tom	۰/۱۱۹	۰/۰۲۴	۰/۲۰۱	۰/۰۱۵	۰/۳۵۸
Dick	۰/۳۹۲	۰/۰۱۰	۰/۰۵۲	۰/۰۳۸	۰/۴۹۲
Harry	۰/۰۳۶	۰/۰۹۳	۰/۰۱۷	۰/۰۰۴	۰/۱۵۰
مجموع	۰/۵۴۷	۰/۱۲۷	۰/۲۷۰	۰/۰۵۶	۱/۰۰۰

فهرست راهنما

(الف)	
Elimination et Choice Translating Reality (ELECTRE)	الکتره
Priority	اولویت
Idle	ایده آل
Threshold	آستانه
Entropy Shannon	آنترپی شانون
(ب)	
Eigen Value	بردار ویژه
Compromise Programming	برنامه ریزی توافق‌ی
Fuzzy Normalization	بی‌مقیاس‌سازی فازی
Normalization	بی‌مقیاس کردن
(پ)	
Questionnaire	پرسشنامه
Continuous	پیوسته
(ت)	
Membership Function	تابع عضویت
Objective Function	تابع هدف
Cluster Analysis	تحلیل خوشه‌ای
Linear Assignment	تخصیص خطی
Dominance	تسلط
Decision Maker	تصمیم‌گیرنده
Decision Making	تصمیم‌گیری
Multi Attribute Decision Making (MADM)	تصمیم‌گیری چندشاخصه
Multi Criteria Decision Making (MCDM)	تصمیم‌گیری چندمعیاره
Multi Objective Decision Making (MODM)	تصمیم‌گیری چندهدفه
Group Decision Making	تصمیم‌گیری گروهی

	(ج)
Algebraic Sum	جمع جبری
	(ح)
Least Square Method (LSM)	حداقل مربعات
Logarithmic Least Squares (LLS)	حداقل مربعات لگاریتمی
	(خ)
Clustering	خوشه‌بندی
	(د)
Fuzzy Data	داده فازی
Delphi	دلفی
	(ر)
Ranking	رتبه‌بندی
Borda Method	روش بردا
MaxiMin Method	روش حداکثر حداقل‌ها
MaxiMax Method	روش حداکثر حداکثرها
Elimination Method	روش حذف
Conjunctive Method (Satisfying Method)	روش رضایت‌بخش شمول
Copeland Method	روش کپ‌لند
Compensatory Methods	روش‌های جبرانی
Non-Compensatory Methods	روش‌های غیر جبرانی
	(س)
Consistency	سازگاری
Super Matrix	سوپر ماتریس
	(ش)
Attribute	شاخص
Regret Measure	شاخص تأسف

Utility Measure	شاخص سودمندی
Inconsistency Index	شاخص ناسازگاری
Performance Criteria	شاخص‌های عملکرد
Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)	شبهات به گزینه ایده‌آل
Network	شبکه
(ض)	
Anti-Idle	ضدایده‌آل
Scalar Product	ضرب اسکالر
Algebraic Product	ضرب جبری
Coefficient of Correlation	ضریب همبستگی
(ط)	
Classification	طبقه‌بندی
Brain Storming	طوفان مغزی
(ع)	
Linguistic Terms	عبارات کلامی
Fuzzy Number	عدد فازی
Trapezoidal Fuzzy Number	عدد فازی ذوزنقه‌ای
Triangular Fuzzy Number	عدد فازی مثلثی
Algebraic Operation	عملیات جبری
(غ)	
Outranking	غیررتبه‌ای
Non-Countable	غیرقابل شمارش
(ف)	
Fuzzy	فازی
Euclidean Distance	فاصله اقلیدسی
Analytical Hierarchy Process (AHP)	فرآیند تحلیل سلسله مراتبی
Group Analytical Hierarchy Process	فرآیند تحلیل سلسله مراتبی گروهی

Analytical Network Process (ANP)	فرآیند تحلیل شبکه
Decision Process	فرآیند تصمیم‌گیری
(ق)	
Countable	قابل شمارش
(ک)	
Balance Scorecard	کارت امتیازی متوازن
Service Quality	کیفیت خدمات
(گ)	
Alternative	گزینه
(ل)	
Lexicographic	لکسیگراف
(م)	
Decision Making Matrix	ماتریس تصمیم‌گیری
Weighted Normalization Decision Making Matrix	ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون
Inconsistent Matrix	ماتریس ناسازگار
Trade-Off	مبادله
Expert	متخصص-خبره
Set	مجموعه
Fuzzy Set	مجموعه فازی
Crisp Set	مجموعه کریسپ
Interview	مصاحبه
Criteria	معیار
Decision Criteria	معیار تصمیم‌گیری
Quantitative Criteria	معیار کمی
Qualitative Criteria	معیار کیفی
Positive Criterion	معیار مثبت

Negative Criterion	معیار منفی
Pairwise Comparison	مقایسه زوجی
Binary Logic	منطق دودویی
Fuzzy Logic	منطق فازی
Classical Logic	منطق کلاسیک
Arithmetic Average	میانگین حسابی
weighted Average	میانگین وزنی
(ن)	
Inconsistency	ناسازگاری
Discordance	ناهماهنگی
Inconsistency Ratio	نرخ ناسازگاری
Norm	نرم
Normal	نرمال
Relative Closeness	نزدیکی نسبی
(ه)	
Concordance	هماهنگی
(و)	
Criterion Weight	وزن معیار
Final Weight	وزن نهایی
Simple Additive Weighting (SAW)	وزن دهی ساده
Vlse Kriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje (VIKOR)	ویکور

