

21

Methods

روشهای کمی و کاربردی در تصمیم گیری چند معیاره

Quantitative and Applied Methods in Multi Criteria Decision Making

هادی شیرویه زاد

نویسنده :

عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد



روش های کمه و کاربردی در تصمیم گیری چندمعیاره

هادی شیرویه زاد

عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی

واحد نجف آباد

سرشناسه	:	شیرویه زاد، هادی، ۱۳۵۴-
عنوان و نام پدیدآور	:	روش های کمی و کاربردی در تصمیم گیری چند معیاره / هادی شیرویه زاد.
مشخصات نشر	:	تهران: اندیشه عصر، ۱۴۰۰.
مشخصات ظاهری	:	۲۵۲ ص.: جدول.
شابک	:	۹۷۸-۶۰۰-۴۲۱-۵۲۳-۷
وضعیت فهرست نویسی	:	فیبا
یادداشت	:	کتابنامه.
موضوع	:	تصمیم گیری با معیارهای چندگانه —الگوهای ریاضی Multiple criteria decision making -- Mathematical models تصمیم گیری با معیارهای چندگانه Multiple criteria decision making
رده بندی کنگره	:	T۵۷/۹۵
رده بندی دیویی	:	۶۵۸/۴۰۳
شماره کتابشناسی ملی	:	۸۷۰۰۷۶۶

روش های کمی و کاربردی در تصمیم گیری چندمعیاره

نگارش	:	هادی شیرویه زاد
ناشر	:	اندیشه عصر
نوبت چاپ	:	اول - پاییز ۱۴۰۰
صفحه آرایشی	:	فرشته میرفندرسکی
قطع، شمارش صفحات	:	وزیری، ۲۵۲ صفحه
بها	:	۲۶۰۰۰ تومان

ISBN: 978-600-421-530-5

شابک الکترونیکی: ۹۷۸-۶۰۰-۴۲۱-۵۳۰-۵

تقديم به

مادر م

پیش گفتار

تصمیم‌گیری در زندگی کاری و اجتماعی افراد نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کند. مدیران در سازمان‌ها با تصمیمات خود عملکرد آینده سازمان را رقم می‌زنند و بقا و پایداری سازمان‌ها با تصمیمات افراد آن ایجاد می‌گردد. فرآیند تصمیم‌گیری معمولاً یک فرآیند، چندشاخصه و پیچیده است که بر پایه اطلاعات کافی و ابزارهای تجزیه و تحلیل اطلاعات انجام می‌گیرد. به همین جهت از طرفی اگر بتوانیم اطلاعات کامل‌تر را جمع‌آوری کرده و در اختیار تصمیم‌گیرنده قراردهیم به فرایند تصمیم‌گیری کمک شده است. از جهت دیگر استفاده از ابزارهای متناسب در شرایط تصمیم‌گیری است، که هر چقدر استفاده از ابزارها به درستی انجام گردد فرایند تصمیم‌گیری را دقت می‌بخشد.

در این کتاب با بیان ساده و با مثال‌های نسبتاً کاربردی سعی شده که بیست و یک روش پر استفاده و جدید در تصمیم‌گیری چند معیاره معرفی گردد. برخی از این روش‌ها انتخاب گزینه، برخی تعیین وزن اهمیت شاخص‌ها و برخی برای هر دو منظور استفاده می‌گردد. برای ارتباط گرفتن بهتر با مطالب کتاب لازم است فرد مطالعه‌کننده مبانی تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه را تا حدی مطالعه کرده باشد. برای این منظور می‌توانید کتاب مباحثی در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه نوشته هادی شیرویه‌زاد و محمد مهدی توکلی را در کنار این کتاب مطالعه نمایید.

در نگارش این کتاب به سادگی در نگارش توجه زیادی شده است. این کتاب دارای این قابلیت می باشد که به عنوان یک منبع درسی یا کمک درسی برای دانشجویان مهندسی صنایع و مدیریت در مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری استفاده شود. در ضمن این کتاب برای صاحبان صنایع و مدیران نیز جهت کمک به تصمیم گیری ها قابل استفاده می باشد. امیدوارم کتاب حاضر مورد استفاده و تایید خوانندگان قرار گیرد.

در پایان از دوستانی که در تالیف این کتاب اینجانب را همراهی کردند بخصوص خانم مهندس نیلوفر کاظمی تشکر و قدردانی می نمایم.

هادی شیرویه زاد

زمستان ۱۴۰۰

فهرست مطالب

بخش اول: روش تاکسونومی عددی (TAXONOMY).....	۱
بخش دوم: روش آزمایشگاه ارزیابی و آزمون تصمیم‌گیری (DEMATEL).....	۱۳
بخش سوم: روش برنامه‌ریزی خطی برای تحلیل چند بعدی ترجیحات (LINMAP).....	۲۵
بخش چهارم: روش چند معیاره انعطاف‌پذیر (QUALIFLEX).....	۴۱
بخش پنجم: روش رتبه‌بندی جمعی برای مقایسه ارزیابی‌های ترتیبی گزینه‌ها براساس شاخص‌ها (ORESTE).....	۴۷
بخش ششم: روش ارزیابی چند معیاره با داده‌های کمی و کیفی مختلط (EVAMIX).....	۶۳
بخش هفتم: روش ساختار یافته‌ی رتبه‌بندی ترجیحی برای غنی‌سازی ارزیابی (PROMETHEE).....	۷۳
بخش هشتم: روش رتبه‌بندی چند شاخصه ساده (SMART).....	۸۷
بخش نهم: روش رتبه‌بندی نهایی (REGIME).....	۹۵
بخش دهم: روش فرآیند تحلیل شبکه (ANP).....	۱۰۳

- بخش یازدهم: روش ارزیابی تجمعی نسبی (COPRAS)..... ۱۳۵
- بخش دوازدهم: روش رتبه‌بندی مافوقی و مادونی (SIR)..... ۱۴۳
- بخش سیزدهم: روش ارزیابی نسبی تجمعی (ARAS)..... ۱۵۵
- بخش چهاردهم: روش بهینه‌سازی چندبعدی با استفاده از تحلیل نسبت (MULTIMOORA). ۱۶۳
- بخش پانزدهم: روش ارزیابی وزن حاصل شده مجموع ادغامی (WASPAS)..... ۱۷۷
- بخش شانزدهم: روش ارزیابی بر اساس فاصله از راه‌حل میانگین (EDAS)..... ۱۸۷
- بخش هفدهم: روش بهترین - بدترین (BWM)..... ۱۹۵
- بخش هجدهم: روش ارزیابی مبتنی بر فاصله ترکیبی (CODAS)..... ۲۰۵
- بخش نوزدهم: روش ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها (SECA)..... ۲۱۳
- بخش بیستم: روش تحلیل نسبت ارزیابی وزن‌دهی تدریجی (SWARA)..... ۲۲۵
- بخش بیست و یکم: روش تعیین یکپارچه وزن اهداف (IDOCRIW)..... ۲۳۱

21

Methods

TAXONOMY 1

بخش اول: روش تاکسونومی عددی^۱

۱-۱) مقدمه

روش تاکسونومی عددی نخستین بار توسط آدانسون^۲ در سال ۱۷۶۳ پیشنهاد شد، اما مدت‌ها طول کشید تا به عنوان روشی علمی مطرح گردد. در دهه‌ی ۱۹۵۰، عده‌ای از ریاضی‌دانان لهستانی اهمیت این روش را دریافتند و به بسط و گسترش آن پرداختند. در سال ۱۹۶۸ این روش را پروفسور زیگنانت هلوینگ^۳ به عنوان وسیله‌ای برای طبقه‌بندی و تعیین درجه‌ی توسعه یافتگی^۴ در سازمان یونسکو مطرح کرد و تاکنون به عنوان مدل شناخته‌شده‌ای به کار می‌رود. تاکسونومی در لغت به معنای رده‌بندی و طبقه‌بندی بوده و برای طبقه‌بندی در علوم مختلف به کار برده می‌شود که نوع خاص آن تاکسونومی عددی است.

^۱ Numerical Taxonomy

^۲ Adanson

^۳ Zyegnant Hellwing

^۴ Degree of Development

از توانمندی‌های تاکسونومی این است که قادر است دو عمل را با هم انجام دهد:

- ۱- مجموعه‌ی مورد بررسی را براساس شاخص‌های تعیین شده به زیر مجموعه‌های همگن تقسیم کند
- ۲- عناصر و اجزای هر زیر مجموعه همگن را درجه‌بندی کند. همچنین با این روش می‌توان شاخص‌های هر بخش را جداگانه مورد ارزیابی قرار داد و بخش‌ها را با یکدیگر مقایسه و رتبه‌بندی کرد. محدودیت این روش آن است که تاکسونومی عددی به تمام شاخص‌ها با اهمیت یکسان می‌نگرد و فاقد وزن‌دهی به شاخص‌ها درون مدل است.

۲-۱) مراحل روش تاکسونومی عددی

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و محاسبه میانگین و انحراف معیار هر شاخص

در این مرحله ابتدا شاخص‌های اولویت‌بندی و گزینه‌ها تعیین می‌گردد و در ادامه ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل می‌شود. سپس برای هر یک از شاخص‌ها میانگین مقادیر و انحراف معیار آن‌ها با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^m x_{ij}}{m} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{میانگین}$$

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{m}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{انحراف معیار}$$

نکته: باید دقت شود که در این روش لازم است تمامی شاخص‌های انتخاب شده مثبت باشند.

قدم دوم: تشکیل ماتریس بی‌مقیاس (N_D) و تعیین گزینه ایده‌آل (n_0)

در این مرحله داده‌ها با استفاده از رابطه‌ی زیر بی‌مقیاس می‌شوند و در ادامه بر مبنای ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس، گزینه ایده‌آل که با n_0 نمایش داده می‌شود، تعیین می‌گردد.

$$n_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_i}{S_i} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

در ماتریس بی‌مقیاس شده، بزرگترین عدد هر شاخص مشخص و به عنوان گزینه ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود.

قدم سوم: محاسبه ماتریس فواصل مرکب (D_{ab}) و تعیین کوتاه‌ترین فاصله دو گزینه (d_i) در این مرحله با استفاده از ماتریس بی‌مقیاس شده، فاصله مرکب هر گزینه نسبت به سایر گزینه‌ها بر مبنای فاصله‌ی اقلیدسی با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d_{ab} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (n_{aj} - n_{bj})^2}$$

در رابطه‌ی بالا d_{ab} نشان‌دهنده‌ی فاصله بین دو گزینه a و b می‌باشد و n_{aj} و n_{bj} مقدار شاخص j ام را برای گزینه‌های a و b در ماتریس بی‌مقیاس شده نشان می‌دهند. با محاسبه‌ی فاصله‌ی گزینه‌ها به صورت دو به دو، ماتریس فواصل مرکب D_{ab} به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$D_{ab} = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & 0 & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{1n} & d_{2n} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس فواصل یک ماتریس متقارن می‌باشد ($d_{ab} = d_{ba}$) و قطر آن مساوی صفر است. در هر سطر این ماتریس کمترین مقدار (به جز اعداد صفر قطر ماتریس) نشان‌دهنده‌ی کوتاه‌ترین فاصله بین دو گزینه می‌باشد که با d_i نمایش داده می‌شود.

قدم چهارم: مشخص کردن گزینه‌های همگن

به منظور تعیین گزینه‌های همگن باید حد بالا و پایین را براساس کوتاه‌ترین فواصل بدست آورد. گزینه‌هایی که درون حد بالا و پایین قرار می‌گیرند جزء گزینه‌های همگن هستند و در صورتی که کمترین مقدار هر سطر ماتریس فواصل مرکب در بین این حدود قرار نگیرد گزینه مورد نظر حذف خواهد شد.

$$D(+) = \bar{d} + 2S_d$$

$$D(-) = \bar{d} - 2S_d$$

که در روابط بالا $D_i(+)$ نشان دهنده‌ی حد بالا و $D_i(-)$ نشان دهنده‌ی حد پایین است. $\bar{d}$ میانگین کوتاه‌ترین فاصله و S_d انحراف میان فاصله می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^m d_i}{N}$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (d_i - \bar{d})^2}{N}}$$

اگر در قدم چهارم تمام گزینه‌ها در یک گروه همگن قرار نگیرند، در این صورت مجدداً ماتریس بی‌مقیاس برای گزینه‌های همگن تشکیل داده می‌شود و مقدار ایده‌آل هر شاخص محاسبه می‌شود.

قدم پنجم: تعیین فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل (D_{io})

در قدم پنجم فاصله‌ی مرکب هر گزینه از گزینه‌ی ایده‌آل از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$D_{io} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (n_{ij} - n_o)^2}$$

در ادامه نیز میانگین و انحراف معیار فاصله‌ی گزینه‌ها از گزینه ایده‌آل محاسبه می‌شود.

نکته: هر چه مقدار D_{io} کوچکتر باشد، نشان‌دهنده‌ی توسعه یافتگی گزینه است.

قدم ششم: تعیین میزان توسعه یافتگی گزینه‌ها

در این مرحله با محاسبه‌ی شاخص f_i میزان توسعه‌ی گزینه‌ها تعیین می‌شود و با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد:

$$f_i = \frac{D_{io}}{D_o} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$D_o = \bar{D}_o + 2S_{D_{io}}$$

$$\bar{D}_o = \frac{\sum_{i=1}^m D_{io}}{N}$$

$$S_{D_{i0}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (D_{i0} - \bar{D}_0)^2}{N}}$$

که در روابط بالا D_0 نشان دهنده حد بالای توسعه یافتگی و $\bar{D}_0$ نشان دهنده میانگین D_{i0} ها است و $S_{D_{i0}}$ نیز نشان دهنده انحراف معیار آنها است.

مقادیر f_i بین صفر و یک می باشد و هر چقدر به صفر نزدیک تر باشد نشان دهنده توسعه یافتگی بهتر گزینه و هر چه به یک نزدیک تر باشد بیانگر وضعیت بد آن می باشد. با توجه به این نکته بر مبنای مقادیر f_i به اولویت بندی گزینه ها پرداخته می شود و هر چه مقدار f_i کمتر باشد رتبه بالاتری کسب می کند.

۱-۳) مثال:

یک شرکت دولتی جهت آزمون استخدامی خود پس از برگزاری آزمون کتبی، در نهایت ۵ نفر را برای مصاحبه شفاهی دعوت کرد و پس از انجام مصاحبه، نتایج آن در قالب یک ماتریس تصمیم گیری به صورت جدول ۱-۱ برای مدیریت ارسال گردید.

جدول ۱-۱: ماتریس تصمیم گیری آزمون استخدامی

شاخص گزینه	آزمون کتبی (+)	سوابق پژوهشی (+)	روابط اجتماعی (+)	آشنایی با مباحث تخصصی (+)	سابقه کار (+)
A	۹۳	۵۰	۱۵	۱۵	۰
B	۸۱	۹۲	۱۸	۱۶	۲
C	۹۸	۷۵	۱۷	۱۹	۵
D	۹۸	۷۱	۲۰	۱۴	۱
E	۸۱	۹۵	۱۹	۱۶	۶

با توجه به ماتریس تصمیم گیری تشکیل شده با استفاده از روش تاکسونومی به اولویت بندی گزینه ها پرداخته شد.

حل:

قدم اول: در این مرحله میانگین و انحراف معیار هر یک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود که به صورت جدول ۱-۲ می‌باشد:

جدول ۱-۲: ماتریس تصمیم‌گیری به همراه میانگین و انحراف معیار

شاخص گزینه	آزمون کتبی (+)	سوابق پژوهشی (+)	روابط اجتماعی (+)	آشنایی با مباحث تخصصی (+)	سابقه کار (+)
A	۹۳	۵۰	۱۵	۱۵	۰
B	۸۱	۹۲	۱۸	۱۶	۲
C	۹۸	۷۵	۱۷	۱۹	۵
D	۹۸	۷۱	۲۰	۱۴	۱
E	۸۱	۹۵	۱۹	۱۶	۶
میانگین ($\bar{X}_i$)	۹۰/۲	۷۶/۶	۱۷/۸	۱۶	۲/۸
انحراف معیار (S_i)	۸/۶۴۳	۱۸/۱۴۷	۱/۹۲۴	۱/۸۷۱	۲/۵۸۸

قدم دوم: در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس می‌شود، که در جدول ۱-۳ نشان داده شده است.

برای نمونه n_{11} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$n_{11} = \frac{93 - 90/2}{8/643} = 0/324$$

جدول ۱-۳: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس شده به همراه گزینه ایده آل

شاخص گزینه	آزمون کتبی (+)	سوابق پژوهشی (+)	روابط اجتماعی (+)	آشنایی با مباحث تخصصی (+)	سابقه کار (+)
A	۰/۳۲۴	-۱/۴۶۶	-۱/۴۵۶	-۰/۵۳۵	-۱/۰۸۲
B	-۱/۰۶۴	۰/۸۴۹	۰/۱۰۴	۰	-۰/۳۰۹
C	۰/۹۰۲	-۰/۰۸۸	-۰/۴۱۶	۱/۶۰۴	۰/۸۵
D	۰/۹۰۲	-۰/۳۰۹	۱/۱۴۴	-۱/۰۶۹	-۰/۶۹۵
E	-۱/۰۶۴	۱/۰۱۴	۰/۶۲۴	۰	۱/۲۳۶
گزینه ایده آل (n_0)	۰/۹۰۲	۱/۰۱۴	۱/۱۴۴	۱/۶۰۴	۱/۲۳۶

قدم سوم: محاسبه ماتریس فواصل مرکب و تعیین کوتاه ترین فاصله دو گزینه در این مرحله محاسبه می گردد. ماتریس حاصل به صورت جدول ۱-۴ می باشد.

برای نمونه d_{AB} به صورت زیر محاسبه می شود:

$$d_{AB} = \sqrt{\begin{matrix} (۰.۳۲۴ + ۱/۰.۶۴)^۲ + (-۱/۴۶۶ - ۰/۸۴۹)^۲ + (-۱/۴۵۶ - ۰/۱۰۴)^۲ + \\ (-۰/۵۳۵ - ۰)^۲ + (-۱/۰۸۲ + ۰/۳۰۹)^۲ \end{matrix}} = ۳/۲۵۶$$

جدول ۱-۴: فاصله بین گزینه‌ها

d_i	E	D	C	B	A	
۲/۹۷۸	۴/۲۵۰	۲/۹۷۸	۳/۴۰۸	۳/۲۵۶	۰	A
۱/۶۳۹	۱/۶۳۹	۲/۷۵۳	۲/۹۸۹	۰	۳/۲۵۶	B
۲/۹۸۱	۲/۹۸۱	۳/۴۶۶	۰	۲/۹۸۹	۳/۴۰۸	C
۲/۷۵۳	۳/۲۸۱	۰	۳/۴۶۶	۲/۷۵۳	۲/۹۷۸	D
۱/۶۳۹	۰	۳/۲۸۱	۲/۹۸۱	۱/۶۳۹	۴/۲۵۰	E

قدم چهارم: در این مرحله به تعیین حد بالا و پایین گزینه‌ها پرداخته می‌شود و در صورتی که کمترین مقدار هر سطر ماتریس مرحله قبل در بین این حدود قرار نگیرد گزینه مورد نظر حذف خواهد شد. بنابراین ابتدا میانگین کمترین فاصله‌ها و انحراف معیار فاصله‌ها محاسبه می‌شود.

$\bar{d}$ و S_d به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{d} = \frac{۲/۹۷۸ + ۱/۶۳۹ + ۲/۹۸۱ + ۲/۷۵۳ + ۱/۶۳۹}{۵} = ۲/۳۹۸$$

$$S_d = \sqrt{\frac{(۲/۹۷۸ - ۲/۳۹۸)^2 + (۱/۶۳۹ - ۲/۳۹۸)^2 + (۲/۹۸۱ - ۲/۳۹۸)^2 + (۲/۷۵۳ - ۲/۳۹۸)^2 + (۱/۶۳۹ - ۲/۳۹۸)^2}{۵}} = ۰/۶۲۵$$

بنابراین $D(+)$ و $D(-)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$D(+)= ۲/۲۵۷ + (۲ \times ۱/۸۴۹) = ۶/۰۵$$

$$D(-)= ۲/۲۵۷ - (۲ \times ۱/۸۴۹) = -۱/۵۳$$

با توجه به این که کمترین مقدار ماتریس فاصله‌ها در بین حدود بالا و پایین گزینه‌ها قرار گرفته است در این مرحله گزینه‌ای حذف نمی‌شود.

قدم پنجم: در این مرحله به تعیین فاصله هر گزینه از گزینه ایده آل پرداخته می شود و بدین منظور از فاصله اقلیدسی استفاده می گردد و در ادامه نیز میانگین و انحراف معیار فاصله ی گزینه ها از گزینه ایده آل محاسبه می شود که در جدول ۱-۵ نشان داده شده است.

برای نمونه D_{10} به صورت زیر محاسبه می شود:

$$D_{10} = \sqrt{\begin{matrix} (0/324 - 0/902)^2 + (-1/466 - 1/014)^2 + (-1/456 - 1/144)^2 + \\ (-0/535 - 1/604)^2 + (-1/082 - 1/236)^2 \end{matrix}} = 4/815$$

جدول ۱-۵: فاصله گزینه ها تا گزینه ایده آل

گزینه ها	D_{io}
A	۴/۸۱۵
B	۳/۱۵۲
C	۱/۹۴۸
D	۳/۵۵۳
E	۲/۵۹۰
میانگین ($\bar{X}_i$)	۳/۲۱۲
انحراف معیار (S_i)	۱/۱۸۲

قدم ششم: در این مرحله به محاسبه ی شاخص توسعه یافتگی گزینه ها پرداخته می شود و بدین منظور در ابتدا مقدار D_0 محاسبه شده و در ادامه مقدار f_i محاسبه می شود. نتایج در جدول ۱-۶ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه D_0 و f_1 به صورت زیر محاسبه می شود:

$$D_0 = 3/212 + (2 \times 1/082) = 5/575$$

$$f_1 = \frac{4/815}{5/575} = 0/864$$

جدول ۱-۶: شاخص توسعه یافتگی شاخص‌ها

رتبه	f_i	گزینه‌ها
۵	۰/۸۶۴	A
۳	۰/۵۶۵	B
۱	۰/۳۶۹	C
۴	۰/۶۳۷	D
۲	۰/۴۶۵	E

- اسدی نلیوان، امید. رضایی، فاطمه. سقازاده، نرگس. (۱۳۹۲)، ارزیابی توان اکولوژیک حوزه آبخیز با استفاده از روش تاکسونومی جهت مدیریت جامع حوزه آبخیز مطالعه موردی: حوزه آبخیز زیدشت، طالقان، فصلنامه علمی-پژوهشی پژوهش‌های فرسایش محیطی- سال سوم، شماره ۱۱، صفحه ۲۶-۱۵.
- فرجی سبکبار، حسنعلی. وزین، نرگس. بدری، علی. (۱۳۹۱)، اصلاح مدل تصمیم‌گیری تاکسونومی عددی، نشریه تحقیقات کاربردی علوم جغرافیایی سال سیزدهم، شماره ۲۸، صفحه ۱۱۳-۱۳۵.
- ساروخانی، باقر. توکلی والا، ژاله. رستم‌زاده، عباس. (۱۳۹۰)، تاکسونومی عددی و کاربرد آن در تحقیقات اجتماعی، جامعه‌شناسی تاریخی، دوره ۴، شماره ۱، صفحه ۱۹۴-۱۷۱.
- موسوی، نعمت‌اله. روستا، ابوذر. کشاورزی، سلیمان. (۱۳۸۹)، تعیین درجه‌ی توسعه‌یافتگی کشاورزی شهرستان‌های استان فارس با استفاده از روش تاکسونومی عددی، اقتصاد کشاورزی، شماره ۴، جلد ۵، صفحه ۱۸۱-۱۵۹.
- مسعود، محمد. معززی مهر طهران، امیرمحمد. شبیری، نیما. (۱۳۸۹)، تعیین درجه توسعه یافتگی شهرستان‌های استان اصفهان با تکنیک تاکسونومی عددی، مطالعات و پژوهش‌های شهری و منطقه‌ای- سال دوم، شماره ۸، صفحه ۵۴-۳۹.
- ریاحی وفا، عباس. هدایتی، محمدرضا. (۱۳۸۵)، رتبه‌بندی و اولویت‌دهی روستاهای استان تهران جهت تبدیل دفاتر پستی روستایی به دفاتر فناوری اطلاعات و ارتباطات با هدف توسعه‌ی روستایی و با استفاده از روش طبقه‌بندی تاکسونومی عددی، فصلنامه روستا و توسعه- سال نهم، شماره ۴، صفحه ۳۵-۱.

21 Methods

DEMATEL 2

بخش دوم: روش آزمایشگاه ارزیابی و آزمون تصمیم‌گیری^۱

۲-۱) مقدمه

روش آزمایشگاه ارزیابی و آزمون تصمیم‌گیری (دیمتل)^۲ توسط فونتلا و گابوس^۳ در سال ۱۹۷۱ ارائه گردید. این تکنیک به عنوان یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره، ساختاری سلسله‌مراتبی از عوامل موجود در سیستم را ارائه می‌دهد. در این تکنیک با استفاده از ماتریس‌های مقایسه زوجی^۴ و استفاده از قضاوت خبرگان به استخراج عوامل یک سیستم پرداخته می‌شود و در ادامه با بکارگیری اصول نظریه گراف^۵، ساختاری سلسله‌مراتبی^۶ از عوامل موجود در سیستم همراه با روابط علت و معلول آن‌ها ارائه می‌دهد، بگونه‌ای که شدت اثر روابط مذکور را به صورت امتیاز

^۱ Decision Making Trial and Evaluation Laboratory

^۲ DEMATEL

^۳ Fonetla and Gabus

^۴ ماتریس مقایسات زوجی در کتاب مباحث در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه نوشته شیرویه‌زاد و توکلی انتشارات مؤسسه

علمی دانش پژوهان آورده شده است.

^۵ Graph Theory

^۶ Hierarchical Structure

عددی معین می‌کند. در این شرایط، متخصصان و تصمیم‌گیرندگان قادرند با تسلط بیشتری به بیان نظرات خود در رابطه با جهت و شدت اثرهای میان عوامل بپردازند.

این روش برای مسائل دارای وابستگی بین عوامل نیز کاربرد دارد و از طریق ساختار سلسله‌مراتبی آن، به ارائه برنامه‌های عملی می‌پردازد. لازم به ذکر است، ماتریس به دست آمده از روش دیمتل (ماتریس ارتباطات داخلی^۱)، علاوه بر تبیین رابطه علی و معلولی بین عوامل، اثرپذیری و اثرگذاری بین متغیرها را نیز نمایش می‌دهد و این موضوع یکی از مزیت‌های این روش نسبت به سایر روش‌ها می‌باشد. از برتری‌های دیگر روش دیمتل نسبت به سایر روش‌های تصمیم‌گیری بر پایه مقایسه‌های زوجی، پذیرش بازخورد روابط است، زیرا عناصر موجود در سیستم ممکن است مستقل از یکدیگر نباشند. اهمیت و وزن هر عامل در سیستم نیز، تنها به عوامل بالادست یا پایین‌دست مربوط نیست، بلکه به وسیله همه عوامل موجود در سیستم، یعنی کل مدل تعیین می‌شود. روش دیمتل جهت شناسایی و بررسی رابطه متقابل بین شاخص‌ها و ساختن روابط شبکه‌ای نیز به کار گرفته می‌شود.

۲-۲) مراحل روش دیمتل

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس ارتباط مستقیم (A)

ابتدا با استفاده از نظرخواهی از مجموعه‌ای از خبرگان، ماتریس ارتباط مستقیم تشکیل می‌شود. بدین منظور از هر خبره خواسته می‌شود تا سطحی را که نشان‌دهنده تأثیرات معیار I بر J می‌باشد را مشخص کند. این مقایسه‌ها دو به دو بین هر دو معیار بیان می‌شود و معیار رتبه‌بندی عددی صحیح از ۰ تا ۴ مطابق جدول ۱-۲ می‌باشد. که هریک از اعداد میزان تأثیر معیار I بر J را تعیین می‌کند.

^۱ The Direct-Relation (Average) Matrix

جدول ۲-۱: کمی‌سازی میزان تاثیر

عدد	۰	۱	۲	۳	۴
میزان تاثیر	بدون تاثیر	تاثیر کم	تاثیر متوسط	تاثیر بالا	تاثیر بسیار بالا

سپس ماتریس ارتباط مستقیم، با محاسبه میانگین حسابی ساده از پاسخ‌های جمع‌آوری شده از خبرگان تهیه می‌شود. این ماتریس نشان‌دهنده‌ی ارتباطات اولیه مستقیم است که یک شاخص بر روی خود و سایر شاخص‌ها دارد.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم دوم: بی‌مقیاس‌سازی ماتریس ارتباط مستقیم

به منظور بی‌مقیاس‌سازی ماتریس ارتباط مستقیم از روابط زیر استفاده می‌شود و ماتریس بی‌مقیاس شده D تشکیل می‌شود.

$$D = K \times A, \quad K > 0$$

$$K = \min \left[\frac{1}{\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n a_{ij}}, \frac{1}{\max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m a_{ij}} \right] \quad i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

نکته: ماتریس D نشان‌دهنده‌ی تاثیر مستقیم اولیه‌ای است که یک عامل بر سایر عوامل دارد و از آنان دریافت می‌کند.

قدم سوم: محاسبه ماتریس ارتباط کامل (T)

در این مرحله با استفاده از ماتریس D به تشکیل ماتریس ارتباط کامل پرداخته می‌شود که در این ماتریس می‌توان کلیه اثرات مستقیم و غیرمستقیم را مشاهده نمود. این ماتریس با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$T = D(I - D)^{-1}$$

در این رابطه I ماتریس واحد می‌باشد که قطر اصلی آن ۱ و بقیه درایه‌های آن صفر می‌باشد.

در ماتریس فوق اگر مجموع سطرها و ستون‌ها به ترتیب برابر با بردار r و d قرار داده شود در این صورت:

$$T = [t_{ij}]_{n \times n}$$

$$r = [r_i]_{n \times 1} = \left(\sum_{j=1}^n t_{ij} \right)_{n \times 1}$$

$$d = [d_j]_{1 \times n} = \left(\sum_{i=1}^n t_{ij} \right)_{1 \times n}$$

در روابط بالا مقدار r_i برابر با جمع سطر i ام ماتریس T می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی مجموع اثرات مستقیم و غیرمستقیم متغیر i بر روی متغیرهای دیگر است. مقدار d_j نیز برابر با جمع ستون j ام ماتریس T می‌باشد که نشان‌دهنده‌ی مجموع اثرات مستقیم و غیرمستقیمی است که متغیر j از کلیه متغیرهای دیگر می‌پذیرد.

قدم چهارم: تعیین ارزش آستانه و ترسیم نمودار ارتباط-اثر

در این مرحله به تعیین یک ارزش آستانه برای اثر متغیرها یا عوامل مسأله پرداخته می‌شود که بدین منظور می‌توان از میانگین‌گیری مقادیر شدت اثر در ماتریس T استفاده کرد و پس از آن با حذف تعداد اثرات ضعیف به ترسیم نمودار ارتباط-اثر پرداخته می‌شود. بدین منظور در ابتدا با توجه به این که در ماتریس T هر t_{ij} میزان اثر بین دو متغیر i و j را نشان می‌دهد جهت ترسیم نمودار ارتباط-اثر تنها به نمایش اثراتی پرداخته می‌شود که سطح اثر آن‌ها از یک مقدار مشخص بیشتر باشد. بدین منظور در ابتدا با استفاده از نظر تصمیم‌گیرندگان به تعیین ارزش آستانه پرداخته می‌شود و اثراتی که مقدار t_{ij} آن کمتر از ارزش آستانه باشد از اثرات حذف می‌شود و برای بقیه اثرات نمودار ارتباط-اثر ترسیم می‌گردد.

جهت ترسیم نمودار ارتباط-اثر در ابتدا مقادیر $r_i + d_j$ محاسبه شده و بر روی محور X قرار می‌گیرد و مقادیر $r_i - d_j$ نیز محاسبه شده و بر روی محور Y قرار می‌گیرد. مقدار $r_i + d_j$

نشان‌دهنده‌ی میزان تاثیر عامل i می‌باشد و مقدار $r_i - d_j$ نشان‌دهنده قدرت تاثیرگذاری هر عامل می‌باشد و هرچه مقدار آن برای معیاری بیشتر باشد نشان‌دهنده‌ی آن است که آن معیار تعامل بیشتری با سایر معیارها دارد. بنابراین وزن و اهمیت این معیار بیشتر است.

قدم پنجم: تحلیل ارتباطات

در این مرحله با توجه به مقادیر $r_i + d_j$ و $r_i - d_j$ و نوع ارتباط بین عوامل به صورت زیر به تحلیل مسأله پرداخته می‌شود:

۱- اگر $r_i - d_j < 0$ و $r_i + d_j = M$ باشد (M یک عدد بزرگ است) نشان‌دهنده‌ی میزان ارتباط زیاد متغیر i با دیگر متغیرها می‌باشد و نشان می‌دهد اثرپذیری آن بیشتر از اثرگذاری آن است و در نتیجه گفته می‌شود که عنصر i مشکل اصلی مسأله است و باید حل شود.

۲- اگر $r_i - d_j > 0$ و $r_i + d_j = M$ باشد (M یک عدد بزرگ است) نشان‌دهنده‌ی میزان ارتباط زیاد متغیر i با دیگر متغیرها می‌باشد و نشان می‌دهد اثرگذاری آن بیشتر از اثرپذیری آن است و در نتیجه گفته می‌شود که عنصر i مشکل اصلی مسأله را حل می‌کند و بایستی در اولویت قرار گیرد.

۳- اگر $r_i - d_j < 0$ و $r_i + d_j = \varepsilon$ باشد (ε یک عدد کوچک است) نشان‌دهنده‌ی میزان ارتباط کم متغیر i با دیگر متغیرها می‌باشد و نشان می‌دهد اثرپذیری آن بیشتر از اثرگذاری آن است و در نتیجه گفته می‌شود که عنصر i عنصری مستقل است که دیگر عناصر بر روی آن تاثیر می‌گذارند.

۴- اگر $r_i - d_j > 0$ و $r_i + d_j = \varepsilon$ باشد (ε یک عدد کوچک است) نشان‌دهنده‌ی میزان ارتباط کم متغیر i با دیگر متغیرها می‌باشد و نشان می‌دهد اثرگذاری آن بیشتر از اثرپذیری آن است و در نتیجه گفته می‌شود که عنصر i عنصری مستقل است که بر روی تعداد کمی از متغیرها یا عناصر دیگر تاثیر می‌گذارد.

۳-۲) مثال:

یکی از مشاغلی که در سالیان اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است سرمایه‌گذاری در بورس و خرید و فروش سهام سازمان‌ها و شرکت‌ها می‌باشد. یکی از مهم‌ترین مسائل در این نوع سرمایه‌گذاری، در نظر گرفتن معیارهای مناسب برای انتخاب سهام می‌باشد. بدین منظور ۵ شاخص برای انتخاب سهام انتخاب شده است که به صورت زیر است:

A = نرخ بازگشت سرمایه

B = نرخ گردش مالی

C = ضریب نقدینگی

D = ارزش سهام

E = رشد فروش

ماتریس ارتباطات بین معیارها نیز با استفاده از نظرخواهی از خبرگان به صورت جدول ۲-۲ بدست آمده است. جهت تعیین معیارهای پراهمیت از روش دیمتل استفاده نمایید.

جدول ۲-۲: ماتریس ارتباط مستقیم (A) بین معیارهای انتخاب سهام

	A	B	C	D	E
A	۰	۳	۲/۷۰۸	۳/۲۰۸	۳/۱۶۷
B	۳/۱۲۵	۰	۲/۲۹۲	۳/۲۰۸	۲/۹۵۸
C	۲/۳۷۵	۲/۱۶۷	۰	۲/۱۶۷	۲/۵۴۲
D	۳/۱۲۵	۲/۶۶۷	۲/۴۵۸	۰	۲/۷۵
E	۲/۵	۲/۱۲۵	۲/۲۰۸	۲/۴۱۷	۰

حل:

در قدم اول بایستی ماتریس ارتباط مستقیم (A) تشکیل شود که در جدول ۲-۲ نشان داده شده است.

قدم دوم: بی‌مقیاس‌سازی ماتریس ارتباط مستقیم

در این مرحله به منظور بی‌مقیاس‌سازی ماتریس ارتباط مستقیم، جمع سطری و ستونی ماتریس ارتباط مستقیم محاسبه می‌شود و در ادامه مقدار حداکثر مقادیر محاسبه شده بر تمام درایه‌های ماتریس تقسیم می‌شود. بنابراین K به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K = \min \left[\frac{1}{\max[12/0.83, 11/583.9/251, 11, 9/25]}; \frac{1}{\max[11/125, 9/959, 9/666, 11, 11/417]} \right] = 0.083$$

سپس ماتریس بی‌مقیاس‌شده ارتباط مستقیم (D) محاسبه می‌شود که مطابق جدول ۲-۳ می‌باشد. به عنوان نمونه d_{12} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d_{12} = 0.083 \times 3 = 0.248$$

جدول ۲-۳: ماتریس بی‌مقیاس‌شده ارتباط مستقیم (D) بین معیارهای انتخاب سهام

	A	B	C	D	E
A	۰	۰/۲۴۸	۰/۲۲۴	۰/۲۶۵	۰/۲۶۲
B	۰/۲۵۹	۰	۰/۱۹	۰/۲۶۵	۰/۲۴۵
C	۰/۱۹۷	۰/۱۷۹	۰	۰/۱۷۹	۰/۲۱
D	۰/۲۵۹	۰/۲۲۱	۰/۲۰۳	۰	۰/۲۲۸
E	۰/۲۰۷	۰/۱۷۶	۰/۱۸۳	۰/۲	۰

قدم سوم: محاسبه ماتریس ارتباط کامل (T)

در این مرحله نیز با استفاده از ماتریس بی‌مقیاس‌شده ارتباط مستقیم به تشکیل ماتریس اثر کل پرداخته می‌شود که در این ماتریس می‌توان کلیه اثرات مستقیم و غیرمستقیم را مشاهده نمود. ماتریس اثر کل با استفاده از رابطه $D(I - D)^{-1}$ محاسبه می‌شود.

در ادامه نیز مجموع سطرهای ماتریس حاصل برابر با r و مجموع ستون‌های ماتریس حاصل برابر d قرار داده می‌شود و مقادیر $r-d$ و $r+d$ محاسبه می‌شود که در جدول ۲-۴ نشان داده شده است. به عنوان نمونه r_A و d_A به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_A = 1/533 + 1/6 + 1/547 + 1/73 + 1/775 = 8/184$$

$$d_A = 1/533 + 1/695 + 1/389 + 1/631 + 1/402 = 7/649$$

جدول ۴-۲: ماتریس ارتباط کامل

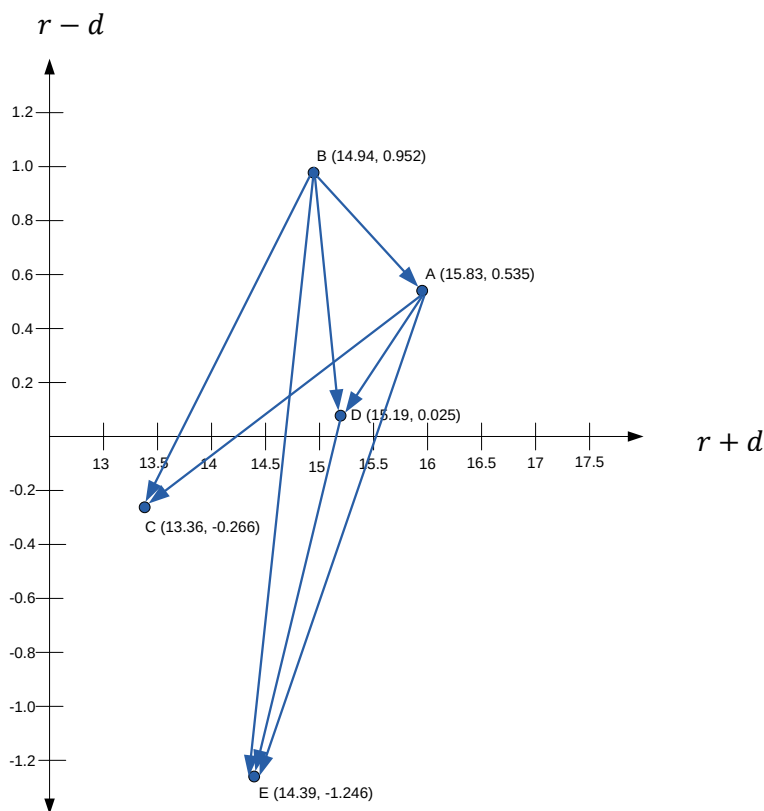
	A	B	C	D	E	r	r+d	r-d
A	۱/۵۳۳	۱/۶	۱/۵۴۷	۱/۷۳	۱/۷۷۵	۸/۱۸۴	۱۵/۸۳۳	۰/۵۳۵
B	۱/۶۹۵	۱/۳۶۲	۱/۴۸۵	۱/۶۸۷	۱/۷۱۹	۷/۹۴۷	۱۴/۹۴۲	۰/۹۵۲
C	۱/۳۸۹	۱/۲۷۳	۱/۰۹۲	۱/۳۶۷	۱/۴۲۷	۶/۵۴۸	۱۳/۳۶۱	-۰/۲۶۶
D	۱/۶۳۱	۱/۴۸۴	۱/۴۳۸	۱/۴۱۴	۱/۶۴۳	۷/۶۱	۱۵/۱۹۵	۰/۰۲۵
E	۱/۴۰۲	۱/۲۷۶	۱/۲۵۱	۱/۳۸۷	۱/۲۵۹	۶/۵۷۵	۱۴/۳۹۷	-۱/۲۴۷
D	۷/۶۴۹	۶/۹۹۵	۶/۸۱۳	۷/۵۸۵	۷/۸۲۲			

قدم چهارم: تعیین ارزش آستانه و ترسیم نمودار ارتباط-اثر

برای محاسبه ارزش آستانه، میانگین تمامی مقادیر ماتریس T محاسبه می‌شود که با توجه به جدول ۲-۴ ارزش آستانه برابر با ۱/۴۷۵ بدست می‌آید. پس از آنکه شدت آستانه تعیین شد، تمامی مقادیر ماتریس T که کوچکتر از آستانه باشد صفر شده، یعنی آن رابطه علی در نظر گرفته نمی‌شود.

جهت ترسیم نمودار ارتباط-اثر تنها به نمایش اثراتی پرداخته می‌شود که سطح اثر آن‌ها از ارزش آستانه مشخص بیشتر باشد. جهت ترسیم نمودار ارتباط-اثر مقادیر $r_i + d_i$ که در قدم قبل محاسبه شد بر روی محور X قرار می‌گیرد و مقادیر $r_i - d_i$ نیز بر روی محور Y قرار می‌گیرد.

نمودار ارتباط-اثر معیارهای انتخاب سهام به صورت شکل ۱-۲ می‌باشد:



شکل ۲-۱: نمودار ارتباط - اثر معیارهای انتخابی سهام

قدم پنجم: تحلیل ارتباطات

در این مرحله به تحلیل هر یک از معیارهای انتخاب سهام پرداخته می‌شود که در زیر به تحلیل تک تک معیارها پرداخته می‌شود:

A (نرخ بازگشت سرمایه): مقادیر $r+d$ و $r-d$ برای این معیار نشان می‌دهد که این معیار با دیگر معیارها دارای ارتباط زیاد می‌باشد و میزان اثرگذاری آن نیز بیشتر از میزان اثرپذیری آن است.

B (نرخ گردش مالی): مقادیر $r+d$ و $r-d$ برای این معیار نشان می‌دهد که این معیار با دیگر معیارها دارای ارتباط زیاد می‌باشد و میزان اثرگذاری آن نیز بیشتر از میزان اثرپذیری آن است.

C (ضریب نقدینگی): مقادیر $r+d$ و $r-d$ برای این معیار نشان می‌دهد که این معیار با دیگر معیارها دارای ارتباط زیاد می‌باشد و میزان اثرپذیری آن نیز بیشتر از میزان اثرگذاری آن است.

D (ارزش سهام): مقادیر $r+d$ و $r-d$ برای این معیار نشان می‌دهد که این معیار با دیگر معیارها دارای ارتباط زیاد می‌باشد و میزان اثرپذیری آن نیز تقریباً برابر با اثرگذاری آن است.

E (رشد فروش): مقادیر $r+d$ و $r-d$ برای این معیار نشان می‌دهد که این معیار با دیگر معیارها دارای ارتباط زیاد می‌باشد و میزان اثرپذیری آن نیز بیشتر از میزان اثرگذاری آن است.

- ملازاده گل محله، مهدی. لشکریان، حمیدرضا. شیخ‌محمدی، مجید. میرزایی، کمال. (۱۳۹۸)، ارزیابی معیارهای عملیات شبکه محور بر پایه روش دیمتل، نشریه علمی پدافند الکترونیکی و سایبری، سال هفتم، شماره ۱، صفحه ۱۵۳-۱۳۹.
- حقیقت، عطیه. (۱۳۹۶)، ارائه مدل اولویت‌بندی عوامل موثر بر نوآوری باز با استفاده از روش دیمتل، فصلنامه رشد فناوری، سال سیزدهم، شماره ۵۱، صفحه ۸-۱۵.
- نمازی، محمد. رجب دری، حسین. (۱۳۹۶)، بررسی تعامل سازه‌های الگوی توسعه پایدار اخلاق حرفه‌ای حسابداری با استفاده از فن دیمتل، پژوهش‌های حسابداری مالی، سال نهم، شماره ۱، صفحه ۹۰-۷۱.
- حاجیه‌ها، زهره. رجب دری، حسین. (۱۳۹۵)، بررسی میزان تعامل ابعاد موثر در حسابداری اسلامی با استفاده از تکنیک دیمتل، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار- سال اول، شماره ۳، صفحه ۱۳۱-۱۱۹.
- امیدوار، رضا. سرداری، احمد. یزدانی، ناصر. (۱۳۹۴)، رتبه‌بندی موانع مدیریت زنجیره تامین سبز با استفاده از روش دیمتل مطالعه موردی: شرکت پارس خودرو، فصلنامه علمی- پژوهشی تحقیقات بازاریابی نوین، سال پنجم، شماره ۲، صفحه ۱۴-۱.
- محمدپور، علی. میرزاپور باباجان، اکبر. (۱۳۹۳)، تجزیه و تحلیل معیارهای انتخاب پرتفوی با استفاده از تکنیک دیمتل، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۳، صفحه ۱۳۱-۱۱۹.
- Sheng-Li, S., Xiao-Yue, Y., Hu-Chen, L., and Zhang, P. (۲۰۱۸). "DEMATEL Technique: A Systematic Review of the State-of-the-Art

Literature on Methodologies and Applications”. Mathematical Problems in Engineering, Vol. ۲۰۱۸, pp. ۱-۳۳.

- Wang, Z., Mathiyazhagan, K., Xu, L., and Diabat, A. (۲۰۱۶). “A decision making trial and evaluation laboratory approach to analyze the barriers to Green Supply Chain Management adoption in a food packaging company”. Journal of Cleaner Production, Vol. ۱۱۷, pp. ۱۹-۲۸.
- Shieh, J. I., Wu, H. H., and Huang, K. K. (۲۰۱۰). “A DEMATEL method in identifying key success factors of hospital service quality”. Knowledge-Based Systems, Vol. ۲۳, No. ۳, pp. ۲۷۷-۲۸۲.

21 Methods

LINMAP 3

بخش سوم: روش برنامه‌ریزی خطی برای تحلیل چند بعدی ترجیحات^۱

۳-۱) مقدمه

روش برنامه‌ریزی خطی برای تحلیل چند بعدی ترجیحات (لینمپ)^۲ در سال ۱۹۷۳ توسط سرینیواسان و شوکر^۳ ارائه شده است. ورودی این روش اولویت‌بندی گزینه‌ها به صورت مقایسات زوجی گزینه‌ها از منظر خبره و تصمیم‌گیرنده بوده و خروجی آن مجموعه‌ای از اوزان برای گزینه‌ها می‌باشد. توانایی وزن‌دهی و اولویت‌بندی همزمان این روش، منجر به کاهش خطای ناشی از اعمال نظرات و قضاوت نادرست کارشناس یا خبره می‌شود. از سوی دیگر در روش لینمپ نیازی به نرمال‌سازی مقادیر داده‌ها نیست و از دیگر مزیت‌های این روش می‌توان امکان تحلیل حساسیت بر روی متغیرها و محدودیت‌های مساله را بیان کرد. این روش یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه جبرانی است و به دنبال یافتن گزینه‌ای است که کمترین فاصله را با حالت ایده‌آل ممکن

^۱ Linear Programming for Multidimensional Analysis of Preference

^۲ LINMAP

^۳ Srinivasan and Shocker

داشته باشد. در روش لینمپ اگر که تعداد گزینه‌ها بیشتر از تعداد شاخص‌ها باشد، منجر به نتایج بهتری خواهد شد چون اگر تعداد شاخص‌ها بیشتر از تعداد گزینه‌ها باشد تصمیم‌گیری برای خبره جهت انجام مقایسات زوجی مشکل خواهد بود.

۳-۲) مراحل روش لینمپ

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها.

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: مقایسه دو به دو گزینه‌ها توسط خبره

اولویت ترجیحات بین گزینه‌ها با استفاده از مجموعه‌ی زیر توسط خبره یا تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود.

$$\Omega = \{(k, l) | x_k \geq x_l, (k, l = 1, 2, \dots, m)\}$$

مجموعه‌ی $\Omega = (k, l)$ نشان‌دهنده‌ی زوج‌های x_k و x_l می‌باشد به طوری که گزینه k بر گزینه l ارجحیت دارد.

نکته: مجموعه Ω حداکثر دارای $\frac{m(m-1)}{2}$ عضو می‌باشد.

نکته: در این روش مقایسات زوجی گزینه‌ها در مجموعه‌ی Ω الزامی به سازگار بودن ندارند.

قدم سوم: محاسبه فاصله هر گزینه تا گزینه ایده‌آل

فاصله گزینه‌ی x_i از گزینه‌ی ایده‌آل به صورت فاصله اقلیدسی وزین (d_i) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n w_j (x_{ij} - x_j)^2} \quad i=1, 2, 3, \dots, m$$

$$s_i = d_i^{-1} = \sum_{j=1}^n w_j (x_{ij} - x_j)^2 \quad i=1, 2, 3, \dots, m$$

در عبارت بالا d_i نشان‌دهنده‌ی فاصله‌ی گزینه i ام از گزینه‌ی ایده‌آل، w_j وزن شاخص‌ها و x_{ij} مقادیر ماتریس تصمیم‌گیری است.

با توجه به اینکه در این روش فرض بر آن است که تصمیم‌گیرنده گزینه‌هایی با کمترین فاصله به نقطه ایده‌آل را انتخاب خواهد کرد، بنابراین با حل یک مدل ریاضی غیرخطی و تبدیل آن به مدل خطی، وزن معیارها (w_j) و مقادیر گزینه ایده‌آل (x_j) محاسبه می‌شود. به طوری که w_j و x_j متغیرهای مسئله در تابع هدف محسوب می‌شوند و x_{ij} ها نیز پارامترهای مدل به حساب می‌آیند. بنابراین مقادیر گزینه ایده‌آل و وزن هر معیار مجهول‌های مدل می‌باشند که پس از حل مدل تعیین می‌گردد.

نکته: به منظور راحتی محاسبات برای محاسبه فاصله هر گزینه تا گزینه ایده‌آل از رابطه s_i به جای d_i استفاده می‌شود.

قدم چهارم: محاسبه درجه عدم تناسب^۱ (B) و درجه تناسب^۲ (G)

برای هر زوج مرتب شده‌ی $\Omega = (k, l)$ وقتی k بر l ارجح است که، فاصله‌ی گزینه k از گزینه‌ی ایده‌آل کمتر از فاصله‌ی گزینه‌ی l تا گزینه‌ی ایده‌آل باشد، بنابراین باید داشته باشیم:

$$s_k \leq s_l$$

با این حساب اگر $s_k > s_l$ باشد، در این صورت $(s_l - s_k)^-$ را بدی^۳ یا نامطلوبی یا انحراف و یا ناسازگاری در قضاوت تصمیم‌گیرنده در نظر می‌گیریم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(s_l - s_k)^- = \begin{cases} 0 & \text{if } s_k \leq s_l \\ s_k - s_l & \text{if } s_l < s_k \end{cases}$$

اگر فاصله رعایت شده باشد
در غیر این صورت (به اندازه $s_k - s_l$ نامطلوبی داریم)

$$(s_l - s_k)^- = \text{Max}\{0, (s_k - s_l)\}$$

^۱ Poorness of fit

^۲ Goodness of fit

^۳ Badness

مجموع انحرافات فوق ناشی از مقایسات زوجی $(x_k, x_l) \in \Omega$ را با B نشان می‌دهیم، بنابراین:

$$B = \text{درجه عدم تناسب} = \sum_{(k,l) \in \Omega} (s_k - s_l)^- = \sum_{(k,l) \in \Omega} \text{Max}\{0, (s_k - s_l)\}$$

در رابطه بالا نماد Max به معنی این است که حتی اگر $s_k - s_l$ (انحراف) بسیار ناچیز باشد از صفر بیشتر است و باید در محاسبات در نظر گرفته شود و اگر $s_k - s_l$ منفی باشد در این صورت عدد صفر بیشترین خواهد بود و یعنی انحراف وجود ندارد.

در مقابل B ارزش دیگری به نام درجه تناسب (G) وجود دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(s_l - s_k)^+ = \begin{cases} 0 & \text{if } s_l < s_k \\ (s_k - s_l) & \text{if } s_k \leq s_l \end{cases}$$

اگر فاصله رعایت شده باشد
در غیر این صورت (به اندازه $s_k - s_l$ نامطلوبی داریم)

به طوریکه خواهیم داشت:

$$G = \text{درجه تناسب} = \sum_{(k,l) \in \Omega} (s_k - s_l)^+$$

قدم پنجم: تعیین هدف اصلی مسئله

هدف اصلی مسئله حداقل کردن B است، پس خواهیم داشت:

$$\text{Min} \sum_{(k,l) \in \Omega} (s_k - s_l)^- = \sum_{(k,l) \in \Omega} \text{Max}\{0, (s_k - s_l)\}$$

با قراردادادن z_{kl} به جای $\text{Max}\{0, (s_k - s_l)\}$ خواهیم داشت:

$$\text{Min } z = \sum_{(k,l) \in \Omega} z_{kl}$$

قدم نهم: تعیین محدودیت‌های مسئله

در این گام محدودیت‌های مدل به صورت رابطه زیر تعیین می‌شود. شرط اصلی مدل این است که مجموع سازگاری‌ها (G) به طور قابل ملاحظه‌ای از مجموع ناسازگاری‌ها (B) بیشتر باشد. بنابراین باید داشته باشیم:

$$G > B$$

به جای محدودیت فوق می‌توان رابطه زیر را جایگزین کرد:

$$G - B = h$$

که در رابطه بالا h یک مقدار ثابت و دلخواه است که معمولاً برابر با ۱ قرار داده می‌شود. مقدار $G - B$ از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$G - B = \sum_{(k,l) \in \Omega} (S_l - S_k)^+ - \sum_{(k,l) \in \Omega} (S_l - S_k)^- = \sum_{(k,l) \in \Omega} [(S_l - S_k)^+ - (S_l - S_k)^-]$$

با جایگذاری مقادیر روابط S_l و S_k و ساده‌سازی آنها و با توجه به روابط پیشین، محدودیت‌های مسئله به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$\sum_{j=1}^n w_j (x_{lj}^y - x_{kj}^y) - \gamma \sum_{j=1}^n v_j (x_{lj} - x_{kj}) + z_{kl} \geq 0$$

محدودیت فوق براساس تابع هدف مسئله ($\text{Min } z = \sum_{(k,l) \in \Omega} z_{kl}$) و با توجه به روابط $G > B$ و رابطه S_i ایجاد می‌شود. همچنین این محدودیت به تعداد اعضای مقایسات زوجی Ω در مدل تکرار می‌شود.

$$\sum_{j=1}^n w_j \sum_{(k,l) \in \Omega} (x_{lj}^y - x_{kj}^y) - \gamma \sum_{j=1}^n v_j \sum_{(k,l) \in \Omega} (x_{lj} - x_{kj}) = h$$

محدودیت فوق نیز بر اساس رابطه $G - B = h$ و همچنین رابطه S_i تشکیل می‌شود.

نکته: در روابط بالا به منظور اینکه مدل از حالت خطی خارج نشود، $w_j \times x_j$ را برابر با v_j قرار می‌دهیم.

قدم هفتم: تشکیل مدل بهینه‌سازی مسئله

با توجه به قدم‌های پنجم و ششم مدل بهینه‌سازی مسئله را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$\text{Min } z = \sum_{(k,l) \in \Omega} z_{kl}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n w_j (x_{lj}^y - x_{kj}^y) - \sum_{j=1}^n v_j (x_{lj} - x_{kj}) + z_{kl} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^n w_j \sum_{(k,l) \in \Omega} (x_{lj}^y - x_{kj}^y) - \sum_{j=1}^n v_j \sum_{(k,l) \in \Omega} (x_{lj} - x_{kj}) = h$$

$$w_j \geq 0$$

$$v_j = \text{آزاد در علامت}$$

$$z_{kl} \geq 0 \quad \text{برای } (k, l) \in \Omega$$

نکته: در روش لینمپ تابع هدف نشان‌دهنده‌ی میزان سازگاری نظر تصمیم‌گیرنده با اطلاعات واقعی است. در بهترین حالت، مقدار تابع هدف برابر صفر می‌شود. تابع هدف غیرصفر به مفهوم ناسازگاری و متغیر $z_{kl} \neq 0$ نشان‌دهنده‌ی زوج ناسازگار است و ضرورت دارد که تصمیم‌گیرنده ترجیحات خود را اصلاح کند.

نکته: تعداد محدودیت‌ها و متغیرهای تصمیم مدل بهینه‌سازی مسئله در این روش عبارت است از:

$$\text{تعداد متغیرها} = \left(n + n + \frac{m(m-1)}{2} \right) \quad m = 1, 2, \dots, i \quad n = 1, 2, \dots, j$$

$$\text{تعداد محدودیت‌ها} = \left(\frac{m(m-1)}{2} + 1 \right) \quad m = 1, 2, \dots, i$$

نکته: محدودیت $\sum W_j = 1$ نیز می‌تواند به منظور نرمال‌سازی W_j ها به محدودیت‌های مسئله اضافه شود.

قدم هشتم: حل مدل و استخراج جواب‌ها

در این گام مدل را به شیوه‌ی مناسب حل کرده و V_j و W_j ها استخراج می‌شوند، سپس براساس V_j و W_j های بدست آمده، می‌توان X_j ها را محاسبه کرد.

در واقع از حل مدل برنامه‌ریزی خطی بیان شده می‌توان حالات زیر را نتیجه‌گیری کرد:

اگر $W_j > 0$ باشد در این صورت مقدار X_j از رابطه‌ی $\frac{V_j}{W_j}$ بدست می‌آید و اگر $W_j = 0$ و $V_j = 0$ باشد مقدار $X_j = 0$ می‌باشد. بنابراین در صورتی که $W_j \geq 0$ و $V_j \geq 0$ باشد فاصله هر گزینه تا گزینه ایده‌آل از رابطه‌ی S_i حاصل خواهد شد.

اگر $W_j = 0$ و $V_j > 0$ باشد مقدار X_j برابر با مثبت بی‌نهایت می‌باشد و اگر $W_j = 0$ و $V_j < 0$ باشد مقدار X_j برابر با منفی بی‌نهایت می‌باشد. در این صورت S_i (فاصله هر گزینه تا گزینه ایده‌آل) از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود^۱:

$$s_i' = d_i' = -2 \sum_{j'=1}^n v_{j'} x_{ij'} \quad j' = (j/w_j = 0, v_j \neq 0) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

در نهایت $S_i'' = S_i + s_i'$ محاسبه می‌شود و بر اساس S_i'' حاصل شده، رتبه گزینه‌ها تعیین می‌شود. هرچه مقدار S_i'' کوچکتر باشد، رتبه گزینه i ام بالاتر است.

گام نهم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در گام آخر گزینه‌ها را رتبه‌بندی می‌کنیم. با توجه به جواب‌های حاصل از مدل و با داشتن V_j و W_j ، X_j را محاسبه می‌کنیم و سپس فواصل تا گزینه بهینه را محاسبه و سپس به صورت صعودی مرتب می‌نماییم.

۱ اثبات رابطه‌ی $s_i' = d_i' = -2 \sum_{j'=1}^n v_{j'} x_{ij'}$ در کتاب تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه (با پیاده‌سازی نرم افزاری) از مجید اسماعیلیان و سمیه محمدی انتشارات دانشگاه اصفهان سال ۱۳۹۵ آورده شده است.

۳-۳) مثال:

به منظور تعیین بهترین موضوعات برنامه‌ای صدا و سیما، ۵ موضوع برنامه‌ای در نظر گرفته شده است. به منظور انتخاب و اولویت‌بندی موضوعات برنامه‌ای، سه شاخص نیاز جوانان، علائق جوانان و میزان بیننده در نظر گرفته شده که در جدول ۳-۱ مشخص شده است. با توجه به نظرات اولیه تصمیم‌گیرنده در مورد گزینه‌ها با استفاده از روش لیمپ به اولویت‌بندی موضوعات برنامه‌ای زیر پردازید.

جدول ۳-۱: ماتریس تصمیم‌گیری موضوعات برنامه‌ای

میزان بیننده (+)	علائق جوانان (+)	نیاز جوانان (+)	معیارها گزینه‌ها
متوسط	خیلی بالا	خیلی بالا	۱- اقتصادی
بالا	بالا	بالا	۲- سیاسی
خیلی بالا	خیلی بالا	خیلی بالا	۳- فرهنگی و اجتماعی
خیلی بالا	خیلی بالا	خیلی بالا	۴- ورزشی
متوسط	متوسط	بالا	۵- هنر و ادب

اگر اهداف سازمانی را به صورت مقایسه اهمیت موضوعات نسبت به یکدیگر در نظر بگیریم، اولویت رابطه بین گزینه‌ها توسط خبرگان به صورت زیر مشخص خواهد شد. به عنوان نمونه (۲،۱) یعنی گزینه ۲ (موضوع سیاسی) بر گزینه ۱ (موضوع اقتصادی) ارجحیت دارد.

$$\Omega = \{(2,1), (3,1), (2,4), (2,5), (3,5), (2,3), (1,5)\}$$

حل:

در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از طیف ساعتی کمی می‌شود که در جدول ۳-۲ نشان داده شده است:

جدول ۳-۲: ماتریس تصمیم‌گیری کمی موضوعات برنامه‌ای

میزان بیننده (+)	علاقه جوانان (+)	نیاز جوانان (+)	معیارها گزینه‌ها
۵	۹	۹	۱- اقتصادی
۷	۷	۷	۲- سیاسی
۹	۹	۹	۳- فرهنگی و اجتماعی
۹	۹	۹	۴- ورزشی
۵	۵	۷	۵- هنر و ادب

سپس مسئله به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

$$\text{Min } z = z_{r1} + z_{r3} + z_{rf} + z_{r5} + z_{r5} + z_{r3} + z_{15}$$

s.t

$$w_1(9^r - 7^r) + w_r(9^r - 7^r) + w_r(5^r - 7^r) - 2v_1(9 - 7) - 2v_r(9 - 7) - 2v_r(5 - 7) + z_{r1} \geq 0; (2,1) \in \Omega$$

$$w_1(9^r - 9^r) + w_r(9^r - 9^r) + w_r(5^r - 9^r) - 2v_1(9 - 9) - 2v_r(9 - 9) - 2v_r(5 - 9) + z_{r1} \geq 0; (3,1) \in \Omega$$

$$w_1(9^r - 7^r) + w_r(9^r - 7^r) + w_r(9^r - 7^r) - 2v_1(9 - 7) - 2v_r(9 - 7) - 2v_r(9 - 7) + z_{rf} \geq 0; (2,4) \in \Omega$$

$$w_1(7^r - 7^r) + w_r(5^r - 7^r) + w_r(5^r - 7^r) - 2v_1(7 - 7) - 2v_r(5 - 7) - 2v_r(5 - 7) + z_{r5} \geq 0; (2,5) \in \Omega$$

$$w_1(7^r - 9^r) + w_r(5^r - 9^r) + w_r(5^r - 9^r) - 2v_1(7 - 9) - 2v_r(5 - 9) - 2v_r(5 - 9) + z_{r5} \geq 0; (3,5) \in \Omega$$

$$w_1(9^r - 7^r) + w_r(9^r - 7^r) + w_r(9^r - 7^r) - 2v_1(9 - 7) - 2v_r(9 - 7) - 2v_r(9 - 7) + z_{r3} \geq 0; (2,3) \in \Omega$$

$$w_1(7^r - 9^r) + w_r(5^r - 9^r) + w_r(5^r - 5^r) - 2v_1(7 - 9) - 2v_r(5 - 9) - 2v_r(5 - 5) + z_{15} \geq 0; (1,5) \in \Omega$$

$$\begin{aligned}
 & w_1((9^2 - 7^2) + (9^2 - 9^2) + (9^2 - 7^2) + (7^2 - 7^2) + (7^2 - 9^2) + (9^2 - 7^2) \\
 & \quad + (7^2 - 9^2)) \\
 & \quad + w_2((9^2 - 7^2) + (9^2 - 9^2) + (9^2 - 7^2) + (5^2 - 7^2) + (5^2 - 9^2) \\
 & \quad + (9^2 - 7^2) + (5^2 - 9^2)) \\
 & \quad + w_3((5^2 - 7^2) + (5^2 - 9^2) + (9^2 - 7^2) + (5^2 - 7^2) + (5^2 - 9^2) \\
 & \quad + (9^2 - 7^2) + (5^2 - 5^2)) \\
 & - 2v_1((9 - 7) + (9 - 9) + (9 - 7) + (7 - 7) + (7 - 9) + (9 - 7) \\
 & \quad + (7 - 9)) \\
 & - 2v_2((9 - 7) + (9 - 9) + (9 - 7) + (5 - 7) + (5 - 9) + (9 - 7) \\
 & \quad + (5 - 9)) \\
 & - 2v_3((5 - 7) + (5 - 9) + (9 - 7) + (5 - 7) + (5 - 9) + (9 - 7) \\
 & \quad + (5 - 5)) = 1
 \end{aligned}$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

$$w_j \geq 0.05$$

در نهایت مدل به صورت زیر ساده سازی و سپس با استفاده از نرم افزار اکسل حل می‌شود.

$$Min \ z = z_{r1} + z_{r1} + z_{rf} + z_{r5} + z_{r5} + z_{r3} + z_{15}$$

s.t

$$32w_1 + 32w_2 - 24w_3 - 4v_1 - 4v_2 + 4v_3 + z_{r1} \geq 0; (2,1) \in \Omega$$

$$-56w_2 + 18v_2 + z_{r1} \geq 0; (3,1) \in \Omega$$

$$32w_1 + 32w_2 + 32w_3 - 4v_1 - 4v_2 - 4v_3 + z_{rf} \geq 0; (2,f) \in \Omega$$

$$-24w_2 - 24w_3 + 4v_2 + 4v_3 + z_{r5} \geq 0; (2,5) \in \Omega$$

$$-32w_1 - 56w_2 - 56w_3 + 4v_1 + 18v_2 + 18v_3 + z_{r5} \geq 0; (3,5) \in \Omega$$

$$32w_1 + 32w_2 + 32w_3 - 4v_1 - 4v_2 - 4v_3 + z_{r3} \geq 0; (2,3) \in \Omega$$

$$-32w_1 - 56w_2 + 4v_1 + 18v_2 + z_{15} \geq 0; (1,5) \in \Omega$$

$$32w_1 - 40w_2 - 96w_3 - 4v_1 + 18v_2 + 16v_3 = 1$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

$$w_j \geq 0.05$$

بر طبق مدل حل شده، جواب بهینه عبارت است از:

$$w_1 = 0.05 \quad w_2 = 0.9 \quad w_3 = 0.05 \quad v_1 = 2/175 \quad v_2 = 5/412 \quad v_3 = 0.35$$

بنابراین X_j ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$X_1 = \frac{V_1}{W_1} = \frac{2/175}{0/05} = 43/5$$

$$X_2 = \frac{V_2}{W_2} = \frac{5/412}{0/9} = 6/01$$

$$X_3 = \frac{V_3}{W_3} = \frac{0/35}{0/05} = 7$$

سپس با توجه به X_j های محاسبه شده، فاصله اقلیدسی هر گزینه تا گزینه ایده‌آل محاسبه می‌شود و

سپس براساس S_i های بدست آمده گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند که در جدول ۳-۳ آمده است.