منابع فارسی

- ۱- آذر، عادل و فرجی، حجت. (۱۳۸۷). علم مدیریت فازی، چاپ سوم، تهران، انتشارات مهربان نشر.
- ۲- آذر، عادل و رجبزاده، علی. (۱۳۸۹). تصمیم‌گیری کاربردی، رویکرد MADM، چاپ چهارم، تهران، انتشارات نگاه دانش.
- ۳- خاتمی فیروزآبادی، علی و حمزه جونقانی، ستار. (۱۳۹۲). تصمیم‌گیری چندمعیاره در مدیریت، چاپ اول، تهران، سازمان مدیریت صنعتی.
- ۴- عطایی، محمد. (۱۳۸۹). تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی. چاپ اول. شاهرود. انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود.
- ۵- عطایی، محمد. (۱۳۸۹). تصمیم‌گیری چندمعیاره. چاپ اول. شاهرود. انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود.
- ۶- قدسی‌پور، سید حسن. (۱۳۸۷). مباحثی در تصمیم‌گیری چندمعیاره: فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، چاپ ششم، تهران، انتشارات دانشگاه امیرکبیر (پلی تکنیک).
- ۷- مؤمنی، منصور. (۱۳۸۵). مباحث نوین تحقیق در عملیات. چاپ اول، تهران، انتشارات دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.

- 1- Belton, V. and Stewart, T. J. (2002). "Multiple criteria decision analysis: An integrated approach", Boston: Kluwer Academic Publishers
- 2- Bertolini, M., Braglia, M. and Carmignani, G. (2006). "Application of the AHP methodology in making a proposal for a public work contract", *International Journal of Project Management*, Vol. 24, No. 5, PP. 422-430.
- 3- Chang, D.Y. (1996). "Theory and Methodology Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP". *European Journal of Operational Research*. Vol. 95, No. 3, pp. 649-655.
- 4- Chen S.J. and Hwang C.L. (1992). "Fuzzy Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications". Berlin; New York: Springer-Verlag.
- 5- Figueira, J., Greco, S. and Ehrgott, M. (2005). "Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys". New York: Springer-Verlag.
- 6- Hwang, C.L. and Abusyed M. (1978). "Multiple Objective Decision Making: Methods and Applications", Springer-Verlog.
- 7- Hwang, C.L. and Yoon, K. (1981). "Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications". Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- 8- Ignizio and James P. (1982). "Linear Programming in Single and Multiple Objective Systems", Prentice-Hall.
- 9- Ishizaka, A. and Labib, A. (2011). "Review of the main developments in the analytic hierarchy process", *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, No. 6, pp. 14336–14345.
- 10- Jamali R. and Sayyadi H. (2009). "Prioritizing academic library service quality indicators using fuzzy approach Case study: libraries of Ferdowsi University". *Library Management*, Vol. 30 No. 4/5, pp. 319-333.
- 11- Langkumaran, M.I. and Kumanan, S. (2009). "Selection of maintenance policy for textile industry using hybrid multi-criteria decision making approach". *Journal of Manufacturing Technology Management*, Vol. 20, No. 7, pp. 1009-1022.
- 12- Nejati, M., Nejati, M. and Shafaei, A. (2009). "Ranking airlines service quality factors using a fuzzy approach: Study of the Iranian society". *International Journal of Quality & Reliability Management*. Vol.26, No. 3, pp. 247-260.

- 13- Ozan and Turgut, M. (1986). "Applied mathematical programming for production and engineering management". Prentice-Hall.
- 14- Bernard, R. (1968). "Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE)". *La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationnelle*. Vol. 8, No. 8, pp. 57–75.
- 15- Saaty, T. (1980). "The analytic Hierarchy Process". New York, NY: McGraw-Hill.
- 16- Saaty, T.L. (1996). "Decision making with dependence and feedback: The analytic network process". Pittsburgh, PA: RWS.
- 17- Saaty, T. (2008). "Decision Making with the Analytic Hierarchy Process". *International Journal of Services Sciences*. Vol. 1, No. 1, pp. 83-98.
- 18- Serafim O. (1990). "Programski paket VIKOR za visekriterijumsko kompromisno rangiranje". SYM-OP-IS.
- 19- Shannon, C. E. and Weaver, W. (1947). *The mathematical theory of communication* Urbana: The University of Illinois Press.
- 20- Shannon, C.E. (1948). "A Mathematical Theory of Communication". *The Bell System Technical Journal*. Vol. 27, No.3/4, pp. 379–423, 623–656.
- 21- Turban, E. and Meredith, J. R. (1990). *Fundamentals of management science*, Fourth edition, Business Publications, INC.
- 22- Yoon, K.P. and Hwang, C.L. (1995). *Multiple Attribute Decision Making: An Introduction*: Sage Publications, Thousand Oaks, CA.



Multi Criteria Decision Making

H.Shirouyehzad / M.M.Tavakoli

MCDM