به عنوان نمونه S_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_1 = 0/05 \times (9 - 43/5)^2 + 0/9 \times (9 - 6/01)^2 + 0/05 \times (5 - 7)^2 = 67/758$$

جدول ۳-۳: رتبه‌بندی گزینه‌ها

گزینه	فاصله اقلیدسی (S_i)	رتبه
اقتصادی	۶۷/۷۵۸	۳
سیاسی	۶۷/۴۹۴	۱
فرهنگی و اجتماعی	۶۷/۷۵۸	۳
ورزشی	۶۷/۷۵۸	۳
هنر و ادب	۶۷/۷۳	۲

۳-۴) مثال^۱:

به منظور تاسیس یک کارخانه، سه محل در نظر گرفته شده است. به منظور انتخاب محل مناسب از میان محل‌های کاندید شده، ۸ معیار را به عنوان معیارهای ارزیابی خود در نظر گرفته است که در جدول ۳-۴ مشخص شده است. با استفاده از روش لینپ محل مناسب را انتخاب نمایید.

جدول ۳-۴: ماتریس تصمیم‌گیری محل تاسیس کارخانه

معیارها / گزینه‌ها	نزدیکی و دسترسی به مواد اولیه (+)	فاصله تا منابع آب (km) (-)	فاصله تا منابع برق (km) (-)	فاصله تا منابع گاز (km) (-)	شرایط زیست محیطی (+)	دسترسی به نیروی کار (+)	نزدیکی به بازار فروش (مسافت km) (-)	کیفیت زمین (+)
امین آباد	۹	۱۰۰	۸۶	۹۶/۵	۹	۵	۱۲۷	۹
نظنر	۷	۶۰	۶۵	۸۰	۹	۵	۱۰۸	۵
مهیاری	۷	۴۹/۲	۷۳	۳۱/۸	۵	۹	۶۱	۹

اولویت رابطه بین گزینه‌ها توسط خبرگان به صورت زیر مشخص شده است:

$$\Omega = \{(1,2), (3,1), (3,2)\}$$

حل:

در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش خطی بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۳-۵ نشان داده شده است:

۱ مثال مربوطه برگرفته از مقاله "انتخاب محل مناسب جهت احداث کارخانه سیمان با استفاده از روش LINMAP با مطالعه موردی در سه حوزه صنعتی استان اصفهان"

جدول ۳-۵: ماتریس بی‌مقیاس شده محل تأسیس کارخانه

معیارها	نزدیکی و دسترسی به مواد اولیه (+)	فاصله تا منابع آب (km) (+)	فاصله تا منابع برق (km) (+)	فاصله تا منابع گاز (km) (+)	شرایط زیست محیطی (+)	دسترسی به نیروی کار (+)	نزدیکی به بازار فروش (مسافت km) (+)	کیفیت زمین (+)
گزینه‌ها								
امین آباد	۱	۰/۴۹۲	۰/۷۵۶	۰/۳۳	۱	۰/۵۵۶	۰/۴۸	۱
نظرن	۰/۷۷۸	۰/۸۲	۱	۰/۳۹۸	۱	۰/۵۵۶	۰/۵۶۵	۰/۵۵۶
مهیاری	۰/۷۷۸	۱	۰/۸۹	۱	۰/۵۵۶	۱	۱	۱

نکته: در روش لینمپ نیازی به بی‌مقیاس سازی داده‌ها نیست اما در این مثال ابتدا داده‌ها بی‌مقیاس شده‌اند.

سپس مسئله به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود و با روش سیمپلکس حل می‌شود:

$$\min z = z_{12} + z_{31} + z_{32}$$

s.t

$$-0.395w_1 + 0.430w_r + 0.429w_r + 0.49w_f + 0.88w_v - 0.69w_\lambda + 0.444v_1 - 0.656v_r - 0.488v_r - 0.136v_f - 0.169v_v + 0.889v_\lambda + z_{12} \geq 0; (1,2) \in \Omega$$

$$-0.395w_1 - 0.758w_r - 0.22w_r - 0.89w_f + 0.691w_\delta - 0.69w_\phi - 0.77w_v - 0.444v_1 + 1/0.16v_r + 0.269v_r + 1/341v_f - 0.889v_\delta + 0.889v_\phi + 1/0.39v_v + z_{31} \geq 0; (3,1) \in \Omega$$

$$-0.328w_r + 0.207w_r - 0.84w_f + 0.691w_\delta - 0.69w_\phi - 0.68w_v - 0.69w_\lambda - 0.36v_r + 0.219v_r - 1/205v_f + 0.889v_\delta - 0.89v_\phi - 0.87v_v - 0.89v_\lambda + z_{32} \geq 0; (3,2) \in \Omega$$

$$-0.655w_r + 0.414w_r - 1/68w_f + 1/383w_\delta - 1/38w_\phi - 1/36w_v - 1/38w_\lambda = 1$$

$$w_1 + w_r + w_r + w_f + w_\delta + w_\phi + w_v + w_\lambda = 1$$

$$w_1, w_r, w_r, w_f, w_\delta, w_\phi, w_v, w_\lambda, z_{12}, z_{31}, z_{32} \geq 0$$

آزاد در علامت $v_1, v_r, v_r, v_f, v_\delta, v_\phi, v_v, v_\lambda$

بر طبق مدل حل شده، جواب بهینه حاصل شده برای W_j و X_j در جدول ۳-۶ آورده شده است:

جدول ۳-۶: نتایج مدل برنامه‌ریزی خطی

معیارها / گزینه‌ها	نزدیکی و دسترسی به مواد اولیه (+)	فاصله تا منابع آب (km) (-)	فاصله تا منابع برق (km) (-)	فاصله تا منابع گاز (km) (-)	شرایط زیست محیطی (+)	دسترسی به نیروی کار (+)	نزدیکی به بازار فروش (مسافت km) (-)	کیفیت زمین (+)
W_j	۰	۰	۰	۰	۰/۸۶۲	۰/۱۳۸	۰	۰
X_j	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

سپس با توجه به X_j های محاسبه شده، فاصله اقلیدسی هر گزینه تا گزینه ایده‌آل محاسبه می‌شود که در جدول ۳-۷ آمده است:

به عنوان نمونه S_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_1 = 0 \times (1 - 0)^2 + 0 \times (0/492 - 0)^2 + 0 \times (0/756 - 0)^2 + 0 \times (0/33 - 0)^2 \\ + 0/862 \times (1 - 0)^2 + 0/138 \times (0/556 - 0)^2 + 0 \times (0/48 - 0)^2 \\ + 0 \times (1 - 0)^2 = 0/938$$

جدول ۳-۷: رتبه‌بندی گزینه‌ها

رتبه	فاصله اقلیدسی (S_i)	گزینه
۲	۰/۹۳۸	امین آباد
۲	۰/۹۳۸	نطنز
۱	۰/۶۱۷	مهی‌ار

- متفکر فرد، روشنگر. شیرویه‌زاد، هادی. (۱۳۹۵)، انتخاب محل مناسب جهت احداث کارخانه سیمان با استفاده از روش LINMAP با مطالعه موردی در سه حوزه صنعتی استان اصفهان، نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۱، شماره ۲، صفحه ۷۹-۹۲.
- رضایان، سحر. جوزی، علی. عطائی، صدف. (۱۳۹۴)، بررسی اثرات محیط زیستی سد رودبار لرستان در مراحل بهره‌برداری با استفاده از نرم‌افزار MIKE11 و تکنیک، محیط زیست طبیعی، منابع طبیعی ایران، دوره ۶۸، شماره ۳، صفحه ۴۳۰-۴۱۳.
- اسماعیلیان، مجید. محمدی شاهپوردی، سمیه. علی محمدی کمال آبادی، مسلم. (۱۳۹۳)، مکانیابی چندمعیاره پیوسته با استفاده از PROMETHEE-IV و LINMAP، مدیریت تولید و عملیات، دوره ۷، پیاپی ۱۲، شماره ۱، صفحه ۶۴-۴۹.
- زندی، فرانک. رحیمی، بتول. (۱۳۸۵)، کاربرد روش تصمیم‌گیری چند معیاره LINMAP برای اولویت موضوعات برنامه‌های رسانه‌ای، مدیریت فردا، فصلنامه اطلاع‌رسانی، آموزشی و پژوهشی، سال چهارم، شماره ۱۵ و ۱۶.
- Ferrara, M., Rasouli, S., Khademi, M., and Salimi, M. (۲۰۱۷). "A robust optimization model for a decision-making problem: An application for stock market". Operations Research Perspectives, Vol. ۴, pp. ۱۴۱-۱۳۶.
- Wang, W., and Liu, X. (۲۰۱۳). "An extended LINMAP method for multi-attribute group decision making under interval-valued intuitionistic fuzzy environment". Procedia Computer Science, Vol. ۱۷, pp. ۴۹۷-۴۹۰.

21 Methods



بخش چهارم: روش چند معیاره انعطاف‌پذیر^۱

۴-۱) مقدمه

روش چند معیاره انعطاف‌پذیر (کوالی فلکس^۲) توسط پالینک^۳ در سال ۱۹۷۸ معرفی شده است. ریشه این روش به روش جایگشت^۴ که توسط لاگرز^۵ معرفی شد بازمی‌گردد. روش کوالی فلکس به دلیل انعطاف‌پذیری و نمایش اطلاعات به صورت ترتیبی یک روش مفید در تجزیه و تحلیل تصمیم‌گیری‌ها است. این روش در مرز روش‌های جبرانی و غیرجبرانی قرار می‌گیرد و در این روش نیازی به تبدیل معیارهای کیفی به کمی نمی‌باشد. این تکنیک قادر به محاسبه وزن معیارها نیست و هدف آن رتبه‌بندی گزینه‌های مساله تصمیم‌گیری است. از محدودیت‌های این روش، این است که برای تعداد گزینه‌های زیاد چندان مورد استفاده قرار نمی‌گیرد.

^۱ A Flexible Multiple-Criteria Method

^۲ Qualiflex

^۳ Paelinck

^۴ Permutation

^۵ Lagreze

۴-۲) مراحل روش کوالی فلکس

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و تعیین وزن اهمیت

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و وزن شاخص‌های مربوطه توسط خبره تعیین می‌شود.

قدم دوم: تعیین جایگشت گزینه‌ها

در قدم دوم جایگشت گزینه‌ها محاسبه می‌شود. اگر تعداد گزینه‌ها m باشد تعداد جایگشت گزینه‌ها برابر با $m!$ است.

قدم سوم: رتبه‌بندی گزینه‌ها براساس شاخص‌ها

در این قدم، گزینه‌ها را بر اساس هر شاخص رتبه‌بندی می‌کنیم. به گزینه برتر در هر شاخص رتبه ۱ را اختصاص می‌دهیم و به همین ترتیب سایر گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند.

قدم چهارم: محاسبه مقادیر غالب و مغلوب

در قدم چهارم جایگشت‌های محاسبه شده در قدم دوم با رتبه‌ی هر یک از گزینه‌ها برای یک شاخص سنجیده می‌شود و اگر جایگشت با مقادیر رتبه‌بندی شده در قدم سوم مطابقت داشته باشد، آن گزینه مقدار ۱ و اگر مطابقت نداشته باشد مقدار ۰- و زمانی که دو گزینه در یک شاخص برابر باشند مقدار صفر اختصاص داده می‌شود.

قدم پنجم: تشکیل ماتریس جایگشت گزینه‌ها و شاخص‌ها

مقادیر محاسبه شده در قدم چهارم به تفکیک برای تمام جایگشت‌ها و شاخص‌ها محاسبه و وارد جدول می‌شوند.

قدم ششم: محاسبه مقدار جایگشت گزینه‌ها و انتخاب گزینه برتر

مقدار جایگشت هر شاخص را در وزن آن ضرب کرده و سپس مجموع آنها به صورت سطری به عنوان مقدار جایگشت هر گزینه محاسبه می‌شود، بیشترین مقدار جایگشت نشان‌دهنده‌ی جایگشت برتر خواهد بود.

۴-۳) مثال:

یک فروشگاه زنجیره‌ای به منظور تامین محصولات لبنی و نوشیدنی خود قصد انتخاب یک تامین کننده از میان ۳ تامین کننده را دارد. بدین منظور ۴ شاخص که در جدول تصمیم گیری ۴-۱ آمده است در نظر گرفته شده است.

جدول ۴-۱: ماتریس تصمیم گیری انتخاب تامین کننده

معیارها گزینه ها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	اعتبار تامین کننده (+)	کیفیت موردنیاز (+)
A _۱	۳۲۰۰	۷	کم	خیلی زیاد
A _۲	۲۴۰۰	۱۰	کم	زیاد
A _۳	۲۵۰۰	۵	متوسط	متوسط

همچنین وزن معیارهای ارزیابی نیز با توجه به نظر فرد و خبرگان مورد اعتماد فرد تصمیم گیرنده به صورت زیر تشکیل شده است که در جدول ۴-۲ نشان داده شده است.

جدول ۴-۲: وزن معیارهای انتخاب تامین کننده

معیارها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	اعتبار تامین کننده (+)	کیفیت موردنیاز (+)
وزن	۰/۴	۰/۱	۰/۳	۰/۲

با توجه به ماتریس تصمیم گیری تشکیل شده با استفاده از روش کوالی فلکس به اولویت بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

قدم اول و دوم: پس از تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری، جایگشت گزینه‌ها تعیین می‌شود و به دلیل وجود ۳ گزینه به تعداد ۳! یعنی ۶ جایگشت داریم. گزینه‌ها به صورت ترتیبی در هر مجموعه به صورت زیر مرتب می‌شوند.

$$per_1 = A_1 > A_2 > A_3$$

$$per_2 = A_1 > A_3 > A_2$$

$$per_3 = A_2 > A_1 > A_3$$

$$per_4 = A_2 > A_3 > A_1$$

$$per_5 = A_3 > A_2 > A_1$$

$$per_6 = A_3 > A_1 > A_2$$

قدم سوم: در این مرحله به رتبه‌بندی گزینه‌ها بر مبنای هر شاخص می‌پردازیم که در جدول ۳-۴ آورده شده است.

جدول ۳-۴: رتبه‌بندی گزینه‌ها بر مبنای هر شاخص

معیارها گزینه‌ها	قیمت (-)	تحويل به موقع (-)	اعتبار تامین‌کننده (+)	کیفیت موردنیاز (+)
A_1	۳	۲	۲	۱
A_2	۱	۳	۲	۲
A_3	۲	۱	۱	۳

قدم چهارم و پنجم: در این قدم باید میزان تسلط و غلبه گزینه‌ها مشخص شود که در واقع هر جایگشت نسبت به رتبه‌های هر شاخص بررسی می‌شود. سپس با جمع مقادیر حاصل‌شده برای هر شاخص اعداد وارد جدول می‌شوند که در جدول ۴-۴ آمده است.

به عنوان نمونه شیوه‌ی تطبیق جایگشت اول با شاخص قیمت و تحويل به موقع به صورت زیر آورده شده است.

برای شاخص قیمت:

$$per_1 = A_1 > A_2 > A_3$$

$$A_2 > A_1 \rightarrow -1$$

$$A_3 > A_1 \rightarrow -1$$

$$A_2 > A_3 \rightarrow 1$$

برای شاخص تحویل به موقع:

$$per\ 1 = A_1 > A_2 > A_3$$

$$A_1 > A_2 \rightarrow 1$$

$$A_3 > A_1 \rightarrow -1$$

$$A_3 > A_2 \rightarrow -1$$

جدول ۴-۴: ماتریس جایگشت گزینه‌ها و شاخص‌ها

جایگشت	قیمت	تحویل به موقع	اعتبار تامین‌کننده	کیفیت موردنیاز
Per ۱	-۱	-۱	-۲	۳
Per ۲	-۳	۱	۰	۱
Per ۳	۱	-۳	-۲	-۱
Per ۴	۳	-۱	۰	-۱
Per ۵	۱	۱	۲	-۳
Per ۶	-۱	۳	۲	-۱

قدم ششم: در این مرحله مقدار جایگشت هر شاخص را در وزن آن ضرب کرده و سپس مجموع آنها به صورت سطری برای هر گزینه محاسبه شده که در جدول ۴-۵ آمده است. سپس جایگشتی که بیشترین مقدار را کسب کرده است به عنوان جایگشت برتر انتخاب می‌شود. به عنوان نمونه مقدار جایگشت گزینه اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$per\ 1 = (-1 \times 0/4) + (-1 \times 0/1) + (-2 \times 0/3) + (3 \times 0/2) = -0/5$$

جدول ۴-۵: مقدار جایگشت گزینه‌ها

جایگشت	شاخص انتخاب
Per ۱	-۰/۵
Per ۲	-۰/۹
Per ۳	-۰/۷
Per ۴	۰/۹
Per ۵	۰/۵
Per ۶	۰/۳

با توجه به جدول ۴-۵ جایگشت ۴ بیشترین مقدار را دارد و به عنوان جایگشت برتر انتخاب می‌شود، بنابراین گزینه A_2 به عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود.

$$per_4 = A_2 > A_3 > A_1$$

منابع

- حسین‌زاده. سهیل، معزز. هاشم، بیگ اینالویی. ساسان. (۱۳۹۵)، شناسایی و انتخاب بهترین تامین‌کنندگان با بکارگیری روش تصمیم‌گیری چند شاخصه QUALIFLEX، فصلنامه مدیریت صنعتی، دانشکده علوم انسانی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد سنج- سال یازدهم، شماره ۳۷، ۴۳-۵۴.
- Paelinck, J. H. (۱۹۷۸). "Qualiflex: a flexible multiple-criteria method". Economics Letters, Vol. ۱, No. ۳, pp. ۱۹۳-۱۹۷.

21 Methods

ORESTE 5

بخش پنجم: روش رتبه‌بندی جمعی برای مقایسه ارزیابی‌های ترتیبی گزینه‌ها بر اساس شاخص‌ها^۱

۵-۱) مقدمه

روش رتبه‌بندی جمعی برای مقایسه ارزیابی‌های ترتیبی گزینه‌ها بر اساس شاخص‌ها (ارسته^۲) در سال ۱۹۷۹ در یک کنفرانس مربوط به مباحث تصمیم‌گیری‌های چند شاخصه توسط مارک روبنز^۳ استاد دانشگاه پلی تکنیک بلژیک مطرح شد و در سال ۱۹۸۲ این روش توسط خود او به صورت مقاله منتشر شد. در این روش اهمیت نسبی هر شاخص با اوزان آنها مشخص نمی‌شود بلکه بر اساس رتبه‌بندی اولیه (مرتبه ضعیف^۴) از شاخص‌ها و گزینه‌ها که توسط تصمیم‌گیرنده ارائه می‌شود، تعیین می‌شود. مزیت‌های این روش به طور خلاصه شامل در نظر گرفتن معیارهای کمی و کیفی به طور همزمان، سادگی و سهولت کاربرد، امکان در نظر گرفتن تعداد زیادی معیار در فرآیند تصمیم‌گیری، امکان تغییر اطلاعات ورودی و ارزیابی پاسخگویی سیستم بر اساس این

^۱ Organisation, Rangement Et Synthese de donnees relationnelles

^۲ ORESTE

^۳ Marc Roubens

^۴ Weak Order

اطلاعات می‌باشد. نتایج حاصل به صورت مطلق بیان می‌شود و گزینه‌ها براساس آن اولویت‌بندی می‌شود.

۵-۲) مراحل روش ORESTE

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری

در مرحله اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود.

قدم دوم: تشکیل ماتریس موقعیت^۱

به منظور تشکیل ماتریس موقعیت ابتدا لازم است ساختار برتری^۲ شاخص‌ها و گزینه‌ها براساس ترتیب اهمیت آنها به صورت مجزا مشخص شود. برای محاسبه رتبه هر شاخص و رتبه هر گزینه براساس هر شاخص از روش میانگین بسون^۳ استفاده می‌شود.

در روش میانگین بسون برای تعیین ساختار برتری هر شاخص ابتدا اولویت هر شاخص نسبت به شاخص دیگر براساس وزن آن مشخص می‌شود. بنابراین ابتدا به هر شاخص اولویتی بین ۱ تا j (j تعداد شاخص‌ها) تخصیص داده می‌شود. اگر دو شاخص دارای وزن یکسان باشند، جهت تعیین اولویت آنها به روش بسون، از بیشترین و کمترین اولویت چند شاخص هم‌وزن (بی تفاوت) مطابق با رابطه زیر میانگین گرفته می‌شود. (به عنوان مثال اگر رتبه معیار l ام، ۱ و رتبه معیار u ام، ۲ باشد و هر دو وزن یکسانی داشته باشند، رتبه‌ی میانگین برای هریک از آنها برابر ۱/۵ می‌شود.)

$$r_j = \frac{x_l + x_u}{2}$$

در رابطه بالا x_l رتبه معیار l و x_u رتبه معیار u می‌باشد. رتبه اولیه شاخص‌ها به روش میانگین بسون با r_j نشان داده می‌شود.

^۱ Position-Matrix

^۲ Outranking

^۳ Besson

به منظور تعیین ساختار برتری گزینه‌ها با روش میانگین بسون، اولویت گزینه‌ها براساس هریک از شاخص‌ها به ترتیب مشخص می‌شود و به هر گزینه اولییتی بین ۱ تا m (تعداد گزینه‌ها) تخصیص داده می‌شود. اگر دو گزینه دارای اهمیت یکسان باشند، جهت تعیین اولویت آنها به روش بسون، از بیشترین و کمترین اولویت چند گزینه هم‌وزن مانند رابطه r_j میانگین گرفته می‌شود. رتبه اولیه گزینه‌ها براساس تک تک شاخص‌ها با $r_j(m)$ نشان داده می‌شود. بنابراین با روش میانگین بسون، اولویت‌ها به رتبه‌بندی اولیه در یک ماتریس تبدیل می‌شوند.

قدم سوم: برآورد^۱ فاصله‌های گزینه‌ها $d(\cdot, m_{ij})$

فاصله‌ی گزینه‌ها در روش ORESTE با توجه به ماتریس موقعیت که در قدم دوم تشکیل شد، برآورد می‌شود. فاصله هر عنصر از مبدا صفر سنجیده شده و با $d(\cdot, m_{ij})$ نشان داده می‌شود. برآورد فواصل به حالت‌های مختلفی انجام می‌شود که دو روش آن به صورت زیر است:

الف) برآورد خطی مستقیم، که در این حالت به منظور انجام برآورد فاصله از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$d(\cdot, m_{ij}) = \frac{1}{\varphi} (r_j + r_j(m)) \quad i = 1, \dots, m \quad \text{و} \quad j = 1, \dots, n$$

ب) برآورد خطی غیرمستقیم که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d'(\cdot, m_{ij}) = \alpha r_j + (1 - \alpha) r_j(m) \quad i = 1, \dots, m \quad \text{و} \quad j = 1, \dots, n$$

به صورتی که در روابط بالا، α نرخ جانشینی است و همچنین مقدار آن $0 < \alpha < 1$ است و r_j شاخص برتری شاخص‌ها و $r_j(m)$ نشان دهنده‌ی شاخص برتری گزینه‌ها است.

^۱ Projection

قدم چهارم: رتبه‌بندی کلی^۱ فواصل هر گزینه در هر معیار $R(m_{ij})$

در قدم چهارم، فواصل $d(i, m_{ij})$ با کمک روش میانگین بسون رتبه‌بندی می‌شوند. رتبه‌های به دست آمده، رتبه‌های کلی فواصل هر گزینه در هر معیار را نشان می‌دهد و همگی در محدوده زیر واقع می‌شوند:

$$1 < R(m_{ij}) < i.j$$

در رابطه بالا حد بالا برابر است با تعداد گزینه‌ها ضرب در تعداد شاخص‌ها.

$$\text{if } d(i, m_{ij}) < d(i, m_{ij'}) \rightarrow R(m_{ij}) \leq R(m_{ij'})$$

$$i = 1, \dots, m \quad \text{و} \quad j = 1, \dots, n$$

قدم پنجم: رتبه بندی مطلق فواصل هر گزینه در مجموع معیارها

در قدم آخر رتبه کلی برای هریک از گزینه‌ها به صورت جداگانه با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$R(m) = \sum_{j=1}^n R(m_{ij}) \quad i = 1, \dots, m \quad \text{و} \quad j = 1, \dots, n$$

بنابراین هرچه حاصل جمع کمتر باشد، گزینه رتبه بالاتری دارد.

۵-۳) مثال:

مدیر یک رستوران زنجیره‌ای جهت خرید مواد اولیه مورد نیاز رستوران خود قصد دارد با یکی از فروشگاه‌های زنجیره‌ای قرارداد همکاری منعقد کند تا کلیه مواد مورد نیاز رستوران را از یک تامین کننده تهیه نماید. به همین منظور چهار فروشگاه را در نظر گرفت و به بررسی آن‌ها پرداخت. ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب یکی از فروشگاه‌ها در جدول ۵-۱ نشان داده شده است.

^۱ Global Ranking

جدول ۵-۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب فروشگاه

شاخص معیارها	کیفیت (+)	متوسط هزینه‌ای روزانه (-)	انعطاف پذیری (+)
A _۱	خوب	۱۴۸	متوسط
A _۲	متوسط	۱۵۸	خیلی خوب
A _۳	خیلی خوب	۱۵۳	خوب
A _۴	متوسط	۱۶۰	خوب

همچنین وزن معیارهای ارزیابی براساس نظر خبرگان در جدول ۵-۲ نشان داده شده است.

جدول ۵-۲: وزن معیارهای انتخاب فروشگاه

معیارها	کیفیت (+)	متوسط هزینه‌ای روزانه (-)	انعطاف پذیری (+)
وزن	۰/۵۰	۰/۲۵	۰/۲۵

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شده با استفاده از روش ORESTE به اولویت بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

قدم اول و دوم: پس از تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری، ماتریس موقعیت تشکیل می‌شود. به منظور رتبه‌بندی اولیه، ابتدا باید دو نوع ساختار برتری شاخص‌ها و گزینه‌ها تعیین شود. به منظور ایجاد ساختار برتری شاخص‌ها ابتدا به تمامی شاخص‌ها از ۱ تا ۳ بر مبنای اولویت آنها عددی اختصاص داده می‌شود سپس با استفاده از روش میانگین بسون به رتبه‌بندی اولیه معیارها (r_j) پرداخته می‌شود که در جدول ۵-۳ آمده است.

به عنوان مثال $r_۲$ و $r_۳$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$r_۲ = r_۳ = \frac{۲ + ۳}{۲} = ۲/۵$$

جدول ۳-۵: اولویت بندی اولیه شاخص‌ها به صورت صعودی بر مبنای وزن آنها

معیارها	کیفیت (+)	متوسط هزینه‌ای روزانه (-)	انعطاف پذیری (+)
اولویت	۱	۲	۳
(r_j)	۱	۲/۵	۲/۵

سپس به منظور تعیین ساختار برتری گزینه‌ها $r_j(m)$ ، اولویت گزینه‌ها براساس تک‌تک شاخص‌ها مشخص می‌شود که در جدول ۴-۵ نشان داده شده است.

به عنوان مثال $r_2(2)$ و $r_2(4)$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$r_2(2) = r_2(4) = \frac{3+4}{2} = 3/5$$

جدول ۴-۵: رتبه بندی اولیه گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها $r_j(m)$

معیارها گزینه‌ها	کیفیت (+)	متوسط هزینه‌ای روزانه (-)	انعطاف پذیری (+)
A_1	۲	۱	۴
A_2	۳/۵	۳	۱
A_3	۱	۲	۲/۵
A_4	۳/۵	۴	۲/۵

قدم سوم: برآورد فواصل گزینه‌ها

به منظور برآورد فاصله‌ی گزینه‌ها از یکدیگر از روش برآورد مستقیم خطی استفاده می‌شود که فاصله‌های محاسبه شده در جدول ۵-۵ آورده شده است.

به عنوان مثال $d(0, A_{11})$ و $d(0, A_{33})$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d(0, A_{11}) = \frac{1}{2} (r_1 + r_1(A_1)) = \frac{1+2}{2} = 1/5$$

$$d(0, A_{33}) = \frac{1}{2} (r_3 + r_3(A_3)) = \frac{2/5 + 2/5}{2} = 2/5$$

جدول ۵-۵: برآورد فواصل برای تمام گزینه‌ها براساس همه‌ی شاخص‌ها

معیارها گزینه‌ها	کیفیت (+)	متوسط هزینه‌ای روزانه (-)	انعطاف پذیری (+)
A_1	۱/۵	۱/۷۵	۳/۲۵
A_2	۲/۲۵	۲/۷۵	۱/۷۵
A_3	۱	۲/۲۵	۲/۵
A_4	۲/۲۵	۳/۲۵	۲/۵

قدم چهارم: رتبه‌بندی کلی فواصل هر گزینه در هر معیار

در قدم چهارم نتایج به دست آمده از مرحله‌ی قبلی به روش میانگین بسون رتبه‌بندی می‌شوند تا رتبه‌های کلی هر گزینه در هر معیار $R(m_{ij})$ برآورد شود. بدین منظور ابتدا تمامی درایه‌های جدول ۵-۵ به صورت صعودی مرتب می‌شوند:

$$A_{31} < A_{11} < A_{12} = A_{23} < A_{21} = A_{32} = A_{41} < A_{33} = A_{43} < A_{22} < A_{13} = A_{42}$$

سپس با توجه به حد بالا $R(m_{ij})$ ، به تمامی درایه‌های جدول ۵-۳ بر حسب اولویت آنها عددی از ۱ تا ۱۲ اختصاص داده می‌شود که در جدول ۵-۶ آورده شده است.

جدول ۵-۶: اولویت بندی اولیه فواصل گزینه‌ها به صورت صعودی

رتبه	درایه	رتبه	درایه	رتبه	درایه
۹	A_{43}	۵	A_{21}	۱	A_{31}
۱۰	A_{22}	۶	A_{32}	۲	A_{11}
۱۱	A_{13}	۷	A_{41}	۳	A_{12}
۱۲	A_{42}	۸	A_{33}	۴	A_{23}

سپس با توجه به جدول ۵-۶ و روابط میان هریک از فواصل با استفاده از روش میانگین بسون رتبه کلی فواصل گزینه‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۵-۷ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه $R(m_{۲۱})$ و $R(m_{۳۲})$ و $R(m_{۴۱})$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$R(m_{۲۱}) = R(m_{۳۲}) = R(m_{۴۱}) = \frac{۵ + ۷}{۲} = ۶$$

جدول ۵-۷: رتبه‌بندی کلی فواصل هر گزینه در هر معیار

معیارها / گزینه‌ها	کیفیت (+)	متوسط هزینه‌ای روزانه (-)	انعطاف پذیری (+)
A_1	۲	۳/۵	۱۱/۵
A_2	۶	۱۰	۳/۵
A_3	۱	۶	۸/۵
A_4	۶	۱۱/۵	۸/۵

قدم پنجم: رتبه‌بندی مطلق فواصل هر گزینه در مجموع معیارها

در قدم آخر به منظور محاسبه‌ی رتبه‌ی هر یک از گزینه‌ها بر اساس مجموع معیارها، باید مجموع سطری درایه‌های جدول ۵-۷ برای هر گزینه محاسبه شود و سپس به صورت نزولی مرتب شوند. رتبه‌بندی مطلق فواصل هر گزینه در مجموع معیارها در جدول ۵-۸ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه $R(A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R(A_1) = ۲ + ۳/۵ + ۱۱/۵ = ۱۷$$

جدول ۵-۸: رتبه‌بندی کلی فواصل هر گزینه در مجموع معیارها

معیارها / گزینه‌ها	$R(m)$	رتبه
A_1	۱۷	۲
A_2	۱۹/۵	۳
A_3	۱۵/۵	۱
A_4	۲۶	۴

۴-۵) مثال^۱:

بیابان‌زایی یک از بزرگترین چالش‌های زیست محیطی زمان ما به شمار می‌رود. بنابراین به منظور ارائه‌ی راهبردهای بهینه‌ی بیابان‌زدایی به صورت نظام‌مند ۵ راهبرد و ۵ معیار براساس نظر خبرگان انتخاب شد که در جدول ۵-۹ آورده شده است.

راهبردهای بهینه‌ی بیابان‌زدایی به صورت زیر است:

A_۱: توسعه و احیای پوشش گیاهی

A_۲: تغییر نامناسب کاربری اراضی

A_۳: تغییر الگوی آبیاری و اجرای روش‌های کم آب خواه

A_۴: کنترل چرای دام

A_۵: تعدیل در برداشت از منابع آب زیرزمینی

جدول ۵-۹: ماتریس تصمیم‌گیری راهبردهای بهینه‌ی بیابان‌زدایی

معیارها گزینه‌ها	تناسب و سازگاری با محیط زیست (+)	عدم تخریب منابع و خسارت‌های محیطی (+)	وجود منابع انسانی و متخصص (+)	ابزارهای علمی و تکنولوژیکی (+)	عدم تخریب منابع و خسارت‌های انسانی (+)
A _۱	۰/۲۲۶	۰/۱۸۰	۰/۲۴۹	۰/۲۳۹	۰/۲۵۱
A _۲	۰/۲۶۴	۰/۲۳۴	۰/۱۹۸	۰/۱۶۵	۰/۱۹۶
A _۳	۰/۱۶۱	۰/۱۵۱	۰/۲۰۹	۰/۲۵۶	۰/۱۶۲
A _۴	۰/۱۵۸	۰/۲۲۱	۰/۱۶۱	۰/۱۷۶	۰/۲۲۳
A _۵	۰/۱۹۲	۰/۲۰۹	۰/۱۸۳	۰/۱۶۳	۰/۱۶۸

^۱ مثال مربوطه برگرفته از مقاله "رتبه‌بندی راهبردهای بیابان‌زدایی دشت اردکان-خضرآباد با استفاده از روش آنتروپی شانون و مدل ارسته" است.

همچنین وزن معیارهای ارزیابی در جدول ۵-۱۰ مشخص شده است.

جدول ۵-۱۰: وزن معیارهای راهبردهای بهینه بیابان‌زدایی

معیارها	تناسب و سازگاری با محیط زیست (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای محیطی (+)	وجود منابع انسانی و متخصص (+)	ابزارهای علمی و تکنولوژیکی (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای انسانی (+)
وزن	۰/۲۵	۰/۲	۰/۱	۰/۲۵	۰/۲

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شده با استفاده از روش ORESTE به اولویت بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

قدم اول و دوم: پس از تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری، ماتریس موقعیت تشکیل می‌شود. به منظور رتبه‌بندی اولیه، ابتدا باید دو نوع ساختار برتری شاخص‌ها و گزینه‌ها تعیین شود. به منظور ایجاد ساختار برتری شاخص‌ها ابتدا به تمامی شاخص‌ها از ۱ تا ۵ بر مبنای اولویت آنها عددی اختصاص داده می‌شود سپس با استفاده از روش میانگین بسون به رتبه‌بندی اولیه معیارها (r_j) پرداخته می‌شود که در جدول ۵-۱۱ نشان داده شده است.

به عنوان مثال r_1 و r_4 به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$r_1 = r_4 = \frac{1+2}{2} = 1/5$$

جدول ۵-۱۱: اولویت بندی اولیه شاخص‌ها به صورت صعودی بر مبنای وزن آنها

معیارها	تناسب و سازگاری با محیط زیست (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای محیطی (+)	وجود منابع انسانی و متخصص (+)	ابزارهای علمی و تکنولوژیکی (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای انسانی (+)
اولویت	۱	۳	۵	۲	۴
r_j	۱/۵	۳/۵	۵	۱/۵	۳/۵

سپس به منظور تعیین ساختار برتری گزینه‌ها $r_j(m)$ ، اولویت گزینه‌ها بر اساس تک تک شاخص‌ها مشخص می‌شود که در جدول ۵-۱۲ نشان داده شده است.

جدول ۵-۱۲: رتبه بندی اولیه گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها $r_j(m)$

معیارها	تناسب و سازگاری با محیط زیست (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای محیطی (+)	وجود منابع انسانی و متخصص (+)	ابزارهای علمی و تکنولوژیکی (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای انسانی (+)
گزینه‌ها					
A_1	۲	۴	۱	۲	۱
A_2	۱	۱	۳	۴	۳
A_3	۴	۵	۲	۱	۵
A_4	۵	۲	۵	۳	۲
A_5	۳	۳	۴	۵	۴

قدم سوم: برآورد فواصل گزینه‌ها

به منظور برآورد فاصله‌ی گزینه‌ها از یکدیگر از روش برآورد مستقیم خطی استفاده می‌شود که فاصله‌های محاسبه شده در جدول ۵-۱۳ آورده شده است.

به عنوان مثال $d(\cdot, A_{11})$ و $d(\cdot, A_{53})$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d(\cdot, A_{11}) = \frac{1}{2}(r_1 + r_1(A_1)) = \frac{1/5 + 2}{2} = 1/75$$

$$d(\cdot, A_{53}) = \frac{1}{2}(r_3 + r_3(A_5)) = \frac{5 + 4}{2} = 4/5$$

جدول ۵-۱۳: برآورد فواصل برای تمام گزینه‌ها براساس همه‌ی شاخص‌ها

معیارها	تناسب و سازگاری با محیط زیست (+)	عدم تخریب منابع و خسارت‌های محیطی (+)	وجود منابع انسانی و متخصص (+)	ابزارهای علمی و تکنولوژیکی (+)	عدم تخریب منابع و خسارت‌های انسانی (+)
A_1	۱/۷۵	۳/۷۵	۳	۱/۷۵	۲/۲۵
A_2	۱/۲۵	۲/۲۵	۴	۲/۷۵	۳/۲۵
A_3	۲/۷۵	۴/۲۵	۳/۵	۱/۲۵	۴/۲۵
A_4	۳/۲۵	۲/۷۵	۵	۲/۲۵	۲/۷۵
A_5	۲/۲۵	۳/۲۵	۴/۵	۳/۲۵	۳/۷۵

قدم چهارم: رتبه‌بندی کلی فواصل هر گزینه در هر معیار

در قدم چهارم نتایج به دست آمده از مرحله‌ی قبلی به روش میانگین بسون رتبه‌بندی می‌شوند تا رتبه‌های کلی هر گزینه در هر معیار $R(m_{ij})$ برآورد شود. بدین منظور ابتدا تمامی درایه‌های

جدول ۵-۱۳ به صورت صعودی مرتب می‌شوند:

$$A_{21} = A_{34} < A_{11} = A_{14} < A_{15} = A_{22} = A_{44} = A_{51} < A_{24} = A_{31} = A_{42} = A_{45} \\ < A_{13} < A_{25} = A_{41} = A_{52} = A_{54} < A_{33} < A_{12} = A_{55} < A_{33} \\ < A_{32} = A_{35} < A_{53} < A_{43}$$

سپس با توجه به حد بالا $R(m_{ij})$ ، به تمامی درایه‌های جدول ۵-۱۳ بر حسب اولویت آنها عددی

از ۱ تا ۲۵ اختصاص داده می‌شود که در جدول ۵-۱۴ آورده شده است.

جدول ۵-۱۴: اولویت بندی اولیه فواصل گزینه‌ها به صورت صعودی

رتبه	درایه	رتبه	درایه	رتبه	درایه	رتبه	درایه	رتبه	درایه
۲۱	$A_{۲۳}$	۱۶	$A_{۵۲}$	۱۱	$A_{۴۲}$	۶	$A_{۲۲}$	۱	$A_{۲۱}$
۲۲	$A_{۳۲}$	۱۷	$A_{۵۴}$	۱۲	$A_{۴۵}$	۷	$A_{۴۴}$	۲	$A_{۳۴}$
۲۳	$A_{۳۵}$	۱۸	$A_{۳۳}$	۱۳	$A_{۱۳}$	۸	$A_{۵۱}$	۳	$A_{۱۱}$
۲۴	$A_{۵۳}$	۱۹	$A_{۱۲}$	۱۴	$A_{۲۵}$	۹	$A_{۲۴}$	۴	$A_{۱۴}$
۲۵	$A_{۴۳}$	۲۰	$A_{۵۵}$	۱۵	$A_{۴۱}$	۱۰	$A_{۳۱}$	۵	$A_{۱۵}$

سپس با توجه به جدول ۵-۱۴ و روابط میان هریک از فواصل با استفاده از روش میانگین بسون، رتبه کلی فواصل گزینه‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۵-۱۵ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه $R(m_{۱۵})$ و $R(m_{۲۲})$ و $R(m_{۴۴})$ و $R(m_{۵۱})$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$R(m_{۱۵}) = R(m_{۲۲}) = R(m_{۴۴}) = R(m_{۵۱}) = \frac{۵ + ۸}{۲} = ۶/۵$$

جدول ۵-۱۵: رتبه‌بندی کلی فواصل هر گزینه در هر معیار

معیارها	تناسب و سازگاری با محیط زیست (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای محیطی (+)	وجود منابع انسانی و متخصص (+)	ابزارهای علمی و تکنولوژیکی (+)	عدم تخریب منابع و خسارتهای انسانی (+)
$A_۱$	۳/۵	۱۹/۵	۱۳	۳/۵	۶/۵
$A_۲$	۱/۵	۶/۵	۲۱	۱۰/۵	۱۵/۵
$A_۳$	۱۰/۵	۲۲/۵	۱۸	۱/۵	۲۲/۵
$A_۴$	۱۵/۵	۱۰/۵	۲۵	۶/۵	۱۰/۵
$A_۵$	۶/۵	۱۵/۵	۲۴	۱۵/۵	۱۹/۵

قدم پنجم: رتبه بندی مطلق فواصل هر گزینه در مجموع معیارها

در قدم آخر به منظور محاسبه‌ی رتبه‌ی هر یک از گزینه‌ها بر اساس مجموع معیارها، باید مجموع سطری درایه‌های جدول ۵-۱۵ برای هر گزینه محاسبه شود و سپس به صورت نزولی مرتب شوند. رتبه‌بندی مطلق فواصل هر گزینه در مجموع معیارها در جدول ۵-۱۶ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه $R(A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R(A_1) = 3/5 + 19/5 + 13 + 3/5 + 6/5 = 46$$

جدول ۵-۱۶: رتبه‌بندی کلی فواصل هر گزینه در مجموع معیارها

رتبه	$R(m)$	معیارها گزینه‌ها
۱	۴۶	A_1
۲	۵۵	A_2
۴	۵۷	A_3
۳	۶۸	A_4
۵	۸۱	A_5

- صادقی روش، محمد حسن. (۱۳۹۷)، رتبه‌بندی راهبردهای بیابان‌زدایی دشت اردکان- خضرآباد با استفاده از روش آنالیز شانون و مدل ارسته، پژوهشهای فرسایش محیطی، شماره ۳۲، صفحه ۱۹-۴۰.
- معین‌مهر، آتنا. فرجی سبکبار، حسنعلی. زیاری، کرامت‌اله. پوراحمد، احمد. (۱۳۹۶). - جانمایی اقامتگاه‌های گردشگری با بکارگیری تئوری خاکستری و روش رتبه‌بندی چند شاخصه ORESTE (مطالعه موردی: منطقه ۱۰ شهر تهران)، برنامه‌ریزی و آمایش فضا، دوره ۲۱، شماره ۴، صفحه ۲۳۱-۲۰۹.
- اسماعیل‌پور، مهدیه. (۱۳۹۵)، شناسایی و رتبه‌بندی موانع استفاده از انرژی‌های خورشیدی در استان یزد با تکنیک ارسته، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه یزد.
- نگهبان، سعید. حسام، مهدی. (۱۳۹۵)، رتبه‌بندی روستاهای آسیب‌پذیر در برابر فرسایش بادی و حرکت ماسه‌های روان با استفاده از مدل‌های Fuller triangle و Oreste (مطالعه موردی: روستاهای منطقه شهداد در غرب دشت لوت)، جغرافیا و مخاطرات محیطی، شماره ۱۸، صفحه ۶۴-۴۳.
- عشور نژاد، غدیر. فرجی سبکبار، حسنعلی. علوی پناه، کاظم. حسن نامی، محمد. (۱۳۹۲). تلفیق شبکه عصبی RBFLN و فن چندشاخصه ORESTE برای شناسایی مکان بهینه استقرار مراکز مالی و تجاری در فضای شهری (مطالعه موردی: شهر تهران)، آمایش سرزمین، دوره ۵، شماره ۲، صفحه ۳۱۶-۲۸۹.
- Zhang, C., Wu, X., Wu, D., Liao, H., Luo, L., and Herrera-Viedma, E. (۲۰۱۸). "An intuitionistic multiplicative ORESTE method for patients"

prioritization of hospitalization”. International journal of environmental research and public health, Vol. ۱۵, No. ۴, pp. ۱-۱۸.

- Pastijn, H., and Leysen, J. (۱۹۸۹). “Constructing an outranking relation with ORESTE”. In Models and Methods in Multiple Criteria Decision Making, Vol. ۱۲, No. ۱۰/۱۱, pp. ۱۲۵۵-۱۲۶۸.
- Roubens, M. (۱۹۸۲). “Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making”. European Journal of Operational Research, Vol. ۱۰, No. ۱, pp. ۵۱-۵۵.

21 Methods

EVAMIX 6

بخش ششم: روش ارزیابی چند معیاره با داده های کمی و کیفی مختلط^۱

۶-۱) مقدمه

روش ارزیابی چند معیاره با داده های کمی و کیفی مختلط (اوامیکس)^۲ در سال ۱۹۸۲ توسط ووگد^۳ معرفی شد. در این روش دو رویکرد کاملاً متفاوت نسبت به شاخص های کمی و کیفی وجود دارد و لازم است تا شاخص ها مستقل باشند. در این روش شاخص ها به دو دسته کمی^۴ و کیفی^۵ تفکیک می شوند و محاسبات مربوط به هر دسته از شاخص ها به صورت مجزا انجام می شود. روش EVAMIX در زمره روش های جبرانی قرار می گیرد و در این روش نیازی به تبدیل شاخص های کیفی به کمی نیست.

^۱ Multicriteria EVALuation with MIXed qualitative and quantitative data

^۲ EVAMIX

^۳ Voogd

^۴ Cardinal

^۵ Ordinal

۶-۲) مراحل روش EVAMIX

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و تعیین وزن اهمیت

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل و وزن اهمیت شاخص‌ها تعیین می‌شود.

قدم دوم: تقسیم شاخص‌ها به دو دسته کمی (C) و کیفی (O)

در قدم دوم شاخص‌ها به دو دسته کمی (کاردینال) و کیفی (اردینال) تقسیم می‌شوند.

قدم سوم: محاسبه میزان برتری گزینه‌ها در شاخص‌های کیفی

مقایسه بین شاخص‌های اردینال توسط فاکتور غالب شاخص‌های کیفی $o_{ii'}$ انجام می‌شود که بیانگر میزان برتری گزینه A_i به گزینه $A_{i'}$ در شاخص‌های کیفی است که این مقدار از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$o_{ii'} = \left\{ \sum_{j \in O} [w_j \times \text{sgn}(a_{ij} - a_{i'j})]^r \right\}^{\frac{1}{r}}$$

$$i = 1, \dots, m \quad i' = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n$$

در صورتی که:

$$\text{sgn}(a_{ij} - a_{i'j}) = \begin{cases} +1 & \text{if } a_{ij} > a_{i'j} \\ 0 & \text{if } a_{ij} = a_{i'j} \\ -1 & \text{if } a_{ij} < a_{i'j} \end{cases}$$

در رابطه‌ی بالا w_j وزن شاخص‌ها است و a_{ij} مقدار کیفی A_i براساس شاخص C_j می‌باشد و $a_{i'j}$ نشان‌دهنده‌ی مقدار کیفی گزینه $A_{i'}$ براساس شاخص C_j می‌باشد و $\text{sgn}(a_{ij} - a_{i'j})$ به معنای ارزیابی میان مقادیر a_{ij} و $a_{i'j}$ براساس مقدار تفاضل محاسبه شده میان این دو مقدار می‌باشد. همچنین γ نشان‌دهنده‌ی یک پارامتر مقیاس‌گذاری دلخواه^۱ است که می‌تواند برابر با هر عدد مثبت فرد باشد.

^۱ Arbitrary Scaling Parameter

قدم چهارم: محاسبه میزان برتری گزینه ها در شاخص های کمی

مقایسه بین شاخص های کاردینال توسط فاکتور غالب شاخص های کمی $C_{ii'}$ انجام می شود که این شاخص نیز بیانگر میزان برتری گزینه A_i به گزینه $A_{i'}$ است و مقدار آن از طریق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$c_{ii'} = \left[\sum_{j \in C} [w_j \times (a_{ij} - a_{i'j})]^r \right]^{\frac{1}{r}}$$

$$i = 1, \dots, m \quad i' = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n$$

نکته: در صورت منفی بودن شاخص ها، وزن آن شاخص در یک منفی ضرب می شود تا مثبت فرض گردد.

قدم پنجم: محاسبه ماتریس تفاضلی در شاخص های اردینال $(\Delta_{ii'})$ و ماتریس تفاضلی در شاخص های کاردینال $(\nabla_{ii'})$

به منظور یکسان سازی واحد $O_{ii'}$ (اندازه گیری فاکتور غالب شاخص های کیفی) و $C_{ii'}$ (فاکتور غالب شاخص های کمی)، ماتریس تفاضلی در شاخص های اردینال $(\Delta_{ii'})$ و شاخص های کاردینال $(\nabla_{ii'})$ محاسبه می شود.

بدین منظور مقادیر تفاضلی در شاخص های اردینال $(\delta_{ii'})$ به صورت تابع $O_{ii'}$ در نظر گرفته می شود $(\delta_{ii'} = h(O_{ii'}))$ و مقدار آن از طریق رابطه ی زیر محاسبه می شود.

$$\delta_{ii'} = h(O_{ii'}) = \frac{(O_{ii} - O^-)}{O^+ - O^-} \quad i = 1, \dots, m \quad i' = 1, \dots, m$$

در رابطه بالا O^+ ماکزیمم مقدار فاکتور غالب در شاخص های اردینال است و O^- مینیمم مقدار فاکتور غالب در شاخص های اردینال است.

سپس مقادیر حاصل از مقادیر تفاضلی برای مقایسه بین تک تک گزینه ها در ماتریس تفاضلی کیفی $(\Delta_{ii'})$ قرار داده می شود.

$$\Delta_{ii'} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1m} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{m1} & \delta_{m2} & \cdots & \delta_{mm} \end{bmatrix}$$

به منظور محاسبه مقادیر تفاضلی در شاخص‌های کاردینال ($d_{ii'}$) به صورت تابع $c_{ii'}$ تعریف می‌شود ($d_{ii'} = h(c_{ii'})$) و مقدار آن از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$d_{ii'} = h(c_{ii'}) = \frac{(c_{ii'} - c^-)}{c^+ - c^-} \quad i = 1, \dots, m \quad i' = 1, \dots, m$$

در رابطه بالا c^+ ماکزیمم مقدار فاکتور غالب در شاخص‌های کاردینال و c^- مینیمم مقدار فاکتور غالب در شاخص‌های کاردینال است.

سپس مقادیر حاصل از مقادیر تفاضلی برای مقایسه بین تک تک گزینه‌ها در ماتریس تفاضلی کمی ($\nabla_{ii'}$) قرار داده می‌شود.

$$\nabla_{ii'} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & d_{m2} & \cdots & d_{mm} \end{bmatrix}$$

نکته: مقادیر $\delta_{ii'}$ و $d_{ii'}$ را می‌توان به شیوه‌های دیگری نیز محاسبه کرد، بدین منظور به مقاله اصلی^۱ مراجعه شود.

قدم ششم: محاسبه غلبه کل

در قدم ششم اندازه غلبه کل از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$D_{ii'} = w_0 \delta_{ii'} + w_c d_{ii'} \quad i = 1, \dots, m \quad i' = 1, \dots, m$$

در صورتی که:

$$w_c = \sum_{j \in C} w_j, \quad w_0 = \sum_{j \in O} w_j$$

نکته: مقدار $D_{ii'}$ را می‌توان به شیوه‌های دیگری نیز محاسبه کرد، بدین منظور به مقاله اصلی^۱ مراجعه شود.

^۱ Multicriteria evaluation with mixed qualitative and quantitative data

قدم هفتم: محاسبه امتیاز ارزیابی گزینه ها (S_i) و انتخاب گزینه برتر

در آخرین مرحله امتیاز ارزیابی گزینه ها از طریق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$S_i = \left[\sum_{i'} \frac{D_{i'i}}{D_{ii'}} \right]^{-1} \quad i = 1, \dots, m \quad i' = 1, \dots, m$$

سپس گزینه ها بر اساس S_i (امتیاز ارزیابی گزینه ها) به صورت نزولی رتبه بندی می شوند.

۳-۶ مثال^۱

یک شرکت تصمیم به خرید یک دستگاه برای خط تولید خود نموده است و جهت تصمیم گیری، شش معیار را تعیین کرده است. با توجه به محدودیت های تصمیم گیرنده، سه دستگاه را به عنوان گزینه های خرید خود برگزید. در ادامه با توجه به نظر فرد تصمیم گیرنده، ماتریس تصمیم گیری برای شش معیار و سه گزینه تشکیل شده است که در جدول ۱-۶ نشان داده شده است.

جدول ۱-۶: ماتریس تصمیم گیری جهت خرید دستگاه

شاخص ها گزینه ها	هزینه (-)	قابلیت پالایش (+)	قابلیت تکرار (+)	ظرفیت بازرسی قطعات (+)	پیچیدگی کار با دستگاه (-)	خدمات پس از فروش (+)
A_1	۳۰	متوسط	خیلی زیاد	۲۴	خیلی زیاد	۱۲/۵
A_2	۱۲	زیاد	متوسط	۲۵	متوسط	۲۲
A_3	۱۵	خیلی زیاد	کم	۳۲	کم	۱۰

^۱ مثال مربوطه برگرفته از کتاب "New Methods and Applications in Multiple Attribute Decision Making(MADM)"

نوشته علیرضا علی نژاد و جواد خلیلی است.

همچنین با استفاده از نظرخواهی از خبرگان، وزن هریک از شاخص‌ها به صورت جدول ۶-۲ محاسبه شده است:

جدول ۶-۲: وزن شاخص‌ها با استفاده از نظر خبرگان

شاخص‌ها	هزینه	قابلیت پالایش	قابلیت تکرار	ظرفیت بازرسی قطعات	پیچیدگی کار با دستگاه	خدمات پس از فروش
وزن	۰/۱	۰/۱۷۵	۰/۲۵	۰/۱۵	۰/۱۲۵	۰/۲

با استفاده از روش EVAMIX به اولویت‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

قدم اول و دوم: پس از تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و تعیین وزن شاخص‌ها، شاخص‌های کمی و کیفی از هم جدا شده و مستقل از هم، مورد محاسبه قرار می‌گیرند.

قدم سوم: محاسبه میزان برتری گزینه‌ها در شاخص‌های کیفی
در قدم سوم فاکتور غالب شاخص‌های کیفی O_{ij}' به منظور مقایسه بین شاخص‌های اردینال به صورت زیر محاسبه می‌شود ($Y = 1$).

به عنوان نمونه O_{12} به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$O_{12} = ((0/175 \times (-1)) + (0/25 \times (+1)) + (-0/125 \times (+1))) = -0/05$$

$$O_{ii}' = \begin{bmatrix} 0 & -0/05 & -0/05 \\ 0/05 & 0 & -0/05 \\ 0/05 & 0/05 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: محاسبه میزان برتری گزینه ها در شاخص های کمی

در این مرحله فاکتور غالب شاخص های کمی C_{ii}' به منظور مقایسه بین شاخص های کاردینال به صورت زیر محاسبه می شود ($\gamma = 1$).

به عنوان نمونه C_{12} به صورت زیر محاسبه می شود.

$$C_{12} = \left((-0.1 \times (30 - 12)) + (0.15 \times (24 - 25)) + (0.2 \times (12/5 - 22)) \right) = -3/85$$

$$C_{ii}' = \begin{bmatrix} 0 & -3/85 & -2/2 \\ 3/85 & 0 & 1/65 \\ 2/2 & -1/65 & 0 \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: محاسبه ماتریس تفاضلی در شاخص های اردینال (Δ_{ii}') و شاخص های کاردینال (∇_{ii}') در قدم پنجم ابتدا مقادیر تفاضلی در شاخص های اردینال (δ_{ii}') و مقادیر تفاضلی در شاخص های کاردینال (d_{ii}') محاسبه و سپس ماتریس تفاضلی کیفی (Δ_{ii}') و ماتریس تفاضلی کمی (∇_{ii}') تشکیل می شود.

به عنوان نمونه (δ_{11})، (δ_{12})، (d_{11}) و (d_{12}) به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\delta_{11} = \frac{0 - (-0.5)}{0.5 - (-0.5)} = 0.5 \quad \delta_{12} = \frac{-0.5 - (-0.5)}{0.5 - (-0.5)} = 0$$

$$d_{11} = \frac{0 - (-3/85)}{3/85 - (-3/85)} = 0.5 \quad d_{12} = \frac{-3/85 - (-3/85)}{3/85 - (-3/85)} = 0$$

$$\Delta_{ii}' = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0.5 & 0 \\ 1 & 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\nabla_{ii}' = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.214 \\ 1 & 0.5 & 0.714 \\ 0.786 & 0.286 & 0.5 \end{bmatrix}$$

قدم ششم: محاسبه غلبه کل

در قدم ششم ابتدا مجموع وزن شاخص‌های کیفی و کمی محاسبه شده و سپس اندازه غلبه کل $(D_{ij})'$ بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}w_C &= 0/175 + 0/25 + 0/125 = 0/55, \quad w_O = 0/1 + 0/15 + 0/2 = 0/45 \\D_{11} &= (0/55 \times 0/5) + (0/45 \times 0/5) = 0/5 \\D_{12} &= (0/55 \times 0) + (0/45 \times 0) = 0 \\D_{13} &= (0/55 \times 0) + (0/45 \times 0/214) = 0/096 \\D_{21} &= (0/55 \times 1) + (0/45 \times 1) = 1 \\D_{22} &= (0/55 \times 0/5) + (0/45 \times 0/5) = 0/5 \\D_{23} &= (0/55 \times 0) + (0/45 \times 0/714) = 0/321 \\D_{31} &= (0/55 \times 1) + (0/45 \times 0/786) = 0/904 \\D_{32} &= (0/55 \times 1) + (0/45 \times 0/286) = 0/679 \\D_{33} &= (0/55 \times 0/5) + (0/45 \times 0/5) = 0/5\end{aligned}$$

قدم هفتم: محاسبه امتیاز ارزیابی گزینه‌ها (S_i) و انتخاب گزینه برتر

در آخرین مرحله امتیاز ارزیابی گزینه‌ها محاسبه می‌شود و سپس گزینه‌ها بر اساس S_i ‌های حاصل شده، رتبه‌بندی می‌شوند.

$$\begin{aligned}S_1 &= \left[\frac{D_{11}}{D_{11}} + \frac{D_{21}}{D_{12}} + \frac{D_{31}}{D_{13}} \right]^{-1} = \left[\frac{0/5}{0/5} + 0 + \frac{0/904}{0/096} \right]^{-1} = 0/096 \\S_2 &= \left[\frac{D_{12}}{D_{21}} + \frac{D_{22}}{D_{22}} + \frac{D_{32}}{D_{23}} \right]^{-1} = \left[\frac{0}{1} + \frac{0/5}{0/5} + \frac{0/679}{0/321} \right]^{-1} = 0/321 \\S_3 &= \left[\frac{D_{13}}{D_{31}} + \frac{D_{23}}{D_{32}} + \frac{D_{33}}{D_{33}} \right]^{-1} = \left[\frac{0/096}{0/904} + \frac{0/321}{0/679} + \frac{0/5}{0/5} \right]^{-1} = 0/633\end{aligned}$$

در نتیجه ترتیب گزینه‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$A_3 > A_2 > A_1$$

- ولی زاده مرزونی، وحید. نجفی، اسماعیل. (۱۳۹۳)، رتبه بندی جمعیت هلال احمر به کمک روش EVAMIX (مطالع موردی : در برخی از شهرستان های استان مازندران در سال ۱۳۹۲) ، اولین کنفرانس ملی علوم مهندسی، ایده های نو، موسسه آموزش عالی آیندگان، صفحه ۸-۱.
- شوشتری، شکوفه. پاکپور، مریم. منصوری، زینب. نجفی، اسماعیل. (۱۳۹۳)، رتبه بندی شرکت ها با رویکرد AHP-EVAMIX (مطالعه موردی شرکت های سیمان ایران در بورس تهران) ، اولین کنفرانس ملی علوم مهندسی، ایده های نو، موسسه آموزش عالی آیندگان، صفحه ۸-۱.
- Alinezhad A., Khalili J. (۲۰۱۹), 'EVAMIX Method. In: New Methods and Applications in Multiple Attribute Decision Making (MADM)'. International Series in Operations Research & Management Science, Vol ۲۷۷.
- Hajiaghaei-Keshteli, M., and Cheraghalipour, A. (۲۰۱۷). "An integrated approach for collection center selection in reverse logistics". International Journal of Engineering, Vol. ۳۰, No. ۷, pp. ۱۰۰۵-۱۰۱۶.
- Darji, V. P., and Rao, R. V. (۲۰۱۳). "Application of AHP/EVAMIX method for decision making in the industrial environment". American Journal of Operations Research, Vol. ۳, No. ۶, pp. ۵۴۲-۵۶۹.
- Voogd, H. (۱۹۸۲). "Multicriteria evaluation with mixed qualitative and quantitative data". Environment and Planning B: Planning and Design, Vol. ۹, No. ۲, pp. ۲۲۱-۲۳۶.



بخش هفتم: روش ساختار یافته‌ی رتبه‌بندی ترجیحی برای غنی سازی ارزیابی^۱

۷-۱) مقدمه

روش ساختار یافته‌ی رتبه‌بندی ترجیحی برای غنی سازی ارزیابی (پرومته^۲) در سال ۱۹۸۲ توسط برانس^۳ ایجاد و در سال ۱۹۸۳ با همکاری برتراند^۴ این روش توسعه داده شد. روش پرومته برای رتبه‌بندی مجموعه‌ی متناهی از گزینه‌ها در میان معیارهای غالباً متناقض که قصد رتبه‌بندی آنها را داریم، به کار می‌رود. منطق روش پرومته، مقایسه گزینه‌ها به صورت دو به دو می‌باشد و به همین دلیل قابلیت فهم بالایی دارد. در این روش هر معیار تصمیم براساس تابع مجزا و بدون ارتباط با سایر معیارها، مورد توجه قرار می‌گیرد و لذا در تصمیم‌گیری‌های چند معیاره دارای معیارهای با مقیاس‌ها و شرایط مختلف اندازه‌گیری، یک نقطه قوت محسوب می‌شود. با توجه به اینکه پرومته با هر معیار در ابتدای محاسبات، برخورد مجزا و بدون ارتباط با دیگر معیارها دارد، بنابراین برتری

^۱ Preference Ranking Organization Methods for Enrichment Evaluations

^۲ PROMETHEE

^۳ Brans

^۴ Bertrand

یک گزینه در یک معیار، تاثیری در جایگاه همان گزینه در سایر معیارها ندارد و لذا یک گزینه ایده‌آل باید حداقل‌ها را از تمام گزینه‌ها کسب کند و از این نظر نقطه قوتی در برابر روش‌هایی است که از جمع جبری استفاده می‌کنند، اما تکنیک پرومته روشی برای تبیین ساختار مسئله و تخصیص وزن به معیارها ارائه نمی‌دهد.

۲-۷) مراحل روش پرومته

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: مقایسه زوجی گزینه‌ها

در این مرحله به مقایسه دو به دو گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها پرداخته می‌شود. در این گام انحراف میان معیارهای ارزیابی شده مربوط به گزینه‌ها بر اساس مقایسات زوجی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d_j(a, b) = f_j(a) - f_j(b)$$

که در آن d_j اختلاف معیار ارزیابی شده j بر حسب دو گزینه a و b می‌باشد. رابطه‌ی بالا برای شاخص‌های مثبت زمانی معنادار خواهد بود که $f_j(a) > f_j(b)$ باشد و برای شاخص‌های منفی این رابطه برعکس است.

نکته: در این روش، اولویت‌بندی گزینه‌ها با استفاده از معیارهایی انجام می‌گیرد که همگی مثبت می‌باشند بنابراین لازم است شاخص‌های منفی به شاخص‌های مثبت تبدیل شوند.

قدم سوم: محاسبه توابع برتری (p)

در قدم سوم پس از محاسبه میزان تفاوت گزینه‌ها با یکدیگر، مقدار $p_j(a, b)$ با توجه به توابع روش پرومته که توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود، بدست خواهد آمد.

$$p_j(a, b) = p[d_j(a, b)]$$

تابع ترجیح p_j به هریک از معیارهای J اختصاص داده می‌شود و مقدار $p_j(a, b)$ برای هر زوج گزینه محاسبه می‌شود که این مقدار بین صفر و یک متغیر می‌باشد. برای هر معیار تصمیم‌گیرندگان باید یک تابع ترجیح انتخاب کنند. توابع ترجیح بی‌شماری را در این مورد می‌توان تعریف کرده؛ ولی اغلب از شش شکل تابع ترجیح یعنی تابع عادی، تابع U شکل، تابع V شکل، تابع پله‌ای، تابع V شکل با ناحیه‌ی بی‌تفاوتی و تابع گاوسی استفاده می‌شود.

انواع توابع روش پرومته در اشکال زیر ارائه شده است.

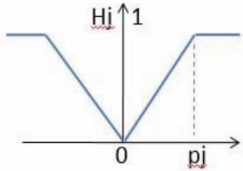
(۱) گزینه‌ها را به صورت جزئی رتبه‌بندی می‌کند.

نام معیار	پارامتر	رابطه	نمودار	شرح
عادی	-	$p(d) = \begin{cases} 0 & d = 0 \\ 1 & d > 0 \end{cases}$		اگر امتیازات دو گزینه برابر باشد، هیچ تفاوتی وجود نخواهد داشت.
مربوط به تأثیرات نمایشی و مسائل مرتبط به اکولوژی				

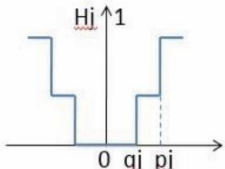
(۲) گزینه‌های گسسته را به صورت کامل رتبه‌بندی می‌کند.

نام معیار	پارامتر	رابطه	نمودار	شرح
U شکل	Q	$p(d) = \begin{cases} 0 & d < q \\ 1 & d > q \end{cases}$		تازمانی که امتیازات دو گزینه کمتر از q باشد، هیچ تفاوتی وجود نخواهد داشت
مربوط به شاخص‌های منابع گسسته				

۳) روابط ترجیح و غیرترجیح را براساس میانگین و انحراف معیار شاخص‌های ترجیح تعریف می‌کند.

نام معیار	پارامتر	رابطه	نمودار	شرح
V شکل	p	$p(d) = \begin{cases} \frac{d}{p} & d < q \\ 1 & d > q \end{cases}$		با نوسان امتیازات در بازه‌ی صفر تا p میزان اولویت خطی تغییر می‌کند. اگر تفاوت بیشتر از p باشد، گزینه اولویت کامل دارد.
مربوط به شاخص‌های عملیاتی و هزینه‌های خرید				

۴) برای گزینه‌های نامحدود کاربرد دارد.

نام معیار	پارامتر	رابطه	نمودار	شرح
هم سطح	p,q	$p(d) = \begin{cases} 0 & d < q \\ \frac{1}{p-q} & q < d < p \\ 1 & d > p \end{cases}$		اگر تفاوت امتیازات دو گزینه کمتر از q باشد، هیچ تفاوتی وجود ندارد. اگر تفاوت بین q و p باشد، یک برتری نسبی وجود دارد. اگر تفاوت بیش از p باشد، اولویت کامل وجود دارد.
مربوط به سود دراز مدت، هزینه نگهداری، هزینه طول عمر و ضمانت				

(۵) یک روش چند معیاره برای انتخاب گزینه‌ها همراه با لحاظ کردن محدودیت‌ها تعریف می‌کند.

نام معیار	پارامتر	رابطه	نمودار	شرح
شکل V با ناحیه بی تفاوتی	p, q	$p(d) = \begin{cases} 1 & d < q \\ \frac{d-q}{p-q} & q < d < p \\ 1 & d > p \end{cases}$		اگر تفاوت امتیازات دو گزینه کمتر از q باشد، هیچ تفاوتی وجود ندارد. با تغییر امتیازات در بازه q و p میزان اولویت به گونه ای خطی تغییر می‌کند. اگر تفاوت بیش از p باشد، اولویت کامل وجود دارد.

مربوط به هزینه
اکتشاف، سود کوتاه
مدت و هزینه ساخت

(۶) الگویی از مغر انسان است.

نام معیار	پارامتر	رابطه	نمودار	شرح
گوسی	S	$p(d) = 1 - e^{-\left(\frac{d^2}{b^2}\right)}$		با میزان تفاوت میان امتیازات گزینه‌ها، میزان اولویت افزایش می‌یابد.

مربوط به زیبایی
ظاهری، کیفیت و
امنیت

در هریک از توابع فوق، حداکثر ۲ تا از ۳ پارامتر باید تنظیم شود، این پارامترها عبارتند از: آستانه‌ی بی‌تفاوتی q : بزرگترین انحراف قابل اغماض در نظر گرفته شده در آن معیار است. آستانه‌ی ترجیح P : کوچکترین انحراف در نظر گرفته شده برای تعیین رجحان کامل توسط تصمیم‌گیرندگان. آستانه‌ی بی‌تفاوتی q و آستانه‌ی ترجیح P به ترتیب با توجه به مقیاس اندازه‌گیری، مقداری کوچک و بزرگ هستند. آستانه‌ی گاوسی S : نقطه‌ی عطف تابع ترجیح گاوسی است. مقدار آستانه‌ی گاوسی S ، معمولاً مقداری بین مقدار p و q در نظر گرفته می‌شود.

قدم چهارم: محاسبه مجموع موزون برتری گزینه‌ها نسبت به یکدیگر
مجموع موزون برتری گزینه a نسبت به b که با $\pi(a, b)$ و مجموع موزون برتری گزینه b نسبت به a که با $\pi(b, a)$ نشان داده می‌شود، به صورت روابط زیر محاسبه می‌شود.

$$\pi(a, b) = \sum P_j(a, b)W_j$$

$$\pi(b, a) = \sum P_j(b, a)W_j$$

در روابط بالا W_j نشان‌دهنده‌ی وزن شاخص J ام است.

نکته: شاخص $\pi(a, b)$ در صورتی برابر یک می‌شود که گزینه a در تمامی معیارها نسبت به گزینه b برتری داشته باشد.

نکته: شاخص $\pi(a, b)$ در صورتی برابر صفر می‌شود که گزینه‌های a و b در هیچ معیارهای نسبت به یکدیگر برتری ندارند.

قدم پنجم: محاسبه جریان ترجیح

جریان ترجیح به منظور منظم کردن مقایسه‌های زوجی و رتبه‌بندی گزینه‌ها می‌باشد. سه نوع مختلف جریان ترجیحات در روش پرومته وجود دارد که عبارتند از: $\Phi^-(a)$ (جریان ورودی)، $\Phi^+(a)$ (جریان خروجی) و $\Phi(a)$ (جریان خالص). برای محاسبه جریان خروجی، ورودی و جریان خالص از روابط زیر استفاده می‌شود.

$$(\Phi^+(a)) = \frac{1}{m-1} \sum \pi(a, x) \quad m: \text{تعداد گزینه}$$

هرچه این مقدار بیشتر باشد این گزینه بهتر خواهد بود.

$$(\Phi^-(a)) = \frac{1}{m-1} \sum \pi(x, a) \quad m: \text{تعداد گزینه}$$

هرچه این مقدار کمتر باشد این گزینه بهتر خواهد بود.

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a)$$

جریان خروجی $(\Phi^+(a))$ ، بیان می‌کند یک گزینه مانند a چه قدر از گزینه‌های دیگر برتر است. هرچه این مقدار بیشتر باشد این گزینه برتر خواهد بود. جریان ورودی $(\Phi^-(a))$ ، بیان می‌کند که گزینه‌های دیگر چه قدر برگزینه a برتر می‌باشند. $\Phi(a)$ جریان خالص رتبه‌بندی می‌باشد.

جهت استخراج جواب به صورت زیر می‌توان عمل کرد:

پرومته I:

رتبه‌بندی‌ها از مقایسه جریان‌های برتری مثبت و منفی به دست می‌آیند. که P و I و R به ترتیب نشان دهنده ارجحیت، بی تفاوتی و غیر قابل مقایسه بودن است.

$$\left\{ \begin{array}{l} aP^I b \text{ if } \left\{ \begin{array}{l} \Phi^+(a) > \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) < \Phi^-(b), \text{ or} \\ \Phi^+(a) = \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) < \Phi^-(b), \text{ or} \\ \Phi^+(a) > \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) = \Phi^-(b); \end{array} \right. \\ aI^I b \text{ if } \Phi^+(a) = \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) = \Phi^-(b); \\ aR^I b \text{ if } \left\{ \begin{array}{l} \Phi^+(a) > \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) > \Phi^-(b), \text{ or} \\ \Phi^+(a) < \Phi^+(b) \text{ and } \Phi^-(a) < \Phi^-(b); \end{array} \right. \end{array} \right.$$

مقایسه جریان ورودی و خروجی

- رابطه $aP^I b$ نشان می‌دهد برتری a ناشی از ضعف b است.
- رابطه $aI^I b$ نشان می‌دهد جریان‌های مثبت و منفی با هم برابرند.
- رابطه $aR^I b$ نشان می‌دهد دو جریان به وجود آمده سازگار نیستند.
- روش پرومته I در رتبه‌بندی محتاط است چرا که در این حالت تصمیم نمی‌گیرد کدام گزینه بهتر است و انتخاب گزینه برتر بر عهده تصمیم‌گیرنده است.

پرومته II:

در پرومته II معمولاً تصمیم‌گیرنده نیاز به رتبه‌بندی کامل دارد. در این روش جریان خالص برتری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a)$$

هر چه جریان خالص گزینه‌ای بیشتر باشد آن گزینه بهتر است. بنابراین:

$$a P^I b \text{ if } \Phi(a) > \Phi(b),$$

$$a I^I b \text{ if } \Phi(a) = \Phi(b).$$

در این روش همه گزینه‌ها قابل مقایسه هستند و گزینه‌ی غیر قابل مقایسه‌ی ای باقی نمی‌ماند.

۳-۷ مثال:

یک شرکت جهت خرید مواد اولیه خود، سه فروشنده را در نظر گرفته است و قصد دارد، بر مبنای چهار عامل قیمت، کیفیت، سرویس و ظرفیت تولیدی به انتخاب فروشنده‌ی مناسب بپردازد.

ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب فروشنده مناسب و همچنین وزن هریک از معیارها، به صورت جدول ۷-۱ آمده است:

جدول ۷-۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب فروشنده

معیارها فروشنده	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (-)
نوع تابع	۳	۵	۴	۳
Q	-	۳	۱	-
P	۵	۱۰	۳	۵
A _۱	متوسط	۱۳	متوسط	۸
A _۲	بد	۹	خیلی بد	۱۰
A _۳	خیلی خوب	۶	بد	۱۲
وزن	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۴

با استفاده از روش PROMOTEE به اولویت‌بندی فروشندگان پردازید.

حل:

قدم اول: در اولین مرحله از این روش به کمی‌سازی ماتریس تصمیم‌گیری پرداخته می‌شود و بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می‌شود. با توجه به این که در این روش بایستی تمام شاخص‌ها مثبت باشند در این مرحله شاخص‌های منفی نیز به شاخص مثبت تبدیل می‌شود و بدین منظور مقادیر آن‌ها در یک منفی ضرب می‌گردد. در نتیجه ماتریس تصمیم‌گیری کمی به صورت جدول ۷-۲ می‌باشد:

جدول ۷-۲: ماتریس تصمیم‌گیری کمی انتخاب فروشنده

معیارها فروشنده	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (+)
A_1	۵	۱۳	۵	-۸
A_2	۳	۹	۱	-۱۰
A_3	۹	۶	۳	-۱۲
وزن	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۴

قدم دوم: مقایسه زوجی گزینه‌ها

در این مرحله به مقایسه دو به دو گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها پرداخته می‌شود و در نتیجه ماتریس ارجحیت برای هر یک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۷-۳ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه $d_{\text{کیفیت}}(A_1, A_2)$ و $d_{\text{کیفیت}}(A_2, A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d_{\text{کیفیت}}(A_1, A_2) = 5 - 3 = 2$$

$$d_{\text{کیفیت}}(A_2, A_1) = 3 - 5 = -2$$

جدول ۷-۳: مقایسه زوجی گزینه‌ها

شاخص	گزینه	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (+)
میزان تفاوت A_1 با گزینه‌های دیگر	A_2	۲	۴	۴	۲
	A_3	-۴	۷	۲	۴
میزان تفاوت A_2 با گزینه‌های دیگر	A_1	-۲	-۴	-۴	-۲
	A_3	-۶	۳	-۲	۲
میزان تفاوت A_3 با گزینه‌های دیگر	A_1	۴	-۷	-۲	-۴
	A_2	۶	-۳	۲	-۲

قدم سوم: محاسبه توابع برتری (p)

در گام سوم با استفاده از فواصل به دست آمده در جدول ۷-۳، مقادیر توابع برتری با توجه به نوع توابع هر کدام از شاخص‌ها بدست خواهد آمد که در جدول ۷-۴ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه توابع برتری گزینه A_1 با گزینه A_2 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_{\text{کیفیت}}(A_1, A_2):$$

$$p(d) = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ است، بنابراین:}$$

$$p_{\text{ظرفیت}}(A_1, A_2):$$

$$p(d) = \frac{4-3}{10-3} = 0.14 \text{ است، بنابراین:}$$

$$p_{\text{سرویس}}(A_1, A_2):$$

$$p(d) = 1 \text{ است، بنابراین:}$$

$$p_{\text{قیمت}}(A_1, A_2):$$

$$p(d) = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ است، بنابراین:}$$

جدول ۷-۴: محاسبه توابع برتری

شاخص	گزینه	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (+)
میزان تفاوت A_1 با گزینه‌های دیگر	A_2	۰/۴	۰/۱۴	۱	۰/۴
	A_3	-۰/۸	۰/۵۷	۰/۵	۰/۸
میزان تفاوت A_2 با گزینه‌های دیگر	A_1	-۰/۴	۰	۰	-۰/۴
	A_3	-۱/۲	۰	۰	۰/۴
میزان تفاوت A_3 با گزینه‌های دیگر	A_1	۰/۸	۰	۰	-۰/۸
	A_2	۱	۰	۰/۵	-۰/۴

قدم چهارم: در این مرحله محاسبه مجموع موزون برتری گزینه‌ها نسبت به یکدیگر بر اساس جدول ۷-۴ محاسبه می‌شود که در جدول ۷-۵ آورده شده است.

به عنوان مثال $\pi(1,2)$ و $\pi(2,1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi(1,2) = (0/4 \times 0/3) + (0/14 \times 0/1) + (1 \times 0/2) + (0/4 \times 0/4) = 0/5$$

$$\pi(2,1) = (-0/4 \times 0/3) + (0 \times 0/1) + (0 \times 0/2) + (-0/4 \times 0/4) = -0/28$$

جدول ۷-۵: مجموع موزون برتری گزینه‌ها نسبت به یکدیگر

$\pi(3,1) = -0/08$	$\pi(2,1) = -0/28$	$\pi(1,2) = 0/5$
$\pi(3,2) = 0/24$	$\pi(2,3) = -0/2$	$\pi(1,3) = 0/24$

قدم پنجم: محاسبه جریان ترجیح

در قدم آخر جریان‌های ورودی و خروجی محاسبه می‌شود و سپس به رتبه‌بندی گزینه‌ها از طریق دو روش پرومته I و پرومته II پرداخته می‌شود.

در روش پرومته II پس از محاسبه جریان‌های ورودی و خروجی، جریان خالص گزینه‌ها محاسبه و به رتبه‌بندی گزینه‌ها پرداخته می‌شود که در جدول ۷-۶ آمده است.

به عنوان نمونه $\Phi^+(A_1)$ ، $\Phi^-(A_1)$ و $\Phi(A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Phi^+(A_1) = \frac{1}{4} \times (0/5 + 0/24) = 0/37$$

$$\Phi^-(A_1) = \frac{1}{4} \times (-0/08 - 0/28) = -0/18$$

$$\Phi(A_1) = (0/37 + 0/18) = 0/5$$

جدول ۷-۶: محاسبه جریان ترجیح

رتبه	ϕ	ϕ^-	ϕ^+	گزینه
۱	۰/۵۵	-۰/۱۸	۰/۳۷	A _۱
۳	-۰/۶۱	۰/۳۷	-۰/۲۴	A _۲
۲	۰/۰۶	۰/۰۲	۰/۰۸	A _۳

در روش پرومته I رتبه‌بندی گزینه‌ها با مقایسه جریان‌های ورودی و خروجی که در جدول ۷-۶ آمده است، به صورت زیر حاصل می‌شود:

ناشی از ضعف A_۲ است. $\phi^-(A_1) < \phi^-(A_2)$ و $\phi^+(A_1) > \phi^+(A_2)$ بنابراین $A_1 P^I A_2$ در نتیجه برتری A_۱

ناشی از ضعف A_۳ است. $\phi^-(A_1) < \phi^-(A_3)$ و $\phi^+(A_1) > \phi^+(A_3)$ بنابراین $A_1 P^I A_3$ در نتیجه برتری A_۱

حالتی اطلاعاتی که توسط دو جریان به وجود می‌آیند سازگار نیستند و این دو گزینه غیرقابل مقایسه با یکدیگر هستند. $\phi^-(A_2) > \phi^-(A_3)$ و $\phi^+(A_2) < \phi^+(A_3)$ بنابراین $A_2 R^I A_3$ در نتیجه در چنین

منابع

- جهان‌پور، نرمین. ممتاز، حمیدرضا. سوری، مهشید. (۱۳۹۷)، استفاده از تکنیک پرومته در ارزیابی بهکاشت اراضی برای محصولات انار و پسته در دشت میاندوآب، تحقیقات کاربردی خاک، جلد ۶، شماره ۲، صفحه ۵۷-۴۳.
- رضائی‌نور، جلال. عنایتی، فرزانه. (۱۳۹۵)، ارائه مدلی برای ارزیابی عملکرد واحدهای مرکز رشد با ترکیب روشهای کارت امتیازی متوازن، تحلیل شبکه ای و پرومته، فصلنامه مدیریت توسعه فناوری، دوره سوم، شماره ۵، صفحه ۹۸-۷۵.
- کرمی، ابراهیم. فوکردهی، رحیم. (۱۳۹۵)، مدل تلفیقی اولویت‌بندی فازی و پرومته برای انتخاب تامین‌کننده، مجله مدیریت صنعتی، دوره ۸، شماره ۳، صفحه ۴۸۶-۴۶۷.
- قبادی، مرتضی. احمدی پری، معصومه. (۱۳۹۵)، مکانیابی و آمایش صنایع پتروشیمی با رویکرد برنامه‌ریزی محیط زیست و بهره‌گیری از روش تلفیقی پرومته و فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی (مطالعه‌ی موردی: استان لرستان)، برنامه‌ریزی و آمایش فضا، دوره بیستم، شماره ۴، صفحه ۲۲۶-۲۰۱.
- بخشی، محمدرضا. پناهی، رجب. ملائی، زینب. کاظمی، حسن. محمدی، داود. (۱۳۹۰)، ارزیابی وضعیت نوآوری در منطقه جنوب غرب آسیا و تعیین جایگاه ایران: کاربرد روش تصمیم‌گیری پرومته، فصلنامه علمی-پژوهشی سیاست علم و فناوری، سال سوم، شماره ۳، صفحه ۳۱-۱۹.

21 Methods



بخش هشتم: روش رتبه‌بندی چند شاخصه ساده^۱

۸-۱) مقدمه

روش رتبه‌بندی چند شاخصه ساده (اسمارت^۲) در سال ۱۹۷۱ توسط ادوارد^۳ ارائه شده است. در این روش ابتدا با توجه به نظر خبره شاخص‌ها رتبه‌بندی و وزن نسبی هریک از شاخص‌ها تعیین می‌شود، در نهایت وزن گزینه‌ها از تلفیق اوزان فوق به دست می‌آید. از مزایای این روش این است که می‌توان ترکیبی از شاخص‌های کیفی و کمی را برای رتبه‌بندی گزینه‌های مورد بررسی استفاده کرد و همچنین سادگی این روش از دیگر مزایای آن است، اما می‌توان گفت این روش برای مواقعی قابل استفاده است که تعداد شاخص‌ها کم باشد و خبره اولییتی را میان شاخص‌ها در نظر گرفته باشد.

^۱ Simple Multi-Attribute Rating Technique

^۲ SMART

^۳ Edwards

۸-۲) مراحل روش SMART

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری

در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود.

قدم دوم: رتبه‌بندی شاخص‌ها

در این قدم شاخص‌ها بر حسب اهمیت آنها توسط خبره مرتب می‌شوند و به مهمترین شاخص رتبه ۱ و به کم اهمیت‌ترین شاخص رتبه n اختصاص داده می‌شود (n برابر است با تعداد شاخص‌ها).

قدم سوم: تعیین وزن شاخص‌ها توسط خبره (W_j)

در قدم سوم لازم است وزن هریک از شاخص‌ها در مقایسه با سایر شاخص‌ها تعیین شود، بدین منظور به کم اهمیت‌ترین شاخص عدد ۱۰ اختصاص داده می‌شود سپس برای تخمین وزن نسبی سایر شاخص‌ها، اهمیت نسبی هر شاخص نسبت به کم اهمیت‌ترین شاخص و همچنین دیگر شاخص‌ها سنجیده می‌شود و وزن نسبی آن شاخص تعیین می‌شود. در نهایت خبره با بررسی مجدد اوزان، در صورت نیاز آنها را تغییر می‌دهد تا مجموعه‌ای سازگار از وزن‌ها حاصل شود.

قدم چهارم: بی‌مقیاس سازی اوزان سازگار

به دلیل اینکه مجموع وزن‌های اختصاص داده شده به شاخص‌ها در قدم سوم لازم است برابر با یک باشد، با روش بی‌مقیاس سازی مستقیم، وزن‌های سازگار را بی‌مقیاس می‌کنیم.

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

قدم پنجم: تعیین مقدار مطلوبیت گزینه‌ها (U_{ji})

به منظور تعیین مقدار مطلوبیت گزینه‌ها ابتدا از خبره خواسته می‌شود تا وزن شاخص‌های هر گزینه را با توجه به کمی و کیفی بودن شاخص‌ها تعیین کند (به شاخص‌های کمی عددی بین ۱ تا ۱۰۰ اختصاص داده می‌شود)، در واقع ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه

تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود. در آخر از طریق روابط زیر برای شاخص‌های مثبت و منفی مقدار مطلوبیت شاخص‌ها برای هر گزینه محاسبه می‌شود:

$$u_{ji} = \begin{cases} \frac{a_{ji} - a_{\min}}{a_{\max} - a_{\min}} \times 100 & \text{شاخص های مثبت} \\ \frac{a_{\max} - a_{ji}}{a_{\max} - a_{\min}} \times 100 & \text{شاخص های منفی} \end{cases}$$

به طوریکه در روابط بالا u_{ji} نشان‌دهنده‌ی مقدار مطلوبیت گزینه‌ها است، $a_{\max}$ و $a_{\min}$ نشان‌دهنده‌ی بیشترین و کمترین مقدار شاخص j است و a_{ji} مقدار شاخص j برای گزینه i ام را نشان می‌دهد.

قدم نهم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در قدم آخر به منظور رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$u_i = \sum_{j=1}^m w_j u_{ji}$$

در رابطه‌ی بالا u_i نشان‌دهنده‌ی مطلوبیت نهایی گزینه i است و به منظور رتبه‌بندی گزینه‌ها، گزینه‌ها براساس u_i به صورت نزولی مرتب می‌شوند.

۸-۳) مثال^۱

به منظور انتخاب مکان مناسب جهت دفن زباله‌های هسته‌ای، ۵ مکان در نظر گرفته شده است و جهت اولویت‌بندی مکان‌های در نظر گرفته شده، چهار شاخص هزینه، تلفات انسانی، حوادث طبیعی و بهبود و توسعه شهری در نظر گرفته شده که در جدول ۸-۱ آورده شده است. با استفاده از روش SMART به اولویت‌بندی مکان‌های منتخب جهت دفن زباله‌های هسته‌ای پردازید.

^۱ مثال مربوطه برگرفته از مقاله " SMART-Multi-criteria decision-making technique for use in planning activities "

جدول ۸-۱: ماتریس تصمیم‌گیری مکان‌های مناسب جهت دفن زباله‌های هسته‌ای

شاخص گزین	هزینه (-)	تلفات انسانی (-)	حوادث طبیعی (-)	بهبود و توسعه شهری (+)
A_1	۴۰	۶۰	خیلی زیاد	کم
A_2	۱۰۰	۱۴۰	خیلی کم	خیلی زیاد
A_3	۶۰	۴۰	کم	زیاد
A_4	۶۰	۴۰	متوسط	متوسط
A_5	۷۰	۸۰	کم	خیلی زیاد

حل:

قدم اول: با توجه به اینکه ماتریس تصمیم‌گیری در صورت مسئله در جدول ۸-۱ تشکیل شده است، به قدم دوم می‌رویم.

قدم دوم: ابتدا شاخص‌ها به ترتیب اهمیت توسط خبره رتبه‌بندی می‌شوند که در جدول ۸-۲ آورده شده است.

جدول ۸-۲: رتبه‌بندی شاخص‌ها توسط خبره

شاخص	رتبه
هزینه	۳
تلفات انسانی	۱
حوادث طبیعی	۲
بهبود و توسعه شهری	۴

قدم سوم: با توجه به رتبه‌بندی شاخص‌ها در قدم دوم، وزن شاخص‌ها (W_j) توسط خبره تعیین می‌شود، بدین منظور ابتدا به کم اهمیت‌ترین شاخص یعنی شاخص بهبود و توسعه شهری وزن ۱۰ اختصاص داده می‌شود، سپس به منظور تعیین وزن نسبی شاخص هزینه، اهمیت شاخص هزینه نسبت به شاخص بهبود توسط خبره سنجیده شده و به آن وزن ۶۰ اختصاص داده می‌شود. مجدداً به منظور تعیین وزن نسبی شاخص حوادث طبیعی اهمیت آن نسبت به شاخص بهبود و همچنین هزینه بررسی

می‌شود، وزن نسبی شاخص حوادث طبیعی نسبت به بهبود ۱۵۰ و نسبت به هزینه برابر با ۳۰ در نظر گرفته می‌شود. بنابراین به منظور ایجاد سازگاری میان وزن‌های در نظر گرفته شده، وزن نسبی شاخص هزینه به ۵۰ کاهش می‌یابد. در نهایت به منظور تعیین وزن نسبی شاخص تلفات انسانی ابتدا اهمیت نسبی آن نسبت به شاخص بهبود، ۲۵ برابر و نسبت به شاخص هزینه ۷ برابر و نسبت به شاخص حوادث طبیعی ۲ برابر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین با توجه به وزن‌های از قبل در نظر گرفته شده برای سه شاخص بهبود، هزینه و حوادث (بهبود=۱۰، هزینه=۵۰، حوادث=۱۵۰) سه وزن نسبی برای شاخص تلفات انسانی یعنی ۲۵۰، ۳۵۰ و ۳۰۰ در نظر گرفته می‌شود، پس از بررسی، خبره تصمیم می‌گیرد به منظور برقراری سازگاری میان وزن شاخص‌ها، وزن نسبی هزینه از ۵۰ به ۴۰ کاهش یابد و همچنین اهمیت نسبی تلفات انسانی به حوادث طبیعی کمی کاهش یابد. در نتیجه وزن‌های نسبی نهایی همان‌طور که در جدول ۸-۳ آورده شده است توسط خبره تعیین می‌گردد.

جدول ۸-۳: تخصیص وزن به شاخص‌ها توسط خبره

شاخص	رتبه
هزینه	۴۰
تلفات انسانی	۲۵۰
حوادث طبیعی	۱۵۰
بهبود و توسعه شهری	۱۰

قدم چهارم: در قدم چهارم وزن‌های تخصیص داده شده به شاخص‌ها با استفاده از روش بی‌مقیاس سازی مستقیم، بی‌مقیاس می‌شوند.

جدول ۸-۴: بی‌مقیاس سازی وزن به شاخص‌ها

شاخص	رتبه
هزینه	۰/۰۹
تلفات انسانی	۰/۵۶
حوادث طبیعی	۰/۳۳
بهبود و توسعه شهری	۰/۰۲

قدم پنجم: ابتدا لازم است ماتریس تصمیم‌گیری اولیه که در صورت مسئله توسط خبره تعیین شده است با استفاده از طیف ساعتی کمی شود که در جدول ۵-۸ نشان داده شده است.

جدول ۵-۸: ماتریس تصمیم‌گیری کمی مکان‌های مناسب جهت دفن زباله‌های هسته‌ای

شاخص گزینه	هزینه (-)	تلفات انسانی (-)	حوادث طبیعی (+)	بهبود و توسعه شهری (+)
A_1	۴۰	۶۰	۱	۳
A_2	۱۰۰	۱۴۰	۹	۹
A_3	۶۰	۴۰	۷	۷
A_4	۶۰	۴۰	۵	۵
A_5	۷۰	۸۰	۷	۹

به منظور تعیین مقدار مطلوبیت شاخص‌ها (u_{ji}) با توجه به ماتریس کمی، مقادیر MAX و MIN هر شاخص با توجه به مثبت و منفی بودن هر شاخص به صورت جدول ۶-۸ تعیین می‌شود.

جدول ۶-۸: محدودیت شاخص‌ها

شاخص محدوده	هزینه (-)	تلفات انسانی (-)	حوادث طبیعی (+)	بهبود و توسعه شهری (+)
MAX	۱۰۰	۱۴۰	۹	۹
MIN	۴۰	۳۰	۱	۳

سپس مقدار مطلوبیت شاخص‌ها برای هر گزینه محاسبه می‌شود که در جدول ۷-۸ آورده شده است.

به عنوان نمونه u_{11} و u_{14} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{11} = \frac{100 - 60}{100 - 40} \times 100 = 66/7$$

$$u_{14} = \frac{3 - 5}{9 - 3} \times 100 = 33/3$$

جدول ۷-۸: مقدار مطلوبیت شاخص‌ها (U_{ji})

شاخص گزینه	هزینه (+)	تلفات انسانی (+)	حوادث طبیعی (+)	بهبود و توسعه شهری (+)
A_1	۱۰۰	۷۲/۷۳	۰	۰
A_2	۰	۰	۱۰۰	۱۰۰
A_3	۶۶/۷	۹۰/۹	۷۵	۶۶/۷
A_4	۶۶/۷	۹۰/۹	۵۰	۳۳/۳۳
A_5	۵۰	۵۴/۵	۷۵	۱۰۰

قدم ششم: در آخرین قدم به منظور اولویت بندی گزینه‌ها U_{ji} های محاسبه شده در W_j های بی‌مقیاس شده ضرب و مجموع آن برای هر گزینه محاسبه می‌شود (U_i) که در جدول ۸-۸ آورده شده است.

به عنوان نمونه U_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_1 = (0/09 \times 100) + (0/56 \times 72/73) + (0/33 \times 0) + (0/02 \times 25) = 49/73$$

جدول ۸-۸: رتبه بندی گزینه‌ها

رتبه	U_i	گزینه
۴	۴۹/۷۳	A_1
۵	۳۵	A_2
۱	۸۲/۹۹	A_3
۲	۷۴/۰۷	A_4
۳	۶۱/۷۷	A_5

منابع

- محرم‌نژاد، ناصر. ستاره، هاشم. طلوعی اشلقی، عباس. (۱۳۹۱)، کاربرد مدل تصمیم‌گیری چند معیاره در انتخاب جاذب بهینه ید رادیواکتیو هوابرد ناشی از تاسیسات و نیروگاه‌های هسته‌ای در ایران. دو ماه‌نامه علمی_پژوهشی فیض، دوره ۵، شماره ۶، صفحه ۴۶۷-۴۶۱.
- علی‌نژاد، علیرضا. ماکوئی، احمد. اسفندیاری، نیما. (۱۳۹۰)، تکنیک‌های نوین در تصمیم‌گیری چند شاخصه. نشر تهران، چاپ دوم.
- Risawandi, R. R. (۲۰۱۶). "Study of the simple multi-attribute rating technique for decision support". Decision-making, Vol. ۲, No. ۶, pp. ۴۹۱-۴۹۴.
- Cholil, S. R., Pinem, A. P. R., and Vydia, V. (۲۰۱۸). "Implementasi metode Simple Multi Attribute Rating Technique untuk penentuan prioritas rehabilitasi dan rekonstruksi pascabencana alam". Register: Jurnal Ilmiah Teknologi Sistem Informasi, Vol. ۴, No. ۱, pp. ۱-۶.
- Bell, D. E., Keeney, R. L., and Raiffa, H. (۱۹۷۷). "Conflicting objectives in decisions". John Wiley & Sons.
- Valiris, G., Chytas, P., and Glykas, M. (۲۰۰۵). "Making decisions using the balanced scorecard and the simple multi-attribute rating technique". Performance Measurement and Metrics, Vol. ۶, No. ۳, pp. ۱۵۹-۱۷۱.
- Oktavianti, E., Komala, N., and Nugrahani, F. (۲۰۱۹). "Simple multi attribute rating technique (SMART) method on employee promotions". In Journal of Physics: Conference Series, Vol. ۱۱۹۳, No. ۱, pp. ۱-۷.
- Patel, M. R., Vashi, M. P., & Bhatt, B. V. (۲۰۱۷). "SMART-Multi-criteria decision-making technique for use in planning activities". Proceedings of New Horizons in Civil Engineering (NHCE-۲۰۱۷), Surat India.

21 Methods

REGIME

بخش نهم: روش رتبه بندی نهایی^۱

۹-۱) مقدمه

روش رژیمه^۲ نخستین بار توسط نیجکمپ و هینلوپن^۳ در سال ۱۹۸۶ پیشنهاد شد. در این روش به صورت کیفی و با استفاده از ماتریس REGIME به اولویت بندی گزینه ها پرداخته می شود. این روش یکی از روش های تصمیم گیری چند شاخصه جبرانی است و از مهم ترین مزایای آن می توان به سادگی این روش اشاره کرد. لازم به ذکر است که در روش رژیمه نیازی به کمی کردن شاخص ها نیست.

^۱ Final Ranking Method

^۲ REGIME

^۳ Nijkamp and Hinloopen

۹-۲) مراحل روش REGIME

با استفاده از روش رژیمه می‌توان گزینه‌ها را به دو روش رتبه‌بندی کرد. مراحل انجام این دو روش به صورت زیر می‌باشد:

روش اول

قدم اول: معرفی مجموعه برتری

در این مرحله مجموعه شاخص‌هایی که در آن A_k برابر یا بهتر از گزینه A_l می‌باشد، مشخص می‌شود و این مجموعه با C_{kl} نشان داده می‌شود.

$$c_{kl} = \{J | x_{kj} \geq x_{lj}\} \rightarrow A_k \gg A_l \quad J = (\text{شمارنده شاخص})$$

قدم دوم: معرفی شاخص برتری

در این مرحله برای تعیین شاخص برتری از مجموعه برتری که در مرحله قبل تعیین شد استفاده می‌شود. بدین منظور از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$C_{kl} = \sum_{j \in c_{kl}} W_j$$

که در رابطه‌ی فوق مقدار W_j وزن شاخص‌هاست که تصمیم‌گیرنده به تعیین آن‌ها می‌پردازد.

قدم سوم: رتبه‌بندی نهایی

در روش اول با استفاده از شاخص برتری (C_{kl}) به رتبه‌بندی گزینه‌ها پرداخته می‌شود. بدین منظور ابتدا حاصل عبارت $C_{kl} - C_{lk}$ محاسبه می‌شود، اگر حاصل این مقدار مثبت باشد می‌توان بیان داشت که A_k بر A_l برتری دارد و اگر این مقدار منفی باشد نشان‌دهنده‌ی برتری A_l بر A_k است.

روش دوم

قدم اول: تشکیل ماتریس تاثیرات

این ماتریس از رتبه بندی گزینه ها براساس شاخص ها بدست می آید و براساس اطلاعات ماتریس تصمیم گیری اولیه به رتبه بندی گزینه ها در هر شاخص به صورت جداگانه می پردازد.

قدم دوم: تشکیل ماتریس REGIME

این ماتریس از مقایسه زوجی گزینه ها بدست می آید و وضعیت گزینه ها به صورت دو به دو با یکدیگر مقایسه می شوند. به عبارت دیگر، برای هر معیار C_j می توان مقدار $E_{kl,j}$ را برای هر زوج از گزینه ها (A_k, A_l) به صورت رابطه ی زیر تعریف کرد:

$$E_{kl,j} = \begin{cases} +1 & \text{if } r_{kj} < r_{lj} \\ 0 & \text{if } r_{kj} = r_{lj} \\ -1 & \text{if } r_{kj} > r_{lj} \end{cases}$$

که در آن r_{kj} و r_{lj} رتبه گزینه A_k و A_l براساس شاخص C_j در ماتریس تاثیرات می باشد. در ادامه پس از بررسی دو به دو همه گزینه ها در همه شاخص ها، برای هر جفت گزینه یک بردار به صورت زیر تشکیل می شود:

$$E_{kl} = (E_{kl,1}, E_{kl,2}, \dots, E_{kl,n})$$

این بردار REGIME نامیده می شود و ماتریس REGIME از این بردارها تشکیل شده است. این REGIME ها برای تعیین رتبه ی گزینه ها استفاده می شود.

قدم سوم: محاسبه شاخص برتری و رتبه بندی نهایی

به منظور رتبه بندی گزینه ها ابتدا شاخص برتری برای هر گزینه از طریق رابطه زیر محاسبه می شود:

$$I_{kl} = \sum_{j=1}^n W_j E_{kl,j}$$

در رابطه‌ی فوق I_{kl} مقدار برتری گزینه k بر l را بیان می‌کند. سپس ماتریس همابستگی $I = |I_{kl}|$ ، که یک ماتریس مربع $m \times m$ غیر قطری است به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$I = \begin{bmatrix} - & I_{12} & \cdots & I_{1m} \\ I_{21} & - & \cdots & I_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ I_{m1} & I_{m2} & \cdots & - \end{bmatrix}$$

بنابراین اگر $I_{kl} > 0$ باشد نشان دهنده‌ی ارجحیت گزینه k بر l است و اگر $I_{kl} < 0$ باشد نشان دهنده‌ی ارجحیت گزینه l بر k است و در صورتی که $I_{kl} = 0$ و $I_{lk} = 0$ باشد در این صورت نمی‌توان گزینه k و l را نسبت به یکدیگر سنجید.

نکته: در ماتریس I می‌توان نیمی از عناصر ماتریس را محاسبه نکرد، زیرا $I_{lk} = -I_{kl}$.

۹-۳) مثال

یک شرکت تجاری قصد دارد جهت انتخاب احداث کارخانه‌ی جدید خود یک محل مناسب را انتخاب نماید، به همین دلیل چهار شاخص را در نظر گرفته است و بر مبنای آن به انتخاب محل مناسب پرداخته است. این شرکت با توجه به محدودیت‌هایی که دارد سه محل را در نظر گرفته است و ماتریس تصمیم خود و وزن هریک از شاخص‌های ارزیابی را به صورت جدول ۹-۱ تشکیل داده است.

جدول ۹-۱: ماتریس تصمیم‌گیری روش‌های انجام پروژه

شاخص‌ها گزینه‌ها	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (۱۰۰۰ نفر) (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A_1	خیلی خوب	متوسط	۸۲	۹
A_2	خوب	متوسط	۵۶	۷
A_3	متوسط	خوب	۳۵	۱۳
وزن	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۱

با استفاده از روش REGIME، محل مناسب را انتخاب نمایید.

حل:

روش اول

قدم اول: در این مرحله مجموعه برتری برای مقایسه دوبه دو گزینه‌ها در نظر گرفته می‌شود که به

صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{array}{ll} C_{12} = \{1, 2\} & C_{21} = \{2, 3, 4\} \\ C_{13} = \{1, 4\} & C_{31} = \{2, 3\} \\ C_{23} = \{1, 4\} & C_{32} = \{2, 3\} \end{array}$$

قدم دوم: در این مرحله مقدار شاخص برتری با استفاده از مجموعه برتری تعیین شده در مرحله

قبل مشخص می‌شود.

به عنوان نمونه C_{12} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{array}{ll} C_{12} = 0/3 + 0/2 = 0/5 & \\ C_{13} = 0/4 & C_{21} = 0/6 \\ C_{23} = 0/4 & C_{31} = 0/6 \\ C_{21} = 0/7 & \end{array}$$

قدم سوم: در روش اول به منظور رتبه‌بندی گزینه‌ها، به مقایسه دو به دو گزینه‌ها از طریق محاسبه

تفاضل شاخص برتری (C_{kl}) گزینه‌ها پرداخته می‌شود ($C_{kl} - C_{lk}$). که مقادیر آن در جدول ۹-۲

شان داده شده است:

جدول ۹-۲: تفاضل شاخص برتری

$C_{21} - C_{12}$	۰/۲
$C_{31} - C_{13}$	۰/۲
$C_{32} - C_{23}$	۰/۲

بنابراین مطابق با جدول ۹-۲:

$$C_{21} - C_{12} > 0 \text{ در نتیجه } A_2 > A_1$$

$$C_{31} - C_{13} > 0 \text{ در نتیجه } A_3 > A_1$$

$$C_{32} - C_{23} > 0 \text{ در نتیجه } A_3 > A_2$$

در نتیجه رتبه‌بندی گزینه‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$A_3 > A_2 > A_1$$

روش دوم

قدم اول: ابتدا ماتریس تاثیرات با استفاده از رتبه‌بندی گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها بدست می‌آید

که ماتریس حاصل در جدول ۹-۳ نشان داده شده است:

جدول ۹-۳: ماتریس تاثیرات

شاخص‌ها گزینه‌ها	کیفیت زندگی	کیفیت نیروی انسانی در دسترس	جمعیت محل (۱۰۰۰ نفر)	نزدیکی به مصرف کننده
A_1	۱	۲	۳	۲
A_2	۲	۲	۲	۱
A_3	۳	۱	۱	۳

قدم دوم: در این مرحله ماتریس REGIME از مقایسه زوجی گزینه‌ها به صورت دو به دو

بدست می‌آید و در ادامه پس از بررسی دو به دو همه گزینه‌ها در همه شاخص‌ها، برای هر جفت

گزینه یک بردار تشکیل می‌شود که بردار REGIME نامیده می‌شود در نهایت ماتریس کل

REGIME تشکیل می‌شود که در جدول ۹-۴ آمده است.

جدول ۹-۴: ماتریس کل REGIME

$E_{12} =$	$E_{12,1} = 1$	$E_{12,2} = 0$	$E_{12,3} = -1$	$E_{12,4} = -1$
$E_{13} =$	$E_{13,1} = 1$	$E_{13,2} = -1$	$E_{13,3} = -1$	$E_{13,4} = 1$
$E_{23} =$	$E_{23,1} = 1$	$E_{23,2} = -1$	$E_{23,3} = -1$	$E_{23,4} = 1$
$E_{21} =$	$E_{21,1} = -1$	$E_{21,2} = 0$	$E_{21,3} = 1$	$E_{21,4} = 1$
$E_{31} =$	$E_{31,1} = -1$	$E_{31,2} = 1$	$E_{31,3} = 1$	$E_{31,4} = -1$
$E_{32} =$	$E_{32,1} = -1$	$E_{32,2} = 1$	$E_{32,3} = 1$	$E_{32,4} = -1$

قدم سوم: در آخرین قدم از روش دوم شاخص برتری محاسبه و گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند.

بدین منظور شاخص برتری محاسبه و ماتریس هماهنگی (I)، به صورت زیر تشکیل می‌شود:

به عنوان نمونه I_{12} و I_{21} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I_{12} = (1 \times 0/3) + (0 \times 0/2) + (-1 \times 0/4) + (-1 \times 0/1) = -0/2$$

$$I_{21} = (-1 \times 0/3) + (0 \times 0/2) + (1 \times 0/4) + (1 \times 0/1) = 0/2$$

$$I = \begin{bmatrix} - & -0/2 & -0/2 \\ 0/2 & - & -0/2 \\ 0/2 & 0/2 & - \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$I_{12} < 0$ ، $I_{21} > 0$ در نتیجه گزینه A_2 بر گزینه A_1 ترجیح داده می‌شود.

$I_{13} < 0$ ، $I_{31} > 0$ در نتیجه گزینه A_3 بر گزینه A_1 ترجیح داده می‌شود.

$I_{23} < 0$ ، $I_{32} > 0$ در نتیجه گزینه A_3 بر گزینه A_2 ترجیح داده می‌شود.

در نتیجه رتبه‌بندی گزینه‌ها به صورت زیر خواهد بود:

$$A_3 > A_2 > A_1$$

منابع

- اسماعیلیان، سمیه. محمدی، سمیه. (۱۳۹۵)، تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه با پیاده‌سازی نرم‌افزاری، چاپ اول، دانشگاه اصفهان.
- علی‌نژاد، علیرضا. ماکوئی، احمد. اسفندیاری، نیما. (۱۳۹۲)، تکنیک‌های نوین در تصمیم‌گیری چند شاخصه (MADM)، چاپ دوم، تهران، جهاد دانشگاهی، واحد صنعتی امیرکبیر.
- Zaher, H., Khalifa, H. A., & Mohamed, S. (۲۰۱۸). "On rough interval multi criteria decision making". International Journal of Scientific & Technology Research, Vol. ۷, No. ۳, pp. ۴۴-۵۴.
- Niyazi, M., and Tavakkoli-Moghaddam, R. (۲۰۱۴). "Solving a Facility Location Problem by Three Multi-Criteria Decision Making Methods". International Journal of Research in Industrial Engineering, Vol. ۳, No. ۴, pp. ۴۱-۵۶.
- Chakraborty, R., Ray, A., and Dan, P. (۲۰۱۳). "Multi criteria decision making methods for location selection of distribution centers". International Journal of Industrial Engineering Computations, Vol. ۴, No. ۴, PP. ۴۹۱-۵۰۴.

21

Methods

ANP 10

بخش دهم: روش فرآیند تحلیل شبکه^۱

۱۰-۱) مقدمه

روش فرآیند تحلیل شبکه در سال ۱۹۹۶ توسط ساعتی^۲ ارائه شده است و فرم کلی تری از روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی^۳ است. یکی از محدودیت‌های اصلی روش AHP^۴ این است که وابستگی‌های متقابل بین عناصر تصمیم یعنی معیارها، زیرمعیارها و گزینه‌ها را در نظر نمی‌گیرد و ارتباط بین این عناصر را سلسله مراتبی و یک طرفه فرض می‌کند. این محدودیت عمده AHP باعث شد تا مبدع آن روش ANP را ارائه و معرفی کند که در آن ساختار شبکه‌ای جایگزین ساختار سلسله مراتبی می‌شود. در روش فرآیند تحلیل سلسله مراتبی، فرآیند تصمیم‌گیری با فرض استقلال سطوح سلسله مراتب تصمیم‌گیری از یکدیگر انجام می‌شود. در حالی که بر طبق اصول همبستگی، هر سطح اصولاً از سطوح بالاتر حاصل می‌شود و در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری،

^۱ Analytical Network Process (ANP)

^۲ Saaty

^۳ Analytical Hierarchy Process (AHP)

^۴ روش AHP به طور کامل در کتاب مباحث در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه نوشته شیرویه‌زاد و توکلی انتشارات مؤسسه علمی دانش پژوهان آورده شده است.

بین گزینه‌ها همبستگی وجود دارد و به همین دلیل نمی‌توان از روش AHP استفاده کرد. در این حالت می‌توان از روش فرآیند تحلیل شبکه استفاده کرد. در این روش روابط بین سطوح سلسله مراتب نیز به صورت بالا به پایین و برعکس در نظر گرفته می‌شود. روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای علاوه بر مزیت‌هایی همچون انعطاف‌پذیری، به کارگیری معیارهای کمی و کیفی به طور همزمان، قابلیت بررسی سازگاری در قضاوت‌ها و امکان رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها می‌تواند ارتباطات پیچیده میان عناصر تصمیم (معیارهای اصلی و زیرمعیارها) را با به کارگیری ساختار شبکه‌ای به جای ساختار سلسله مراتبی در نظر بگیرد.

فرآیند تحلیل شبکه‌ای هر موضوع و مسئله‌ای را به مثابه "شبکه‌ای" از معیارها و گزینه‌ها (همه این‌ها عناصر نامیده می‌شوند) که با یکدیگر در خوشه‌هایی جمع شده‌اند، در نظر می‌گیرد. تمامی عناصر در یک شبکه می‌توانند به هر شکل دارای ارتباط با یکدیگر باشند. به عبارت دیگر، در یک شبکه، بازخورد و ارتباط متقابل بین و میان خوشه‌ها امکان‌پذیر است. بنابراین ANP را می‌توان متشکل از دو قسمت دانست: سلسله مراتب کنترلی^۱ و ارتباط شبکه‌ای^۲. سلسله مراتب کنترلی ارتباط بین هدف، معیارها و زیرمعیارها را شامل شده و بر ارتباط درونی سیستم تأثیرگذار است و ارتباط شبکه‌ای وابستگی بین عناصر و خوشه‌ها را شامل می‌شود. به عنوان محدودیت روش ANP می‌توان به طولانی بودن فرآیند محاسبات آن به دلیل ساخت ماتریس‌های متعدد مقایسه‌ی زوجی براساس قضاوت خبرگان و بررسی سازگاری قضاوت‌ها در هریک از این ماتریس‌ها، اشاره کرد.

۱۰-۲) مراحل روش ANP

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد.

قدم اول: تعریف مسئله تصمیم‌گیری و تشکیل شبکه تصمیم

^۱Control Hierarchy

^۲Network Relationship

در مرحله‌ی اول بایستی مسئله به صورت کامل تعریف شود اجزای آن در ساختاری منطقی تشکیل و کلیه ارتباطات آن به صورت افقی و عمودی تعیین گردد. در این مرحله ابتدا بایستی معیارهای ارزیابی توسط تصمیم‌گیرنده مشخص شوند و سپس نحوه‌ی ارتباط این معیارها با یکدیگر تعیین گردند و شبکه تصمیم‌گیری تشکیل شود.

قدم دوم: تشکیل ماتریس‌های مقایسه زوجی و تعیین وزن معیارها و گزینه‌ها

در این گام، مانند روش فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی، ماتریس مقایسات زوجی تشکیل می‌شود و تاثیر شاخص‌ها و زیر شاخص‌ها با در نظر گرفتن ارتباطات شبکه تعیین شده و به کمک آن‌ها وزن عناصر به دست می‌آید. بدین منظور بایستی ماتریس مقایسات زوجی را بین گزینه‌ها بر مبنای هریک از شاخص‌ها و همچنین بین شاخص‌ها بر مبنای هریک از گزینه‌ها تشکیل داد. در ادامه در صورت نیاز ماتریس مقایسه زوجی گزینه‌ها نیز بر مبنای گزینه‌ها و همچنین شاخص‌ها بر مبنای شاخص‌ها نیز تشکیل می‌شود.

پس از انجام مقایسات زوجی، همانند روش تحلیل سلسله‌مراتبی به بررسی ناسازگاری ماتریس مقایسات زوجی پرداخته می‌شود. در صورتی که شاخص ناسازگاری ماتریس‌های مقایسه زوجی مقداری بیشتر از $0/1$ باشد، مقایسه زوجی ناسازگار می‌باشد و لازم است در اوزان تجدید نظر شود.^۱

قدم سوم: تشکیل سوپرماتریس اولیه $(W_n)^2$

در گام سوم سوپرماتریس اولیه با توجه به روابط بین اجزای شبکه تشکیل می‌شود. این ماتریس چارچوبی برای مشخص کردن اهمیت نسبی گزینه‌ها پس از انجام مقایسات زوجی ایجاد می‌کند. بخش‌های تشکیل دهنده‌ی سوپرماتریس اولیه در ادامه شرح داده شده است و در شکل ۱۰-۱ محل جایگذاری هریک از بخش‌ها نشان داده شده است.

^۱ روش محاسبه نرخ ناسازگاری در کتاب مباحث در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه نوشته شیرویه‌زاد و توکلی انتشارات مؤسسه علمی دانش پژوهان آورده شده است.

W_{21} : در این قسمت وزن شاخص‌ها در راستای رسیدن به هدف مشخص می‌شود که یک بردار ستونی است.

W_{22} : در این قسمت وزن شاخص‌ها بر مبنای شاخص‌ها مشخص شود. درایه‌های سوپر ماتریس در این قسمت از مقایسات زوجی شاخص‌ها بر مبنای هریک از شاخص‌ها و وزن حاصل از هر ماتریس مقایسه زوجی برای هر شاخص تشکیل می‌شود. این قسمت از سوپر ماتریس، یک ماتریس مربعی می‌باشد.

W_{23} : در این قسمت وزن شاخص‌ها بر مبنای گزینه‌ها قرار می‌گیرد. بدین منظور درایه‌های سوپر ماتریس در این قسمت از مقایسه زوجی بین شاخص‌ها بر مبنای گزینه‌ها و وزن حاصل از هر ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای هر گزینه تشکیل می‌شود.

W_{31} : در این قسمت وزن گزینه‌ها در راستای رسیدن به هدف مشخص می‌شود که یک بردار ستونی است.

W_{32} : در این قسمت وزن هریک از گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها در سوپر ماتریس قرار می‌گیرد. درایه‌های سوپر ماتریس در این قسمت از مقایسات زوجی گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها و وزن حاصل از هر ماتریس مقایسه زوجی برای هر شاخص تشکیل می‌شود.

W_{33} : در این قسمت وزن گزینه‌ها بر مبنای گزینه‌ها قرار می‌گیرد. بدین منظور درایه‌های سوپر ماتریس در این قسمت از مقایسه زوجی بین گزینه‌ها بر مبنای گزینه‌ها و وزن حاصل از هر ماتریس مقایسه زوجی بر مبنای هر گزینه تشکیل می‌شود. این قسمت از سوپر ماتریس، یک ماتریس مربعی است.

نکته: در صورتی که ارتباط بین هریک از قسمت‌های شبکه تصمیم‌گیری وجود نداشته باشد در آن قسمت صفر قرار داده می‌شود. همچنین سطر هدف (W_{11}, W_{12}, W_{13}) نیز معمولاً صفر قرار می‌گیرد و برای مربع شدن ماتریس می‌باشد.

A_m	...	A_r	A_1	C_n	...	C_r	C_1	هدف	
W_{1r}				W_{1r}				W_{11}	هدف
W_{r3}				W_{r3}				W_{r1}	C_1 C_r $\vdots$ C_n
W_{r3}				W_{r3}				W_{r1}	A_1 A_r $\vdots$ A_m

شکل ۱۰-۱: سوپر ماتریس اولیه

در نهایت سوپر ماتریس اولیه به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$W_n = \begin{bmatrix} \dot{W}_{r1} & \dot{W}_{r2} & \dot{W}_{r3} \\ \dot{W}_{r1} & \dot{W}_{r2} & \dot{W}_{r3} \end{bmatrix}$$

نکته: برای حل مساله با روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای حداقل ۴ قسمت از ۶ قسمت سوپر ماتریس بایستی تکمیل شده باشد. در واقع باید بین معیارها و گزینه‌ها وابستگی متقابل یا وابستگی درونی وجود داشته باشد.

قدم چهارم: تشکیل سوپر ماتریس موزون (W_v)

به دلیل اینکه مجموع درایه‌های سوپر ماتریس اولیه به صورت ستونی باید برابر با یک باشد با بی‌مقیاس‌سازی سوپر ماتریس اولیه از روش مستقیم، سوپر ماتریس موزون را تشکیل می‌دهیم.

قدم پنجم: تشکیل سوپر ماتریس حد^۱ (W_l)

در این گام سوپر ماتریس حد با به توان رساندن تمامی عناصر سوپر ماتریس موزون تا زمانی که تمامی عناصر سوپر ماتریس به صورت سطری یکسان شوند، تشکیل می‌شود. سوپر ماتریس حد مطابق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$W_l = \lim_{k \rightarrow \infty} W_v^{2k+1}$$

در رابطه‌ی بالا k یک طبیعی است. در صورتی که سوپر ماتریس حد به یک عدد همگرا نشود، از تمامی ماتریس‌هایی که به صورت متناوب به آن‌ها همگرا می‌شود، میانگین‌گیری می‌شود.

$$W_l = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \right) W_v^{2k+1}$$

قدم ششم: انتخاب گزینه برتر

در این گام با توجه به وزن‌های بدست‌آمده در گام پنجم به اولویت‌بندی گزینه‌ها و معیارها پرداخته می‌شود و گزینه و معیارها با وزن بالاتر رتبه بالاتری به دست می‌آورند.

۱۰-۳) مثال^۲

به منظور بهبود زیرساخت‌های حمل و نقل در یک شهر، سه پروژه و ۷ معیار جهت ارزیابی و اولویت‌بندی پروژه‌ها در نظر گرفته شده است که در ادامه به صورت کامل تعریف شده‌اند و ماتریس تصمیم‌گیری آن در جدول ۱۰-۱ آورده شده است.

پروژه اول: مسیر ویژه اتوبوس (A_1)

پروژه دوم: کنترل ترافیک به وسیله چراغ راهنما (A_2)

پروژه سوم: ساختار پارکینگ (A_3)

^۱ Limit Super Matrix

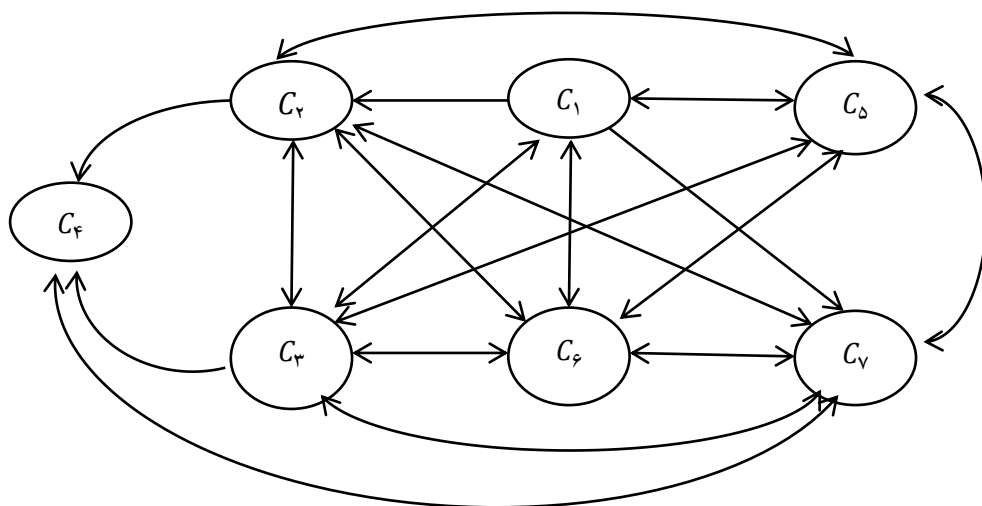
^۲ مثال مربوطه برگرفته از مقاله "Using ANP priorities with goal programming in resource allocation in transportation" است.

معیارها:

کاربری زمین (C_1) - برنامه ریزی و طراحی (C_2) - زیرساخت‌ها (C_3) - مدیریت و نگهداری
 (C_4) - تقاضای سفر (C_5) - تجزیه و تحلیل مالی (C_6) - پیشنهاد و ارتقا (C_7)

جدول ۱۰-۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پروژه مناسب جهت بهبود زیرساخت حمل و نقل

شاخص گزینه	C_1 (+)	C_2 (+)	C_3 (+)	C_4 (+)	C_5 (+)	C_6 (+)	C_7 (+)
A_1	۷	۷	۷	۵	۹	۷	۹
A_2	۷	۹	۵	۷	۷	۹	۷
A_3	۵	۷	۹	۳	۵	۷	۵



شکل ۱۰-۲: شبکه تصمیم‌گیری ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب پروژه مناسب جهت بهبود زیرساخت حمل و نقل

با توجه به جدول ۱۰-۱ و شکل ۱۰-۲ با استفاده از روش ANP به اولویت‌بندی مکان‌های مناسب پردازید.

حل:

قدم اول: در ابتدا لازم است مسئله تصمیم‌گیری و شبکه تصمیم تشکیل شود که در صورت مسئله مشخص شده‌اند.

قدم دوم و سوم: در این مرحله ماتریس مقایسات زوجی میان گزینه‌ها و معیارها از طریق تکمیل پرسشنامه توسط خبره‌ها تشکیل می‌شود.

الف) تعیین اهمیت شاخص‌ها با توجه به هدف مسئله به صورت زیر توسط خبرگان (W_{21}):

جدول ۱۰-۲: اهمیت شاخص‌ها با توجه به هدف مسئله

	شاخص	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
$W_{21} =$	هدف	۰/۳۸۳	۰/۱۶۳	۰/۰۹۸	۰/۰۲۲	۰/۲۲۳	۰/۰۷۲	۰/۰۴

ب) مقایسات زوجی بین شاخص‌ها با توجه به هر شاخص (W_{22}):

در این قسمت اهمیت شاخص‌ها با توجه به وابستگی درونی شاخص‌ها مطابق با شکل ۱۰-۱ توسط خبرگان مشخص خواهد شد و سپس وزن هر معیار با استفاده از روش بی‌مقیاس سازی مستقیم محاسبه می‌شود.

به عنوان نمونه وزن معیارها براساس ماتریس مقایسه زوجی با توجه به معیار اول به صورت زیر محاسبه می شود.

جدول ۱۰-۳: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار اول

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار اول	C_1	C_3	C_5	C_6
C_1	۱	۷	۵	۳
C_3	$\frac{1}{7}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
C_5	$\frac{1}{5}$	۳	۱	$\frac{1}{3}$
C_6	$\frac{1}{3}$	۵	۳	۱

میانگین هندسی	۳/۲۰۱	نرمالیزه مستقیم	۰/۵۶۴
	۰/۳۱۲		۰/۰۵۵
	۰/۶۶۹		۰/۱۱۸
	۱/۴۹۵		۰/۲۶۳

بنابراین ستون اول ماتریس W_{22} به صورت زیر تشکیل می شود:

جدول ۱۰-۴: ستون اول ماتریس W_{22}

	C_1
C_1	۰/۵۶۴
C_2	۰
C_3	۰/۰۵۵
C_4	۰
C_5	۰/۱۱۸
C_6	۰/۲۶۳
C_7	۰

$W_{22} =$

نکته: درایه‌های سطر دوم و چهارم و هفتم به دلیل اینکه مطابق شکل ۱۰-۱ معیارهای دوم و چهارم و هفتم تاثیری بر معیار اول ندارند صفر در گرفته می‌شود.

جدول ۱۰-۵: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار دوم

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار دوم	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	۱	$\frac{1}{5}$	۳	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	۵
C_2	۵	۱	۷	۳	۳	۹
C_3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	۱	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	۳
C_5	۳	$\frac{1}{3}$	۵	۱	۳	۷
C_6	۳	$\frac{1}{3}$	۵	$\frac{1}{3}$	۱	۷
C_7	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	۱

بنابراین ستون دوم ماتریس W_{22} به صورت زیر تشکیل می‌شود:

جدول ۱۰-۶: ستون دوم ماتریس W_{22}

	C_2
C_1	۰/۰۹۳
C_2	۰/۴۲۲
C_3	۰/۰۴۷
C_4	۰
C_5	۰/۲۴۴
C_6	۰/۱۶۹
C_7	۰/۰۲۵

$W_{22} =$

جدول ۱۰-۷: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار سوم

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار سوم	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	۱	۵	$\frac{1}{3}$	۷	۳	۹
C_2	$\frac{1}{5}$	۱	$\frac{1}{5}$	۳	$\frac{1}{3}$	۵
C_3	۳	۵	۱	۷	۳	۷
C_5	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	۱	$\frac{1}{3}$	۳
C_6	$\frac{1}{3}$	۳	$\frac{1}{3}$	۳	۱	۵
C_7	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	۱

بنابراین ستون سوم ماتریس W_{22} به صورت زیر تشکیل می‌شود:

جدول ۱۰-۸: ستون سوم ماتریس W_{22}

	C_3
C_1	۰/۲۹۱
C_2	۰/۰۸۵
C_3	۰/۴۰۲
C_4	۰
C_5	۰/۰۴۹
C_6	۰/۱۴۶
C_7	۰/۰۲۷

$W_{22} =$

جدول ۹-۱۰: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار چهارم

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار چهارم	C_2	C_3	C_4	C_7
C_2	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	۳
C_3	۳	۱	$\frac{1}{3}$	۵
C_4	۵	۳	۱	۷
C_7	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	۱

بنابراین ستون چهارم ماتریس W_{22} به صورت زیر تشکیل می‌شود:

جدول ۱۰-۱۰: ستون چهارم ماتریس W_{22}

	C_4
C_1	۰
C_2	۰/۱۱۸
C_3	۰/۲۶۳
C_4	۰/۵۶۴
C_5	۰
C_6	۰
C_7	۰/۰۵۵

$W_{22} =$

جدول ۱۰-۱۱: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار پنجم

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار پنجم	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	۱	$\frac{1}{3}$	۵	$\frac{1}{5}$	۳	$\frac{1}{3}$
C_2	۳	۱	۹	$\frac{1}{3}$	۷	۳
C_3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	۱	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$
C_5	۵	۳	۹	۱	۵	۳
C_6	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	۳	$\frac{1}{5}$	۱	$\frac{1}{5}$
C_7	۳	$\frac{1}{3}$	۷	$\frac{1}{3}$	۵	۱

بنابراین ستون پنجم ماتریس $W_{۲۲}$ به صورت زیر تشکیل می‌شود:

 جدول ۱۰-۱۲: ستون پنجم ماتریس $W_{۲۲}$

	C_5
C_1	۰/۰۹۳
C_2	۰/۲۶۸
C_3	۰/۰۲۵
C_4	۰
C_5	۰/۳۹۸
C_6	۰/۰۴۷
C_7	۰/۱۶۹

$W_{۲۲} =$

جدول ۱۰-۱۳: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار ششم

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار ششم	C_1	C_2	C_3	C_5	C_6	C_7
C_1	۱	۵	۳	۳	$\frac{1}{3}$	۷
C_2	$\frac{1}{5}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	۳
C_3	$\frac{1}{3}$	۳	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	۳
C_5	$\frac{1}{3}$	۵	۳	۱	$\frac{1}{3}$	۵
C_6	۳	۵	۵	۳	۱	۷
C_7	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	۱

بنابراین ستون ششم ماتریس W_{22} به صورت زیر تشکیل می‌شود:

جدول ۱۰-۱۴: ستون ششم ماتریس W_{22}

	C_6
C_1	۰/۲۵۶
C_2	۰/۰۵۳
C_3	۰/۰۹
C_4	۰
C_5	۰/۱۶۸
C_6	۰/۴۰۲
C_7	۰/۰۳۳

$W_{22} =$

جدول ۱۰-۱۵: وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار هفتم

وابستگی درونی معیارها با توجه به معیار هفتم	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
C_1	۱	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$
C_2	۷	۱	۳	$\frac{1}{3}$	۵	۳	$\frac{1}{3}$
C_3	۳	$\frac{1}{3}$	۱	$\frac{1}{5}$	۳	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
C_4	۹	۳	۵	۱	۷	۵	$\frac{1}{3}$
C_5	۳	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	۱	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$
C_6	۵	$\frac{1}{3}$	۳	$\frac{1}{5}$	۳	۱	$\frac{1}{5}$
C_7	۹	۳	۵	۳	۷	۵	۱

بنابراین ستون هفتم ماتریس W_{22} به صورت زیر تشکیل می‌شود:

 جدول ۱۰-۱۶: ستون هفتم ماتریس W_{22}

	C_7
C_1	۰/۰۲۲
C_2	۰/۱۵۶
C_3	۰/۰۵۹
C_4	۰/۰۲۷
C_5	۰/۰۳۷
C_6	۰/۰۸۸
C_7	۰/۳۶۹

$W_{22} =$

در نهایت ماتریس $W_{۲۲}$ به صورت زیر تشکیل می‌شود:

جدول ۱۰-۱۷: ماتریس نهایی $W_{۲۲}$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
C_1	۰/۵۶۴	۰/۰۹۳	۰/۲۹۱	۰	۰/۰۹۳	۰/۲۵۶	۰/۰۲۲
C_2	۰	۰/۴۲۲	۰/۰۸۵	۰/۱۱۸	۰/۲۶۸	۰/۰۵۳	۰/۱۵۶
C_3	۰/۰۵۵	۰/۰۴۷	۰/۴۰۲	۰/۲۶۳	۰/۰۲۵	۰/۰۹	۰/۰۵۹
C_4	۰	۰	۰	۰/۵۶۴	۰	۰	۰/۲۷
C_5	۰/۱۱۸	۰/۲۴۴	۰/۰۴۹	۰	۰/۳۹۸	۰/۱۶۸	۰/۰۳۷
C_6	۰/۲۶۳	۰/۱۶۹	۰/۱۴۶	۰	۰/۰۴۷	۰/۴۰۲	۰/۰۸۸
C_7	۰	۰/۰۲۵	۰/۰۲۷	۰/۰۵۵	۰/۱۶۹	۰/۰۳۳	۰/۳۶۹

$W_{۲۲} =$

ج) مقایسه زوجی شاخص‌ها با توجه به پروژه‌ها ($W_{۲۳}$):

در این قسمت اهمیت شاخص‌ها با توجه به گزینه‌ها توسط خبرگان مشخص خواهد شد که در جدول ۱۰-۱۸ نشان داده شده است.

جدول ۱۰-۱۸: اهمیت شاخص‌ها با توجه به گزینه‌ها

	A_1	A_2	A_3
C_1	۰/۱۴۴	۰/۱۵	۰/۱۴۵
C_2	۰/۱۳۶	۰/۱۵	۰/۱۳۵
C_3	۰/۱۳۶	۰/۱۱۲	۰/۱۸۸
C_4	۰/۱۳۶	۰/۱۶۸	۰/۰۸۹
C_5	۰/۱۵۷	۰/۱۳۷	۰/۰۸۸
C_6	۰/۱۴	۰/۱۴۶	۰/۲۵۸
C_7	۰/۱۶۱	۰/۱۳۷	۰/۰۸۷

$W_{۲۳} =$

(د) مقایسه زوجی پروژه‌ها با توجه به شاخص‌ها

ماتریس مقایسه زوجی پروژه‌ها با توجه به شاخص‌ها در واقع همان ماتریس تصمیم‌گیری اولیه است که با استفاده از روش بی‌مقیاس‌سازی مستقیم، موزون شده است که در جدول ۱۰-۱۹ نشان داده شده است.

جدول ۱۰-۱۹: ماتریس تصمیم‌گیری کمی بی‌مقیاس شده

انتخاب پروژه مناسب جهت بهبود زیرساخت حمل و نقل

شاخص گزینۀ	C_1 (+)	C_2 (+)	C_3 (+)	C_4 (+)	C_5 (+)	C_6 (+)	C_7 (+)
A_1	۰/۳۶۸	۰/۳۰۴	۰/۳۳۳	۰/۳۳۳	۰/۴۲۹	۰/۳۰۴	۰/۴۲۹
A_2	۰/۳۶۸	۰/۳۹۱	۰/۲۳۸	۰/۴۶۷	۰/۳۳۳	۰/۳۹۱	۰/۳۳۳
A_3	۰/۲۶۳	۰/۳۰۴	۰/۴۲۹	۰/۲	۰/۲۳۸	۰/۳۰۴	۰/۲۳۸

سوپر ماتریس اولیه (W_n) با جایگذاری هر یک از مقایسات زوجی انجام شده در قدم دوم در جایگاه مناسب خود تشکیل می‌شود که در جدول ۱۰-۲۰ نشان داده شده است.

جدول ۱۰-۲۰: سوپر ماتریس اولیه (W_n)

	هدف	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	A_1	A_2	A_3
هدف	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
C_1	۰/۳۸۳	۰/۵۶۴	۰/۰۹۳	۰/۲۹۱	۰	۰/۰۹۳	۰/۲۵۶	۰/۰۲۲	۰/۱۴۴	۰/۱۵	۰/۱۴۵
C_2	۰/۱۶۳	۰	۰/۴۲۲	۰/۰۸۵	۰/۱۱۸	۰/۲۶۸	۰/۰۵۳	۰/۱۵۶	۰/۱۳۶	۰/۱۵	۰/۱۳۵
C_3	۰/۰۹۸	۰/۰۵۵	۰/۰۴۷	۰/۴۰۲	۰/۲۶۳	۰/۰۲۵	۰/۰۹۰	۰/۰۵۹	۰/۱۳۶	۰/۱۱۲	۰/۱۸۸
C_4	۰/۰۲۲	۰	۰	۰	۰/۵۶۴	۰	۰	۰/۲۷	۰/۱۳۶	۰/۱۶۸	۰/۰۸۹
C_5	۰/۲۲۳	۰/۱۱۸	۰/۲۴۴	۰/۰۴۹	۰	۰/۳۹۸	۰/۱۶۸	۰/۰۳۷	۰/۱۵۷	۰/۱۳۷	۰/۰۸۸
C_6	۰/۰۷۲	۰/۲۶۳	۰/۱۶۹	۰/۱۴۶	۰	۰/۰۴۷	۰/۴۰۲	۰/۰۸۸	۰/۱۴	۰/۱۴۶	۰/۲۵۸
C_7	۰/۰۴۰	۰	۰/۰۲۵	۰/۰۲۷	۰/۰۵۵	۰/۱۶۹	۰/۰۳۳	۰/۳۶۹	۰/۱۶۱	۰/۱۳۷	۰/۰۸۷
A_1	۰	۰/۳۶۸	۰/۳۰۴	۰/۳۳۳	۰/۳۳۳	۰/۴۲۹	۰/۳۰۴	۰/۴۲۹	۰	۰	۰
A_2	۰	۰/۳۶۸	۰/۳۹۱	۰/۲۳۸	۰/۴۶۷	۰/۳۳۳	۰/۳۹۱	۰/۳۳۳	۰	۰	۰
A_3	۰	۰/۲۶۳	۰/۳۰۴	۰/۴۲۹	۰/۲	۰/۲۳۸	۰/۳۰۴	۰/۲۳۸	۰	۰	۰

همانطور که در جدول ۱۰-۲۰ مشاهده می‌شود، سوپر ماتریس اولیه با تکمیل اطلاعات چهار قسمت W_{21} و W_{22} و W_{23} و W_{24} تشکیل شده است.

قدم چهارم: سوپر ماتریس موزون (W_v) با بی‌مقیاس‌سازی سوپر ماتریس اولیه از روش مستقیم به صورت جدول ۱۰-۲۱ ایجاد می‌شود.

جدول ۱۰-۲۱: سوپر ماتریس موزون (W_n)

A_r	A_v	A_1	C_v	C_p	C_5	C_6	C_3	C_2	C_1	هدف	
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	هدف
۰/۱۴۶	۰/۱۵	۰/۱۴۳	۰/۰۱۱	۰/۱۲۸	۰/۰۴۷	.	۰/۱۲۳	۰/۰۴۶	۰/۲۸۲	۰/۳۸۳	C_1
۰/۱۳۶	۰/۱۵	۰/۱۳۵	۰/۰۷۸	۰/۰۲۶	۰/۱۳۴	۰/۰۵۹	۰/۰۳۶	۰/۲۱۱	.	۰/۱۶۳	C_2
۰/۱۹	۰/۱۱۲	۰/۱۳۵	۰/۰۲۹	۰/۰۴۵	۰/۰۱۳	۰/۱۳۲	۰/۱۷۸	۰/۰۲۴	۰/۰۲۸	۰/۰۹۸	C_3
۰/۰۸۹	۰/۱۶۸	۰/۱۳۵	۰/۱۳۵	.	.	۰/۲۸۲	.	.	.	۰/۰۲۲	C_4
۰/۰۸۸	۰/۱۳۷	۰/۱۵۵	۰/۰۱۸	۰/۰۸۴	۰/۱۹۹	.	۰/۲۰۸	۰/۱۲۲	۰/۰۵۹	۰/۲۲۳	C_5
۰/۲۶۱	۰/۱۴۶	۰/۱۳۹	۰/۰۴۴	۰/۲۰۱	۰/۰۲۴	.	۰/۰۶۲	۰/۰۸۵	۰/۱۳۲	۰/۰۷۲	C_6
۰/۰۸۸	۰/۱۳۷	۰/۱۵۹	۰/۱۸۴	۰/۰۱۶	۰/۰۸۵	۰/۰۲۸	۰/۰۱۱	۰/۰۱۳	.	۰/۰۴۰	C_v
.	.	.	۰/۲۱۴	۰/۱۵۲	۰/۲۱۵	۰/۱۶۷	۰/۰۹۹	۰/۱۵۲	۰/۱۸۴	.	A_1
.	.	.	۰/۱۶۶	۰/۱۹۵	۰/۱۶۷	۰/۲۳۴	۰/۱۰۱	۰/۱۹۶	۰/۱۸۴	.	A_v
.	.	.	۰/۱۱۹	۰/۱۵۲	۰/۱۱۹	۰/۱	۰/۱۸۲	۰/۱۵۲	۰/۱۳۲	.	A_r

قدم پنجم: در این مثال با به توان ۷ رساندن ماتریس موزون، سوپر ماتریس حد (W_1) به صورت جدول ۱۰-۲۲ تشکیل می‌شود.

جدول ۱۰-۲۲: سوپر ماتریس حد (W_1)

	هدف	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	A_1	A_2	A_3
هدف	۰	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰	۰	۰
C_1	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷	۰/۱۱۷
C_2	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸	۰/۰۹۸
C_3	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶	۰/۰۸۶
C_4	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵	۰/۰۷۵
C_5	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۲
C_6	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶	۰/۱۱۶
C_7	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲	۰/۰۷۲
A_1	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱
A_2	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲
A_3	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹

بنابراین با همگرا شدن سوپر ماتریس حد، وزن هریک از گزینه‌ها مشخص شده که در جدول ۱۰-۲۳ آمده است.

جدول ۱۰-۲۳: اوزان گزینه‌ها

وزن	گزینه
۰/۱۱۷	C_1
۰/۰۹۸	C_2
۰/۰۸۶	C_3
۰/۰۷۵	C_4
۰/۱۱۲	C_5
۰/۱۱۶	C_6
۰/۰۷۲	C_7
۰/۱۱	A_1
۰/۱۲	A_2
۰/۰۹	A_3

قدم ششم: در قدم آخر به منظور انتخاب گزینه برتر براساس اوزان گزینه‌ها به اولویت‌بندی گزینه‌ها و شاخص‌ها پرداخته می‌شود.

جدول ۱۰-۲۴: اولویت‌بندی گزینه‌ها و شاخص‌ها

رتبه	شاخص	رتبه	گزینه
۱	C_1	۲	A_1
۴	C_2	۱	A_2
۵	C_3	۳	A_3
۶	C_4		
۳	C_5		
۲	C_6		
۷	C_7		

نکته: در روشی دیگر تحت عنوان "روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای گام به گام" مسئله با تشکیل سوپر ماتریس انجام نمی‌شود بلکه با روش ضرب ماتریسی جواب مسئله بدست خواهد آمد.

روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای گام به گام

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: مقایسه زوجی شاخص‌ها با توجه به هدف مسئله (W_1)

در ابتدا باید اهمیت شاخص‌ها با توجه به هدف مسئله مشخص شود بدین منظور با تشکیل ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها نسبت به هدف مسئله با محاسبه میانگین هندسی، وزن هر معیار نسبت به هدف مسئله محاسبه خواهد شد.

$$W_1 = [c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n] \quad n: \text{تعداد شاخص‌ها}$$

قدم سوم: مقایسه زوجی بین شاخص‌ها با توجه به هر شاخص

در این گام باید اهمیت شاخص‌ها با توجه به وابستگی درونی شاخص‌ها مشخص شود، بدین منظور تمامی شاخص‌ها نسبت به هر شاخص به صورت جداگانه مقایسه می‌شوند و وزن شاخص‌ها برای هر ماتریس مقایسه زوجی به کمک روش میانگین هندسی محاسبه خواهد شد.

در نهایت ماتریس W_2 به صورت زیر تشکیل خواهد شد.

$$W_2 = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix} \quad n: \text{تعداد شاخص‌ها}$$

قدم چهارم: رتبه‌بندی شاخص‌ها

با توجه به مقایسات انجام گرفته در قدم دوم و سوم به رتبه‌بندی شاخص‌ها می‌پردازیم، بدین منظور دو ماتریس W_1 و W_2 را در یکدیگر ضرب کرده و براساس وزن‌های بدست آمده به اولویت‌بندی معیارها پرداخته می‌شود و معیارها با وزن بالاتر رتبه بالاتری به دست می‌آورند. بنابراین ماتریس W_C به صورت زیر تشکیل خواهد شد.

$$W_C = W_2 \times W_1$$

قدم پنجم: مقایسه زوجی بین گزینه‌ها با توجه به شاخص‌ها

در این گام باید اهمیت گزینه‌ها با توجه به شاخص‌های مسئله مشخص شود، بدین منظور با مقایسه زوجی گزینه‌ها نسبت به هریک از شاخص‌ها، وزن هریک از گزینه‌ها برای شاخص‌ها مشخص می‌شود. به منظور تعیین اهمیت گزینه‌ها نسبت به هر شاخص، گزینه‌ها به صورت جداگانه نسبت به هر شاخص مقایسه خواهد شد و وزن گزینه‌ها برای هر ماتریس مقایسه زوجی به کمک روش میانگین هندسی محاسبه خواهد شد. در نهایت ماتریس W_3 به صورت زیر تشکیل می‌گردد.

$$W_3 = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \cdots & w_{mn} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} n: \text{تعداد شاخص‌ها} \\ m: \text{تعداد گزینه‌ها} \end{matrix}$$

قدم ششم: مقایسه زوجی بین گزینه‌ها با توجه به هر گزینه

در این گام باید اهمیت گزینه‌ها با توجه به وابستگی درونی گزینه‌ها مشخص شود، بدین منظور تمامی گزینه‌ها نسبت به هر گزینه به صورت جداگانه مقایسه می‌شوند و وزن گزینه‌ها برای هر ماتریس مقایسه زوجی به کمک روش میانگین هندسی محاسبه خواهد شد، در واقع در این گام میزان تأثیری که گزینه‌ها بر یکدیگر می‌گذارند براساس تک تک شاخص‌ها سنجیده می‌شود. در نهایت ماتریس W_4 به صورت زیر تشکیل خواهد شد.

$$W_F = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1m} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} & \cdots & w_{mm} \end{bmatrix} \quad \text{تعداد گزینه‌ها: } m$$

قدم هفتم: تشکیل ماتریس اهمیت گزینه‌ها

با توجه به مقایسات انجام گرفته در قدم پنجم و ششم ماتریس اهمیت گزینه‌ها نسبت به شاخص‌ها را تشکیل خواهیم داد بدین منظور ابتدا ماتریس W_F را به روش مستقیم بی‌مقیاس کرده و سپس ماتریس بی‌مقیاس شده W_F را در ماتریس W_P ضرب کرده و سپس ماتریس W_A به صورت زیر تشکیل خواهد شد.

$$W_A = (W_F \times W_P) \text{ (بی‌مقیاس شده)}$$

قدم هشتم: رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها

در قدم آخر با ضرب ماتریس W_A در W_C به اولویت‌بندی گزینه‌ها پرداخته می‌شود و گزینه با وزن بالاتر رتبه بالاتری به دست می‌آورد.

$$W_{ANP} = W_C \times W_A$$

حل مثال ۱۰-۳ با روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای گام به گام

قدم اول: در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری می‌شوند که در جدول ۱۰-۱ آورده شده است.

قدم دوم: در قدم دوم ماتریس مقایسه زوجی شاخص‌ها نسبت به هدف مسئله تشکیل می‌شود و سپس با محاسبه میانگین هندسی وزن هر معیار نسبت به هدف مسئله محاسبه می‌شود که در جدول ۱۰-۲ آورده شده است.

قدم سوم: در قدم سوم مانند قسمت ب قدم دوم و سوم در مثال روش اصلی، اهمیت شاخص‌ها با توجه به وابستگی درونی شاخص‌ها مشخص می‌شود و ماتریس W_2 مطابق جدول ۱۰-۱۷ تشکیل می‌شود.

قدم چهارم: در این قدم با ضرب دو ماتریس W_1 و W_2 در یکدیگر ماتریس W_C را تشکیل داده و سپس با توجه به وزن شاخص‌ها آنها را اولویت بندی خواهیم کرد.

$$W_C = \begin{bmatrix} 0/564 & 0/093 & 0/291 & 0 & 0/093 & 0/256 & 0/022 \\ 0 & 0/422 & 0/085 & 0/118 & 0/268 & 0/053 & 0/156 \\ 0/055 & 0/047 & 0/402 & 0/263 & 0/025 & 0/09 & 0/059 \\ 0 & 0 & 0 & 0/564 & 0 & 0 & 0/27 \\ 0/118 & 0/244 & 0/049 & 0 & 0/398 & 0/168 & 0/037 \\ 0/263 & 0/169 & 0/146 & 0 & 0/047 & 0/402 & 0/088 \\ 0 & 0/025 & 0/027 & 0/055 & 0/169 & 0/033 & 0/369 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/383 \\ 0/163 \\ 0/098 \\ 0/022 \\ 0/223 \\ 0/072 \\ 0/04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/3 \\ 0/15 \\ 0/088 \\ 0/023 \\ 0/192 \\ 0/186 \\ 0/063 \end{bmatrix}$$

بنابراین با توجه به ماتریس W_C شاخص اول در رتبه اول و شاخص چهارم در رتبه آخر قرار می‌گیرد.

قدم پنجم: در قدم پنجم با مقایسه زوجی گزینه‌ها نسبت به هریک از شاخص‌ها، اهمیت گزینه‌ها با توجه به شاخص‌های مسئله مشخص می‌شود و همانطور که در قسمت د قدم دوم و سوم در مثال روش اول شرح دادیم ماتریس مقایسه زوجی پروژه‌ها با توجه به شاخص‌ها در واقع همان ماتریس تصمیم‌گیری اولیه است که با استفاده از روش بی‌مقیاس‌سازی مستقیم، بی‌مقیاس شده است و آن را ماتریس W_3 می‌نامیم که در جدول ۱۰-۱۹ آورده شده است.

قدم ششم: در قدم ششم میزان تأثیرپذیری گزینه‌ها از یکدیگر بر اساس هریک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود. بدین منظور ابتدا وابستگی درونی گزینه‌ها بر اساس هریک از شاخص‌ها توسط خبرگان مشخص خواهد شد و سپس وزن هر گزینه با استفاده از روش بی‌مقیاس‌سازی مستقیم محاسبه می‌شود که در جداول ۱۰-۲۵ تا ۱۰-۳۱ آمده است.

جدول ۱۰-۲۵: وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص اول (W_{F1})

وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص اول	A_1	A_2	A_3	بی‌مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص اول	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	$\frac{1}{3}$	۵	A_1	۰/۲۳۸	۰/۲۱۷	۰/۴۵۵
A_2	۳	۱	۵	A_2	۰/۷۱۴	۰/۶۵۲	۰/۴۵۵
A_3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	۱	A_3	۰/۰۴۸	۰/۱۳۰	۰/۰۹۱

جدول ۱۰-۲۶: وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص دوم (W_{F2})

وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص دوم	A_1	A_2	A_3	بی‌مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص دوم	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	A_1	۰/۱۱۱	۰/۱۳۰	۰/۰۷۷
A_2	۵	۱	۳	A_2	۰/۵۵۶	۰/۶۵۲	۰/۶۹۲
A_3	۳	$\frac{1}{3}$	۱	A_3	۰/۳۳۳	۰/۲۱۷	۰/۲۳۱

جدول ۱۰-۲۷: وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص سوم ($W_{۴۳}$)

وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص سوم	A_1	A_2	A_3	بی‌مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص سوم	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	۷	۳	A_1	۰/۶۷۸	۰/۵۳۸	۰/۷۱۴
A_2	$\frac{1}{7}$	۱	$\frac{1}{5}$	A_2	۰/۰۹۷	۰/۰۷۷	۰/۰۴۸
A_3	$\frac{1}{3}$	۵	۱	A_3	۰/۲۲۶	۰/۳۸۵	۰/۲۳۸

 جدول ۱۰-۲۸: وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص چهارم ($W_{۴۴}$)

وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص چهارم	A_1	A_2	A_3	بی‌مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص چهارم	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	$\frac{1}{3}$	۵	A_1	۰/۲۳۸	۰/۲۱۷	۰/۴۵۵
A_2	۳	۱	۵	A_2	۰/۷۱۴	۰/۶۵۲	۰/۴۵۵
A_3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	۱	A_3	۰/۰۴۸	۰/۱۳۰	۰/۰۹۱

جدول ۱۰-۲۹: وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص پنجم ($W_{۴۵}$)

وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص پنجم	A_1	A_2	A_3	بی‌مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص پنجم	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	۳	۵	A_1	۰/۶۵۲	۰/۶۹۲	۰/۵۵۶
A_2	$\frac{1}{3}$	۱	۳	A_2	۰/۲۱۷	۰/۲۳۱	۰/۳۳۳
A_3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	۱	A_3	۰/۱۳۰	۰/۰۷۷	۰/۱۱۱

جدول ۱۰-۳۰: وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص ششم ($W_{۴۶}$)

وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص ششم	A_1	A_2	A_3	بی‌مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه‌ها با توجه به شاخص ششم	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	A_1	۰/۰۶۷	۰/۰۹۷	۰/۰۳۵
A_2	۷	۱	۳	A_2	۰/۴۶۷	۰/۶۷۸	۰/۷۲۴
A_3	۷	$\frac{1}{3}$	۱	A_3	۰/۴۶۷	۰/۲۲۶	۰/۲۴۱

جدول ۱۰-۳۱: وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص هفتم (W_{F7})

وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص هفتم	A_1	A_2	A_3	بی مقیاس سازی وابستگی درونی گزینه ها با توجه به شاخص هفتم	A_1	A_2	A_3
A_1	۱	۳	۵	A_1	۰/۶۵۲	۰/۷۱۴	۰/۴۴۵
A_2	$\frac{1}{3}$	۱	۵	A_2	۰/۲۱۷	۰/۲۳۸	۰/۴۴۵
A_3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	۱	A_3	۰/۱۳۰	۰/۰۴۸	۰/۰۹۱

قدم هفتم: در این قدم با محاسبه حاصل ضرب ماتریس های بی مقیاس شده W_{Fj} در ماتریس W_{3j} (j برابر است با تعداد شاخص ها)، ماتریس های W_{Aj} را محاسبه می کنیم و در نهایت ماتریس W_A را تشکیل می دهیم.

$$W_{A1} = W_{F1} \times W_{r1} = \begin{bmatrix} 0/238 & 0/217 & 0/455 \\ 0/714 & 0/652 & 0/455 \\ 0/048 & 0/130 & 0/091 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/368 \\ 0/368 \\ 0/263 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/287 \\ 0/622 \\ 0/089 \end{bmatrix}$$

$$W_{A2} = W_{F2} \times W_{r2} = \begin{bmatrix} 0/111 & 0/130 & 0/077 \\ 0/556 & 0/652 & 0/692 \\ 0/333 & 0/217 & 0/231 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/304 \\ 0/391 \\ 0/304 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/108 \\ 0/634 \\ 0/256 \end{bmatrix}$$

$$W_{A3} = W_{F3} \times W_{r3} = \begin{bmatrix} 0/678 & 0/538 & 0/714 \\ 0/097 & 0/077 & 0/048 \\ 0/226 & 0/385 & 0/238 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/333 \\ 0/238 \\ 0/429 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/660 \\ 0/071 \\ 0/269 \end{bmatrix}$$

$$W_{Af} = W_{ff} \times W_{rf} = \begin{bmatrix} 0/238 & 0/217 & 0/455 \\ 0/714 & 0/652 & 0/455 \\ 0/048 & 0/130 & 0/091 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/333 \\ 0/467 \\ 0/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/272 \\ 0/633 \\ 0/095 \end{bmatrix}$$

$$W_{Ad} = W_{fd} \times W_{rd} = \begin{bmatrix} 0/652 & 0/692 & 0/556 \\ 0/217 & 0/231 & 0/333 \\ 0/13 & 0/077 & 0/111 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/429 \\ 0/333 \\ 0/238 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/642 \\ 0/249 \\ 0/108 \end{bmatrix}$$

$$W_{Af} = W_{ff} \times W_{rf} = \begin{bmatrix} 0/067 & 0/097 & 0/35 \\ 0/467 & 0/678 & 0/724 \\ 0/467 & 0/226 & 0/241 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/304 \\ 0/391 \\ 0/304 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/069 \\ 0/627 \\ 0/304 \end{bmatrix}$$

$$W_{Av} = W_{fv} \times W_{rv} = \begin{bmatrix} 0/652 & 0/714 & 0/455 \\ 0/217 & 0/238 & 0/445 \\ 0/13 & 0/048 & 0/091 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/429 \\ 0/333 \\ 0/238 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/626 \\ 0/281 \\ 0/093 \end{bmatrix}$$

در نهایت ماتریس W_A به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$W_A = \begin{bmatrix} 0/287 & 0/108 & 0/66 & 0/272 & 0/642 & 0/069 & 0/626 \\ 0/622 & 0/634 & 0/071 & 0/633 & 0/249 & 0/627 & 0/281 \\ 0/089 & 0/256 & 0/269 & 0/095 & 0/108 & 0/304 & 0/093 \end{bmatrix}$$

قدم هشتم: در قدم آخر رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها مشخص می‌شود بدین منظور ماتریس W_A را در ماتریس W_C ضرب کرده و براساس وزن‌های بدست آمده برای هر گزینه، رتبه‌بندی گزینه‌ها انجام می‌گیرد.

$$W_{ANP} = \begin{bmatrix} 0/287 & 0/108 & 0/66 & 0/272 & 0/642 & 0/069 & 0/626 \\ 0/622 & 0/634 & 0/071 & 0/633 & 0/249 & 0/627 & 0/281 \\ 0/089 & 0/256 & 0/269 & 0/095 & 0/108 & 0/304 & 0/093 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/3 \\ 0/15 \\ 0/088 \\ 0/023 \\ 0/192 \\ 0/186 \\ 0/063 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/342 \\ 0/484 \\ 0/174 \end{bmatrix}$$

بنابراین گزینه‌ها همانطور که در جدول ۱۰-۳۲ نشان داده شده است، رتبه‌بندی می‌شوند:

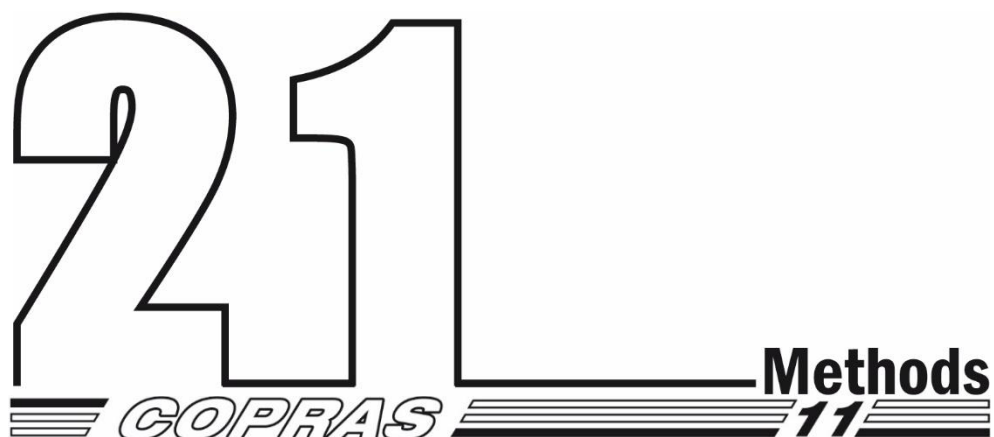
جدول ۱۰-۳۲: رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها

رتبه	W_{ANP}	گزینه
۲	۰/۳۴۲	مسیر ویژه اتوبوس (A_1)
۱	۰/۴۸۴	کنترل ترافیک به وسیله چراغ راهنما (A_2)
۳	۰/۱۷۴	ساختار پارکینگ (A_3)

منابع

- سبحانی، بهروز. شکرزاده فرد، الهام. پیروزی، الناز. (۱۳۹۸)، ارزیابی و پهنه‌بندی آلودگی هوا با استفاده از روش‌های AHP و ANP (مطالعه موردی: شهر تبریز). جغرافیا و مخاطرات محیطی، سال هشتم، شماره ۱، صفحه ۱۶۹-۱۵۳.
- حسنوی آتشگاه، محمد. یاسی، مهدی. امیری تکلدانی، ابراهیم. (۱۳۹۸)، الگوی تصمیم‌گیری در شناسایی و اولویت‌بندی معیارهای موثر در طرح‌های انتقال آب بین حوضه‌ای مبتنی بر روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای (ANP) و سلسله‌مراتبی (AHP). تحقیقات منابع آب ایران، سال پانزدهم، شماره ۴، صفحه ۳۱۳-۲۹۹.

- یزدی مقدم، جعفر. صالح اولیا، محمد. بندریان، رضا. (۱۳۹۷)، شناسایی و اولیت‌بندی عوامل موثر بر موفقیت تجاری سازی فناوری با استفاده از روش دلفی فازی و فرآیند تحلیل شبکه‌ای (ANP). مهندسی صنایع و مدیریت شریف، دوره ۱-۳۴، شماره ۲/۲، صفحه ۸۹-۱۰۶.
- جعفری، تیمور. گلی‌مختاری، لیلی. ناعمی تبار، مهناز. (۱۳۹۴)، پهنه‌بندی خطر لغزش در حوضه آبریز بدرانلو با استفاده از روش فرآیند تحلیل شبکه‌ای (ANP). فضای جغرافیایی، سال نوزدهم، شماره ۶۶، صفحه ۱۷-۱.
- گیل عسگر، رمضان. صائب، کیوان. ارجمندی، رضا. خراسانی، نعمت اله. (۱۳۹۰)، تدوین استراتژی یکپارچه زیست محیطی پارک جنگلی صفارود به روش ANP. علوم و فنون منابع طبیعی، سال ششم، شماره ۱، صفحه ۱۱۱-۱۲۵.
- رهنمایی، محمد تقی. پوراحمد، احمد. (۱۳۹۰)، ارزیابی قابلیت‌های توسعه‌ی شهری مراغه با استفاده از مدل ترکیبی SWOT-ANP. جغرافیا و توسعه، شماره ۲۴، صفحه ۷۷-۱۰۰.
- زبردست، اسفندیار. (۱۳۸۹)، کاربرد فرآیند تحلیل شبکه‌ای در برنامه‌ریزی شهری و منطقه‌ای، نشریه هنرهای زیبا- معماری و شهرسازی، شماره ۴۱، صفحه ۹۰-۷۹.
- Deshmukh, S. C. (۲۰۱۳). "Preference ranking organization method of enrichment evaluation (promethee)". International Journal of Engineering Science Invention, Vol. ۲, No. ۱۱, pp. ۲۸-۳۴.
- Wey, W. M., and Wu, K. Y. (۲۰۰۷). "Using ANP priorities with goal programming in resource allocation in transportation". Mathematical and computer modelling, Vol. ۴۶, No. ۷-۸, pp. ۹۸۵-۱۰۰۰.



بخش یازدهم: روش ارزیابی تجمعی نسبی^۱

۱-۱۱ مقدمه

روش ارزیابی تجمعی نسبی (کوپراس^۲) در سال ۱۹۹۶ توسط زاواداسکاس و کاکلاسکاس^۳ ارائه شده است. از مهمترین ویژگی‌های روش کوپراس می‌توان به سادگی روش محاسبه، زمان اندک محاسبه و رتبه بندی کل گزینه‌ها اشاره کرد. از طرفی قابلیت محاسبه معیارهای مثبت و معیارهای منفی به طور جداگانه در فرایند ارزیابی از دیگر مزایای این روش است. با استفاده از روش کوپراس می‌توان درجه اهمیت هر گزینه را به صورت درصد به منظور نشان دادن اندازه بهتر یا بدتر بودن یک گزینه و نیز تطبیق با شرایط و واقعیت‌های محلی و تجربی تخمین زد.

^۱ Complex Proportional ASsessment

^۲ COPRAS

^۳ Zavadskas and Kaklauskas

۱۱-۲) مراحل روش کوپراس

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

ماتریس تصمیم‌گیری (N) را تشکیل داده و با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود و ماتریس N_D ایجاد می‌گردد.

قدم سوم: تعیین ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V)

در این مرحله ابتدا وزن هریک از شاخص‌ها مشخص می‌شود و یک ماتریس مربعی شامل وزن شاخص‌ها ($W_{n \times n}$) تعیین می‌گردد که درایه‌های قطر اصلی آن، وزن هریک از شاخص‌ها می‌باشد و بقیه درایه‌ها صفر می‌باشد. در ادامه بوسیله‌ی ضرب ماتریس وزن‌ها در ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس، ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون بدست می‌آید.

$$V_{m \times n} = N_D \cdot W_{n \times n}$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{m1} & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: محاسبه مجموع مقادیر بی‌مقیاس شده موزون برای معیارهای مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-).

در این گام ابتدا معیارهای مثبت و منفی مشخص می‌شوند سپس شاخص‌های S_i^+ (مجموع معیارهای مثبت) و S_i^- (مجموع معیارهای منفی) مطابق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^k v_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$S_i^- = \sum_{j=k+1}^n v_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

با فرض اینکه شاخص‌های ۱ تا k معیارهای مثبت و شاخص‌های $k+1$ تا n معیارهای منفی باشد.

گام پنجم: محاسبه ارزش نهایی گزینه‌ها (Q_i)

برای بدست آوردن ارزش نهایی هر گزینه از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$Q_i = S_i^+ + \frac{S_{\min}^* \sum_{j=1}^n S_i^-}{S_i^- * \sum_{j=1}^n \frac{S_{\min}^*}{S_i^-}} = S_i^+ + \frac{\sum_{i=1}^n S_i^-}{S_i^- * \sum_{i=1}^n \frac{1}{S_i^-}} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

نکته: در رابطه بالا منظور از $S_{\min}^*$ کوچکترین معیار منفی است.

مقدار Q نشان‌دهنده‌ی میزان ارزش و اهمیت هریک از گزینه‌ها برحسب معیارها است و مقدار Q بالاتر حاکی از ارزش بالا و در اولویت بودن، یک گزینه نسبت به گزینه‌های دیگر است.

گام ششم: محاسبه درجه اهمیت هر گزینه u_i

به منظور محاسبه درجه اهمیت هر گزینه از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$u_i = \frac{Q_i}{Q_{\max}} * 100 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

نکته: در این رابطه $Q_{\max}$ بزرگترین مقدار اهمیت نسبی می‌باشد.

هر چه مقدار Q_i یک گزینه بالاتر باشد، مقدار u_i آن نیز بالاتر است. این مقدار به صورت درصد بیان می‌شود، یعنی مقدار آن از ۰ تا ۱۰۰ محاسبه می‌شود و در پایان براساس درصد نزدیکی به بهترین گزینه، رتبه بندی گزینه‌ها انجام می‌شود. هرچه مقدار u_i یک گزینه بیشتر باشد، اولویت بالاتری خواهد داشت.

۱۱-۳) مثال:

یک شرکت تولید قطعات فلزی نیاز به خرید یک دستگاه تزریق دارد. بخش مهندسی شرکت جهت تصمیم‌گیری برای خرید این دستگاه چهار نوع دستگاه با فعالیت مشابه را در نظر گرفته است و قصد دارد علاوه بر شاخص‌های فنی و تکنیکی، به محدودیت‌های مالی شرکت نیز توجه

کند و دستگاه مناسب را انتخاب کند. بدین منظور ۴ شاخص را به عنوان شاخص‌های ارزیابی خود در نظر گرفتند که در جدول ۱۱-۱ مشخص شده است.

جدول ۱۱-۱: ماتریس تصمیم‌گیری خرید دستگاه تزریق

شاخص گزینه	قیمت ماشین (میلیون ریال) (-)	توان (حجم) ماشین (+)	تنوع محصولات قابل تولید از بین لیست محصولات (+)	هزینه‌های جانبی و دوره‌ای ماشین (میلیون ریال) (-)
A_1	۱۵۳	۶۸	۵	۱۲
A_2	۱۶۲	۴۶	۵	۸
A_3	۱۳۷	۵۵	۳	۱۵
A_4	۱۴۸	۵۰	۴	۲۰

همچنین وزن معیارهای ارزیابی نیز با توجه به نظر فرد و خبرگان مورد اعتماد فرد تصمیم‌گیرنده به صورت زیر تشکیل شده است که در جدول ۱۱-۲ نشان داده شده است.

جدول ۱۱-۲: وزن شاخص‌های خرید دستگاه تزریق

شاخص‌ها	قیمت ماشین (میلیون ریال) (-)	توان (حجم) ماشین (+)	تنوع محصولات قابل تولید از بین لیست محصولات (+)	هزینه‌های جانبی و دوره‌ای ماشین (میلیون ریال) (-)
وزن	۰/۴	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱۵

با استفاده از روش کوپراس به اولویت‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

باتوجه به اینکه ماتریس تصمیم‌گیری کمی است به گام بی‌مقیاس‌سازی مقادیر اولیه ماتریس تصمیم‌گیری می‌رویم.

قدم اول و دوم: بی‌مقیاس‌سازی مقادیر اولیه ماتریس تصمیم‌گیری (N_D):

در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری به روش مستقیم، بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۱۱-۳ نشان داده شده است. به این نکته توجه شود که نیاز نیست شاخص‌های منفی به مثبت تبدیل شوند و برای بی‌مقیاس‌سازی ماتریس تصمیم‌گیری هر عنصر ماتریس را به مجموع عناصر ستون آن عنصر مربوطه تقسیم می‌کنیم.

جدول ۱۱-۳: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

شاخص گزینه	قیمت ماشین (میلیون ریال) (-)	توان (حجم) ماشین (+)	تنوع محصولات قابل تولید از بین لیست محصولات (+)	هزینه‌های جانبی و دوره ای ماشین (میلیون ریال) (-)
A_1	۰/۲۵۵	۰/۳۱۱	۰/۲۹۴	۰/۲۱۸
A_2	۰/۲۷۰	۰/۲۱۰	۰/۲۹۴	۰/۱۴۵
A_3	۰/۲۸۸	۰/۲۵۱	۰/۱۷۶	۰/۲۷۳
A_4	۰/۲۴۷	۰/۲۲۸	۰/۲۳۵	۰/۳۶۴

قدم سوم: محاسبه ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V)

در این مرحله با ضرب ماتریس بی‌مقیاس در ماتریس وزن معیارها، ماتریس بی‌مقیاس موزون تشکیل می‌شود.

$$V = \begin{bmatrix} - & + & + & - \\ ۰/۲۵۵ & ۰/۳۱۱ & ۰/۲۹۴ & ۰/۲۱۸ \\ ۰/۲۷۰ & ۰/۲۱۰ & ۰/۲۹۴ & ۰/۱۴۵ \\ ۰/۲۸۸ & ۰/۲۵۱ & ۰/۱۷۶ & ۰/۲۷۳ \\ ۰/۲۴۷ & ۰/۲۲۸ & ۰/۲۳۵ & ۰/۳۶۴ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰/۴ & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & ۰/۲ & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & ۰/۲۵ & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & ۰/۱۵ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} - & + & + & - \\ ۰/۱۰۲ & ۰/۰۶۲ & ۰/۰۷۴ & ۰/۰۳۳ \\ ۰/۱۰۸ & ۰/۰۴۲ & ۰/۰۷۴ & ۰/۰۲۲ \\ ۰/۰۹۱ & ۰/۰۰۵ & ۰/۰۴۴ & ۰/۰۴۱ \\ ۰/۰۹۹ & ۰/۰۴۶ & ۰/۰۵۹ & ۰/۰۵۵ \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: محاسبه مجموع مقادیر نرمال شده موزون برای معیارهای مثبت و منفی.

بدین منظور، شاخص‌های مجموع معیارهای مثبت (S_i^+) و مجموع معیارهای منفی (S_i^-) محاسبه می‌شوند.

برای نمونه S_1^+ و S_1^- به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$S_1^+ = 0/062 + 0/074 = 0/136$$

$$S_1^- = 0/102 + 0/033 = 0/135$$

جدول ۱۱-۴: مجموع مقادیر نرمال شده موزون برای معیارهای مثبت و منفی

گزینه ها	مجموع مقادیر نرمال شده موزون هر گزینه برای معیارهای با جنس سود (مثبت) (S_i^+)	مجموع مقادیر نرمال شده موزون هر گزینه برای معیارهای با جنس هزینه (منفی) (S_i^-)
A_1	۰/۱۳۶	۰/۱۳۵
A_2	۰/۱۱۶	۰/۱۳۰
A_3	۰/۰۹۴	۰/۱۳۲
A_4	۰/۱۰۴	۰/۱۵۳

قدم پنجم: محاسبه ارزش نهایی گزینه‌ها (Q_i) و محاسبه درجه اهمیت هر گزینه (U_i):

در این مرحله ارزش نهایی و درجه اهمیت هر گزینه محاسبه می‌شود و سپس براساس نتایج حاصل شده، گزینه‌ها رتبه بندی می‌شوند، محاسبات انجام شده در جدول ۱۱-۵ آورده شده است.

به عنوان نمونه جهت محاسبه‌ی درایه‌ی Q_1 و U_2 به صورت زیر عمل می‌شود:

$$Q_1 = 0/136 + \frac{0/135 + 0/130 + 0/132 + 0/153}{0.135 \times \left(\frac{1}{0/135} + \frac{1}{0/130} + \frac{1}{0/132} + \frac{1}{0/153} \right)} = 0/275$$

$$U_2 = \frac{0/261}{0/275} \times 100 = 94/62$$

جدول ۱۱-۵: ارزش نهایی و درجه اهمیت گزینه‌ها و رتبه‌بندی

رتبه‌بندی گزینه‌ها	درجه اهمیت هر گزینه (u_i)	ارزش نهایی گزینه‌ها (Q_i)	گزینه‌ها
۱	۱۰۰	۰/۲۷۵	A_1
۲	۹۴/۶۲	۰/۲۶۱	A_2
۳	۸۵/۹۶	۰/۲۳۷	A_3
۴	۸۲/۵۷	۰/۲۲۷	A_4

با توجه به جدول ۱۱-۵ می‌توان بیان داشت که گزینه‌ی اول رتبه اول را کسب می‌نماید و به عنوان مناسب‌ترین دستگاه انتخاب می‌گردد.

منابع

- نظم‌فر، حسین. ویسیان، محمد. محمدی حمیدی، سمیه. (۱۳۹۷)، بررسی و سنجش پایداری اجتماعی شهری با استفاده از مدل کوپراس و نرم افزار Lisrel مطالعه موردی : شهر اردبیل. نشریه پژوهش و برنامه ریزی شهری ، سال نهم، شماره ۳۳، صفحه ۴۸-۳۳.
- ملکی، سعید. امانپور، سعید. صفایی‌پور، مسعود. پورموسوی، نادر. مودت، الیاس. (۱۳۹۶)، ارزیابی طیف تاب آوری اجتماع های شهری در برابر بحران زلزله بر اساس سناریوهای شدت مختلف و استفاده از نمایه COPRAS (نمونه موردی شهر ایلام). نشریه پژوهش و برنامه‌ریزی شهری، سال هشتم، شماره ۳۱، صفحه ۴۰-۱۹.
- حدادی، فرهاد. شیرمحمدی، حمید. (۱۳۹۶)، ارزیابی و اولویت بندی تصمیم گیران شهری در یکپارچه سازی سیستم حمل و نقل عمومی با استفاده از روش کوپراس (مطالعه موردی: شهر ارومیه). نشریه پژوهش و برنامه‌ریزی شهری ، سال هشتم، شماره ۳۰، صفحه ۳۸۴۵-۳۴۷۶.
- مظفری، محمد مهدی. اقبالی، سجاد. (۱۳۹۵)، بکارگیری تکنیک تصمیم گیری COPRAS به منظور رتبه بندی پیمانکاران پروژه‌های عمرانی (مطالعه موردی: پیمانکاران پروژه‌های عمرانی شهرستان مراغه). دومین کنفرانس بین المللی مدیریت و کارآفرینی.
- Vujičić, M., Blagojević, M., and Papić, M. (۲۰۱۶). “Application of COPRAS mcdm method for choosing the best compact fluorescent lamp”. International scientific conference, Vol. ۱۸-۱۰, No. ۲۰۱۶, pp. ۷۱-۷۴.

21 Methods



بخش دوازدهم: روش رتبه‌بندی مافوقی و مادونی^۱

۱۲-۱) مقدمه

روش رتبه‌بندی مافوقی^۲ و مادونی^۳ (SIR) در سال ۱۹۹۹ توسط ژو^۴ ارائه شده است. در این روش دو نوع رتبه‌بندی انجام می‌شود، یکی براساس برتری گزینه‌ها و دیگری براساس رتبه‌بندی مادونی (یک گزینه چه مقدار در مقایسه با سایر گزینه‌ها در رتبه پایین تر قرار دارد). این امتیازات براساس مقایسه عملکرد ماتریس تصمیم تعیین می‌گردد، امتیازدهی از این طریق بدون در نظر گرفتن اینکه مقایسه امتیازها ترتیبی است یا کاردینال، صورت می‌پذیرد. هر معیار تصمیم براساس تابع مجزا و بدون ارتباط با سایر معیارها، مورد توجه قرار می‌گیرد سپس با استفاده از ماتریس موزون، مانند روش SAW و TOPSIS^۵ جریان^۶ را محاسبه و در نهایت از بین جواب‌های حاصل از ماتریس

^۱ Superiority and Inferiority Ranking

^۲ Superiority

^۳ Inferiority

^۴ Xu

روش SAW و TOPSIS در کتاب مباحث در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه نوشته شیرویه‌زاد و توکلی انتشارات مؤسسه علمی دانش پژوهان آورده شده است.

^۶ Flow

ما فوق و مادون اشتراک گرفته و جواب نهایی انتخاب می‌گردد. در این روش گزینه‌ها به دو صورت جزئی و کلی رتبه‌بندی می‌شوند.

۱۲-۲) مراحل روش SIR

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: مقایسه زوجی گزینه‌ها

در این قدم گزینه‌ها بر مبنای هریک از شاخص‌ها مقایسه می‌شوند. بدین منظور ابتدا انحراف میان معیارهای مسئله بر اساس مقایسات زوجی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d(A_i, A_k) = C(A_i) - C(A_k) \quad f(d) = \begin{cases} 1 & d > 0 \\ 0 & d \leq 0 \end{cases}$$

در رابطه‌ی بالا d نشان‌دهنده اختلاف ضرایب عملکرد دو گزینه A_i و A_k متناظر با یک معیار C می‌باشد. بنابراین می‌توان گفت اگر $C(A_i) > C(A_k)$ باشد، گزینه‌ی A_i بر گزینه‌ی A_k ارجحیت دارد و همچنین اگر $C(A_i) = C(A_k)$ باشد، گزینه‌ی A_i و A_k نسبت به یکدیگر بی‌تفاوت هستند.

تکته: در این روش مقدار $d(A_i, A_k)$ برای شاخص‌هایی استفاده می‌شود که از نوع مثبت باشند و برای شاخص‌های منفی باید قرینه این مقدار را محاسبه نمود یا در ابتدا شاخص‌های منفی به شاخص‌های مثبت تبدیل شوند.

قدم سوم: محاسبه توابع برتری (p)

به منظور مشخص کردن برتری گزینه A_i بر گزینه A_k تابع برتری $p_j(A_i, A_k)$ باید محاسبه شود. بنابراین پس از مقایسه زوجی گزینه‌ها، مقدار $P_j(A_i, A_k)$ با توجه به مقدار $d(A_i, A_k)$ و توابع روش SIR که توسط خبره مشخص می‌شود، محاسبه می‌گردد.

براساس نوع ارجحیت معیار، از توابع مختلفی استفاده می‌شود. انواع توابع روش SIR در شکل ۱۲-۱ آورده شده است.

تابع نوع اول: معیارهای حقیقی	تابع نوع دوم: شبه معیار	تابع نوع سوم: معیار یا ترجیح خطی
$f(d) = \begin{cases} 1 & d > q \\ 0 & d \leq q \end{cases}$	$f(d) = \begin{cases} 1 & d > q \\ 0 & d \leq q \end{cases}$	$f(d) = \begin{cases} 1 & d > p \\ \frac{d}{p} & 0 < d \leq p \\ 0 & d \leq 0 \end{cases}$
تابع نوع چهارم: معیارهای پله‌ای	تابع نوع پنجم: معیار با ترجیح خطی و منطقه بی تفاوتی	تابع نوع ششم: معیار گوسن
$f(d) = \begin{cases} 1 & d > p \\ \frac{1}{2} & q < d \leq p \\ 0 & d \leq q \end{cases}$	$f(d) = \begin{cases} 1 & d > p \\ \frac{d - q}{p - q} & q < d \leq p \\ 0 & d \leq q \end{cases}$	$f(d) = \begin{cases} 1 - \exp\left(\frac{-d^2}{2\sigma^2}\right) & d > 0 \\ 0 & d \leq 0 \end{cases}$

شکل ۱۲-۱: انواع توابع برتری روش SIR

در هریک از توابع فوق پارامترهای p ، q و σ توسط خبره تنظیم می‌شود. p نشان‌دهنده‌ی آستانه‌ی ترجیح و q نشان‌دهنده‌ی آستانه‌ی بی تفاوتی است و σ نشان‌دهنده‌ی مقداری بین مقدار p و q است.

نکته: توابع برتری (p) به صورت کامل در روش پرومته شرح داده شده است.

قدم چهارم: محاسبه شاخص‌های مافوق (S) و مادون (I) و تشکیل ماتریس‌های S و I در قدم چهارم برای هر گزینه باید $S_j(A_i)$ به عنوان شاخص برتری و $I_j(A_i)$ به عنوان شاخص مادونی تعریف شود که از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$S_j(A_i) = \sum_{k=1}^m P_j(A_i, A_k) = \sum_{k=1}^m f_j(C_j(A_i) - C_j(A_k))$$

$$I_j(A_i) = \sum_{k=1}^m P_j(A_k, A_i) = \sum_{k=1}^m f_j(C_j(A_k) - C_j(A_i))$$

برای هر دو گزینه A_i و A_k رابطه $P_j(A_i, A_k) = f_j(C_j(A_i) - C_j(A_k))$ نشان‌دهنده شدت ارجحیت یا برتری گزینه A_i با A_k به معیار J ام است.

پس از آنکه شاخص‌های $S_j(A_i)$ و $I_j(A_i)$ برای تمامی درایه‌های ماتریس تصمیم‌گیری A محاسبه شد، ماتریس‌های S و I به صورت زیر تشکیل می‌شود.

$$S_{m \times n} = \begin{bmatrix} S_1(A_1) & \dots & S_j(A_1) & \dots & S_n(A_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_1(A_i) & \dots & S_j(A_i) & \dots & S_n(A_i) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_1(A_m) & \dots & S_j(A_m) & \dots & S_n(A_m) \end{bmatrix}$$

$$I_{m \times n} = \begin{bmatrix} I_1(A_1) & \dots & I_j(A_1) & \dots & I_n(A_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_1(A_i) & \dots & I_j(A_i) & \dots & I_n(A_i) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_1(A_m) & \dots & I_j(A_m) & \dots & I_n(A_m) \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: تعیین مقادیر برتری و مادونی

مقادیر روند برتری گزینه A_i یعنی $\varphi^+(A_i)$ و روند مادونی گزینه A_i یعنی $\varphi^-(A_i)$ از طریق روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi^+(A_i) = \sum_{j=1}^n W_j S_j(A_i)$$

$$\varphi^-(A_i) = \sum_{j=1}^n W_j I_j(A_i)$$

در روابط بالا W_j نشان‌دهنده‌ی وزن شاخص J ام است.

قدم ششم: محاسبه روند برتری و مادونی خالص و نسبی

روند برتری خالص $\varphi_n(A_i)$ و نسبی $\varphi_r(A_i)$ از طریق روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi_n(A_i) = \varphi^+(A_i) - \varphi^-(A_i)$$

$$\varphi_r(A_i) = \frac{\varphi^+(A_i)}{\varphi^+(A_i) + \varphi^-(A_i)}$$

قدم هفتم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در این روش رتبه‌بندی گزینه‌ها از طریق سه روش SIR-SAW، SIR-PROMETHEE I و SIR-PROMETHEE II امکان‌پذیر است.

- در روش SIR-SAW که روش رتبه‌بندی نسبی نیز نامیده می‌شود، ابتدا مقادیر $\varphi^+(A_i)$ به صورت نزولی مرتب می‌شوند یعنی گزینه‌ای که بیشترین مقدار $\varphi^+(A_i)$ را داشته باشد بر سایر گزینه‌ها ارجحیت دارد، این دسته‌بندی را رتبه‌بندی برتری می‌نامند (R^+). سپس مقادیر $\varphi^-(A_i)$ به صورت صعودی مرتب می‌شوند یعنی گزینه‌ای که کمترین مقدار $\varphi^-(A_i)$ را داشته باشد بر سایر گزینه‌ها ارجحیت دارد و این دسته‌بندی را رتبه‌بندی مادونی می‌نامند (R^-). در نهایت با ترکیب نتایج رتبه‌بندی برتری و رتبه‌بندی مادونی، رتبه‌بندی نهایی حاصل می‌شود و گزینه برتر انتخاب می‌شود.

- در روش SIR-PROMETHEE I که روش رتبه‌بندی کامل نیز نامیده می‌شود، مقادیر محاسبه شده $\varphi_n(A_i)$ به صورت نزولی مرتب شده و گزینه‌ای که دارای بیشترین مقدار $\varphi_n(A_i)$ باشد به عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود (R_n).
- در روش SIR-PROMETHEE II مقادیر محاسبه شده $\varphi_r(A_i)$ به صورت نزولی مرتب شده و گزینه‌ای که دارای بیشترین مقدار $\varphi_n(A_i)$ باشد به عنوان گزینه برتر انتخاب می‌شود. این روش نیز روش رتبه‌بندی کامل نامیده می‌شود (R_r).

۱۲-۳) مثال

یک شرکت جهت خرید مواد اولیه خود، سه فروشنده را در نظر گرفته‌است و قصد دارد، بر مبنای چهار عامل قیمت، کیفیت، سرویس و ظرفیت تولیدی به انتخاب فروشنده‌ی مناسب بپردازد. ماتریس تصمیم‌گیری جهت انتخاب فروشنده مناسب و همچنین وزن هریک از معیارها، به صورت جدول ۱۲-۱ آمده است:

جدول ۱۲-۱: ماتریس تصمیم‌گیری انتخاب فروشنده

معیارها فروشنده	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (-)
نوع تابع	۳	۵	۴	۳
Q	-	۳	۱	-
P	۵	۱۰	۳	۵
A_1	متوسط	۱۳	متوسط	۸
A_2	بد	۹	خیلی بد	۱۰
A_3	خیلی خوب	۶	بد	۱۲
وزن	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۴

با استفاده از روش SIR به اولویت‌بندی فروشندگان بپردازید.

حل:

قدم اول: در اولین مرحله از این روش به کمی سازی ماتریس تصمیم‌گیری پرداخته می‌شود و بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می‌شود. با توجه به این که در این روش لازم است تمام شاخص‌ها مثبت باشند در این مرحله شاخص‌های منفی به شاخص‌های مثبت تبدیل می‌شوند و بدین منظور مقادیر آن‌ها در یک منفی ضرب می‌گردد. در نتیجه ماتریس تصمیم‌گیری کمی به صورت جدول ۱۲-۲ می‌باشد:

جدول ۱۲-۲: ماتریس تصمیم‌گیری کمی انتخاب فروشنده

معیارها فروشنده	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (+)
A_1	۵	۱۳	۵	-۸
A_2	۳	۹	۱	-۱۰
A_3	۹	۶	۳	-۱۲
وزن	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۴

قدم دوم: مقایسه زوجی گزینه‌ها

در این مرحله به مقایسه دو به دو گزینه‌ها بر مبنای شاخص‌ها پرداخته می‌شود و در نتیجه ماتریس ارجحیت برای هر یک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۱۲-۳ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه $d_{\text{کیفیت}}(A_1, A_2)$ و $d_{\text{کیفیت}}(A_2, A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d_{\text{کیفیت}}(A_1, A_2) = 5 - 3 = 2$$

$$d_{\text{کیفیت}}(A_2, A_1) = 3 - 5 = -2$$

جدول ۱۲-۳ مقایسه زوجی گزینه‌ها

گزینه شاخص	کیفیت (+)	ظرفیت (+)	سرویس (+)	قیمت (+)
میزان تفاوت A _۱ با گزینه‌های دیگر	A _۲	۲	۴	۲
	A _۳	-۴	۷	۴
میزان تفاوت A _۲ با گزینه‌های دیگر	A _۱	-۲	-۴	-۲
	A _۳	-۶	۳	۲
میزان تفاوت A _۳ با گزینه‌های دیگر	A _۱	۴	-۷	-۴
	A _۲	۶	-۳	-۲

قدم سوم: محاسبه توابع برتری (p)

در گام سوم با استفاده از فواصل به دست آمده در جدول ۱۲-۳، مقادیر توابع برتری با توجه به نوع توابع هر کدام از شاخص‌ها بدست خواهد آمد که در جدول ۱۲-۴ نشان داده شده است.

به عنوان نمونه محاسبات برای گزینه A_۲ و A_۱ به صورت زیر محاسبه شده است:

$$p_{\text{کیفیت}}(A_1, A_2) = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$p_{\text{ظرفیت}}(A_1, A_2) = \frac{4-3}{10-3} = 0.14$$

$$p_{\text{سرویس}}(A_1, A_2) = 1$$

$$p_{\text{قیمت}}(A_1, A_2) = \frac{2}{5} = 0.4$$

جدول ۱۲-۴: محاسبه توابع برتری

قیمت (-)	سرویس (+)	ظرفیت (+)	کیفیت (+)	گزینه شاخص	
۰/۴	۱	۰/۱۴	۰/۴	A _۲	$p_j(A_1, A_2)$
۰/۸	۰/۵	۰/۵۷	۰	A _۳	$p_j(A_1, A_3)$
۰	۰	۰	۰	A _۱	$p_j(A_2, A_1)$
۰/۴	۰	۰	۰	A _۳	$p_j(A_2, A_3)$
۰	۰	۰	۰/۸	A _۱	$p_j(A_3, A_1)$
۰	۰/۵	۰	۱	A _۲	$p_j(A_3, A_2)$

قدم چهارم: در قدم چهارم ابتدا برای تمامی درایه‌های ماتریس تصمیم‌گیری $S_j(A_j)$ به عنوان شاخص برتری و $I_j(A_j)$ به عنوان شاخص مادونی محاسبه می‌شود.

به عنوان نمونه $S_1(A_1)$ ، $S_2(A_1)$ و $I_1(A_1)$ و $I_3(A_2)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$S_1(A_1) = P_1(A_1, A_2) + P_1(A_1, A_3) = 0/4 + 0 = 0/4$$

$$S_2(A_1) = P_2(A_1, A_2) + P_2(A_1, A_3) = 0/14 + 0/57 = 0/71$$

$$I_1(A_1) = P_1(A_2, A_1) + P_1(A_3, A_1) = 0 + 0/8 = 0/8$$

$$I_3(A_2) = P_3(A_1, A_2) + P_3(A_3, A_2) = 1 + 0/5 = 1/5$$

سپس ماتریس‌های S و I به صورت زیر تشکیل می‌شود.

$$S = \begin{bmatrix} 0/4 & 0/71 & 1/5 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0/4 \\ 1/8 & 0 & 0/5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 0/8 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0/14 & 1/5 & 0/4 \\ 0 & 0/57 & 0/5 & 1/2 \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: در قدم پنجم مقادیر برتری و مادونی محاسبه می‌شود.

به عنوان نمونه $\varphi^+(A_1)$ و $\varphi^-(A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi^+(A_1) = (0/3 \times 0/4) + (0/1 \times 0/71) + (0/2 \times 1/5) + (0/4 \times 1/2) = 0/97$$

$$\varphi^-(A_1) = (0/3 \times 0/8) + (0/1 \times 0) + (0/2 \times 0) + (0/4 \times 0) = 0/24$$

$$\varphi^+(A) = \begin{bmatrix} 0/97 \\ 0/16 \\ 0/64 \end{bmatrix}$$

$$\varphi^-(A) = \begin{bmatrix} 0/24 \\ 0/89 \\ 0/64 \end{bmatrix}$$

قدم ششم: روند برتری و مادونی خالص و روند برتری و مادونی نسبی در قدم ششم محاسبه می‌شود که در جدول ۱۲-۵ آمده است.

به عنوان نمونه $\varphi_n(A_1)$ و $\varphi_r(A_1)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi_n(A_1) = 0/97 - 0/24 = 0/73$$

$$\varphi_r(A_1) = \frac{0/97}{0/97 + 0/24} = 0/8$$

جدول ۱۲-۵: روند برتری و مادونی خالص $\varphi_n(A_i)$ و روند برتری و مادونی نسبی $\varphi_r(A_i)$

$\varphi_r(A_i)$	$\varphi_n(A_i)$	روند گزینه
0/8	0/73	A_1
0/152	-0/73	A_2
0/5	0	A_3

قدم هفتم: در قدم آخر گزینه‌ها به سه روش SIR-SAW، SIR-PROMETHEE I و SIR-PROMETHEE II اولویت بندی می‌شوند.

- رتبه بندی به روش SIR-SAW:

در ابتدا گزینه‌ها بر اساس $\varphi^+(A)$ به صورت نزولی و براساس $\varphi^-(A)$ به صورت صعودی مرتب می‌شوند سپس براساس اشتراک نتایج دو دسته بندی، رتبه‌بندی نسبی گزینه‌ها انجام می‌شود که در جدول ۱۲-۶ نشان داده شده است.

جدول ۱۲-۶: رتبه بندی به روش SIR-SAW

A_3	A_2	A_1	
۲	۳	۱	R^+
۲	۳	۱	R^-
۲	۳	۱	$R^+ \cap R^-$

- رتبه بندی به روش SIR-PROMETHEE I و SIR-PROMETHEE II:

به منظور رتبه‌بندی کامل، گزینه‌ها براساس φ_n و φ_r به صورت نزولی مرتب می‌شوند که در جدول ۱۲-۷ آمده است.

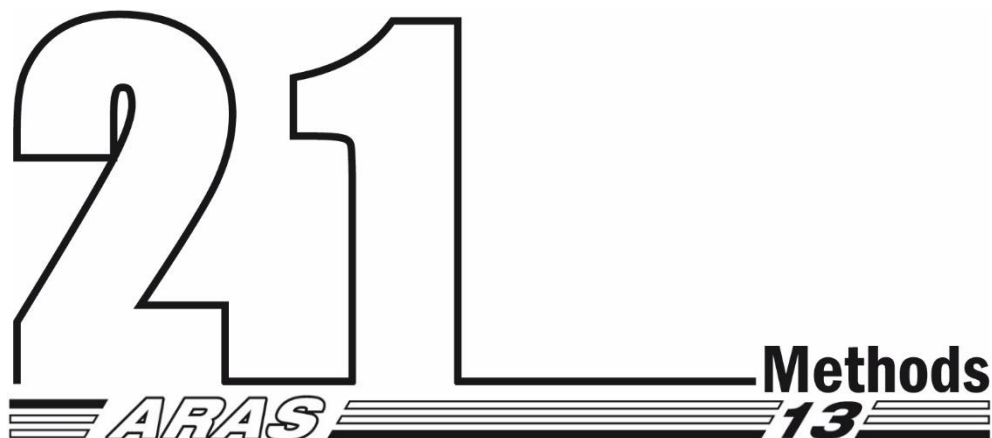
جدول ۱۲-۷: رتبه بندی به روش SIR-SAW

A_3	A_2	A_1	
۲	۳	۱	R_n
۲	۳	۱	R_r

در نهایت گزینه A_1 به عنوان بهترین گزینه و A_2 به عنوان بدترین گزینه تعیین می‌شوند.

منابع

- صحت‌پور، محمد هادی. کاظمی، عالیه. (۱۳۹۴)، اولویت‌بندی سوخت‌های مرسوم در خودروهای سبک با استفاده از روش رتبه‌بندی مافوقی و مادون (SIR)، فصل‌نامه‌ی مطالعات اقتصاد انرژی، سال یازدهم، شماره ۴۷، صفحه ۲۵-۱.
- Alipour, N., Sangari, M. S., and Nazari-Shirkouhi, S. (۲۰۱۹). “Investigating green human resource practices in the healthcare sector: A joint application of balanced scorecard and SIR method”. In ۲۰۱۹ ۱۵th Iran International Industrial Engineering Conference (IIIEC) (pp. ۲۸۳-۲۸۸). IEEE.
- Xu, X. (۲۰۰۱). “The SIR method: A superiority and inferiority ranking method for multiple criteria decision making”. European journal of operational research, Vol. ۱۳۱, No. ۳, pp. ۵۸۷-۶۰۲.



بخش سیزدهم: روش ارزیابی نسبی تجمعی^۱

۱۳-۱) مقدمه

روش ارزیابی نسبی تجمعی (آراس)^۲ در سال ۲۰۱۰ توسط زاوادسکاس و ترسکیس^۳ ارائه شده است. این روش براساس مقایسه هر گزینه با مقدار ایده آل فرضی بنا نهاده شده است. روش ارزیابی نسبی تجمعی، ارزش تابع مطلوبیت، یک گزینه شدنی را بر اساس مقادیر نسبی ارزش‌ها و اوزان شاخص‌های در نظر گرفته شده در یک مسئله تعیین می‌کند. این روش برای رتبه‌بندی تعداد محدودی از گزینه‌های تصمیم که هر کدام از آنها باید به صورت همزمان بر اساس معیارهای متفاوت سنجیده شوند، بکار گرفته می‌شوند. در واقع این روش می‌تواند به عنوان یکی از جدیدترین، موثرترین و در عین حال ساده‌ترین روش‌ها در تصمیم‌گیری چند معیاره مورد استفاده قرار گیرد.

۱۳-۲) مراحل روش آراس

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

^۱ Additive Ratio ASsessment

^۲ ARAS

^۳ Zavadskas and Turskis

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: تعیین گزینه ایده‌آل فرضی A_j .

در این مرحله با استفاده از شرایط زیر گزینه ایده‌آل A_j تعیین می‌شود:

$$A_j = \begin{cases} \max a_{ij} & \text{اگر شاخص مثبت باشد} \\ \min a_{ij} & \text{اگر شاخص منفی باشد} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m ; j = 1, 2, \dots, n$$

در رابطه بالا a_{ij} نشانگر عناصر ماتریس تصمیم‌گیری A است.

قدم سوم: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

گزینه ایده‌آل A_j به ماتریس تصمیم‌گیری A اضافه می‌گردد و سپس به روش مستقیم بی‌مقیاس‌سازی انجام می‌شود و ماتریس N_D ایجاد می‌گردد.

نکته: لازم است در بی‌مقیاس‌سازی همه‌ی شاخص‌ها مثبت گردد.

قدم چهارم: تعیین ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V)

در این مرحله ابتدا وزن هریک از شاخص‌ها مشخص می‌شود و یک ماتریس مربعی شامل وزن شاخص‌ها ($W_{n \times n}$) تعیین می‌گردد که درایه‌های قطر اصلی آن، وزن هریک از شاخص‌ها می‌باشد و بقیه درایه‌ها صفر می‌باشد. در ادامه بوسیله‌ی ضرب ماتریس وزن‌ها در ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس، ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون بدست می‌آید.

$$V_{m \times n} = N_D \cdot W_{n \times n}$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{m1} & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: تعیین مقدار تابع بهینگی (S_i) هر گزینه.

برای تعیین مقادیر تابع بهینگی هر گزینه از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$S_i = \sum_{j=1}^n v_{ij} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

از این رابطه برای محاسبه مقدار ایده آل نیز استفاده می‌شود و S_0 محاسبه می‌گردد.

قدم ششم: تعیین درجه مطلوبیت هر گزینه (k_i)

درجه مطلوبیت هر گزینه با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$k_i = \frac{S_i}{S_0} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m$$

عبارت فوق به صورت واضح نشان می‌دهد که مقدار k_i در بازه‌ی $[0, 1]$ قرار می‌گیرد. در آخر

براساس مقادیر درجه مطلوبیت گزینه‌ها رتبه‌بندی به صورت نزولی انجام می‌گیرد.

۱۳-۳) مثال:

فردی تصمیم به خرید یک خودرو نموده است و جهت انجام تصمیم‌گیری، چهار معیار را تعیین کرده است. با توجه به محدودیت تصمیم‌گیرنده در پرداخت هزینه، چهار خودرو را به عنوان گزینه‌های خرید خود برگزید. در ادامه با توجه به نظر فرد تصمیم‌گیرنده، ماتریس تصمیم‌گیری برای چهار معیار و چهار گزینه تشکیل شده است که در جدول ۱۳-۱ نشان داده شده است.

جدول ۱۳-۱: ماتریس تصمیم‌گیری خرید خودرو

معیارها گزینه‌ها	مصرف سوخت (L/۱۰۰km) (-)	راحتی (+)	امکانات (+)	ایمنی (+)
A_1	۶	کم	کم	کم
A_2	۸	متوسط	متوسط	متوسط
A_3	۱۰	خیلی زیاد	زیاد	متوسط
A_4	۹	زیاد	خیلی زیاد	خیلی زیاد

همچنین وزن معیارهای ارزیابی نیز با توجه به نظر فرد و خبرگان تصمیم‌گیرنده به صورت زیر تشکیل شده است که در جدول ۱۳-۲ نشان داده شده است.

جدول ۱۳-۲: وزن معیارهای خرید خودرو

معیارها	مصرف سوخت (-)	راحتی (+)	امکانات (+)	ایمنی (+)
وزن	۰/۰۸۱	۰/۳۰۲	۰/۳۰۲	۰/۳۱۵

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شده با استفاده از روش ARAS به اولویت‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از طیف ساعتی کمی می‌شود که در جدول ۱۳-۳ نشان داده شده است:

جدول ۱۳-۳: ماتریس تصمیم‌گیری کمی خرید خودرو

معیارها گزینه‌ها	مصرف سوخت (L/۱۰۰km) (-)	راحتی (+)	امکانات (+)	ایمنی (+)
A _۱	۶	۳	۳	۳
A _۲	۸	۵	۵	۵
A _۳	۱۰	۹	۷	۵
A _۴	۹	۷	۹	۹

در ادامه با توجه به الگوریتم ARAS به اولویت‌بندی خودروها پرداخته می‌شود:

قدم اول و دوم: با توجه به اینکه ماتریس تصمیم‌گیری کمی است به گام تعیین گزینه ایده‌آل فرضی برای هر معیار می‌رویم بدین منظور حداکثر مقادیر هر یک از معیارهای مثبت و حداقل مقادیر هر یک از معیارهای منفی در نظر گرفته می‌شود، که در جدول ۱۳-۴ نشان داده شده است.

جدول ۱۳-۴: مقادیر بهینه معیارها

ایمنی (+)	امکانات (+)	راحتی (+)	مصرف سوخت (L/۱۰۰km) (-)	معیار گزینه
۳	۳	۳	۶	A _۱
۵	۵	۵	۸	A _۲
۵	۷	۹	۱۰	A _۳
۹	۹	۷	۹	A _۴
۹	۹	۹	۶	گزینه ایده آل فرضی

قدم سوم: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس (N_D):

در این مرحله گزینه ایده آل فرضی (A_j) تعیین شده به ماتریس تصمیم گیری A اضافه می گردد و سپس ماتریس تصمیم گیری به روش مستقیم، بی مقیاس می شود، که در جدول ۱۳-۵ نشان داده شده است.

برای نمونه n_{۱۱} و n_{۱۲} به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$n_{11} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6}} = 0/249$$

$$n_{12} = \frac{1}{3 + 5 + 9 + 7 + 9} = 0/091$$

جدول ۱۳-۵: ماتریس تصمیم گیری بی مقیاس خرید خودرو

ایمنی (+)	امکانات (+)	راحتی (+)	مصرف سوخت (L/۱۰۰km) (+)	معیار گزینه
0/097	0/091	0/091	0/249	A _۱
0/161	0/152	0/152	0/187	A _۲
0/161	0/212	0/272	0/149	A _۳
0/290	0/273	0/212	0/166	A _۴
0/290	0/273	0/272	0/249	گزینه ایده آل فرضی

توجه شود که همه‌ی شاخص‌ها در بی‌مقیاس‌سازی به شاخص مثبت تبدیل شدند.

قدم چهارم: محاسبه ماتریس بی‌مقیاس وزن‌دهی شده (V)

در این مرحله با ضرب ماتریس بی‌مقیاس در ماتریس وزن معیارها، ماتریس نرمال وزن دهی شده تشکیل می‌شود.

$$V = \begin{bmatrix} 0/249 & 0/091 & 0/091 & 0/097 \\ 0/187 & 0/152 & 0/152 & 0/161 \\ 0/149 & 0/272 & 0/212 & 0/161 \\ 0/166 & 0/212 & 0/273 & 0/290 \\ 0/249 & 0/272 & 0/273 & 0/290 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/081 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0/302 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0/302 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0/315 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0/020 & 0/027 & 0/027 & 0/031 \\ 0/015 & 0/046 & 0/046 & 0/051 \\ 0/012 & 0/082 & 0/064 & 0/051 \\ 0/013 & 0/064 & 0/082 & 0/091 \\ 0/020 & 0/082 & 0/082 & 0/091 \end{bmatrix}$$

قدم پنجم و ششم: تعیین مقدار تابع بهینگی (Si) هر گزینه و تعیین درجه مطلوبیت هر گزینه (K_i):

در این مرحله ابتدا مقدار تابع بهینگی هر گزینه محاسبه می‌شود و سپس درجه مطلوبیت هر گزینه تعیین می‌شود و در آخر رتبه بندی نهایی براساس مقادیر درجه مطلوبیت گزینه‌ها به صورت نزولی انجام می‌گیرد که در جدول ۱۳-۶ نشان داده شده است.

برای نمونه مقدار تابع بهینگی و درجه مطلوبیت گزینه اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_1 = 0/020 + 0/027 + 0/027 + 0/031 = 0/106$$

$$S_0 = 0/020 + 0/082 + 0/082 + 0/091 = 0/276$$

جدول ۱۳-۶: تابع بهینگی و درجه مطلوبیت و رتبه بندی

شاخص‌ها	S _i	S _n	K _i	رتبه
A _۱	۰/۱۰۶	۰/۲۷۶	۰/۳۸۳	۴
A _۲	۰/۱۵۸	۰/۲۷۶	۰/۵۷۱	۳
A _۳	۰/۲۰۹	۰/۲۷۶	۰/۷۵۷	۲
A _۴	۰/۲۵۱	۰/۲۷۶	۰/۹۱۰	۱

با توجه به جدول ۱۳-۶، می‌توان بیان داشت که گزینه‌ی چهارم رتبه‌ی اول را کسب کرده و به عنوان مناسب‌ترین خودرو انتخاب می‌شود.

منابع

- دیانی، لیلا. پورطاهری، مهدی. رکن الدین افتخاری، عبدالرضا. احمدی، حسن. (۱۳۹۷)، رتبه‌بندی سازه‌های اصلی ساماندهی بافت‌های فرسوده روستاهای پیرامون کلان شهرها با استفاده از روش ارزیابی نسبت تجمعی (ARAS) (مطالعه موردی: پیرامون کلان‌شهر تهران). برنامه‌ریزی و آمایش فضا، دوره ۲۲، شماره ۳، صفحه ۱۸۱-۱۴۵.
- مرادزاده، مسلم. شیخ، رضا. میالی، زهرا. (۱۳۹۶)، انتخاب بازیکنان بر مبنای شاخص‌های موثر با رویکرد الگوریتم ارزیابی خبرگان و تکنیک تصمیم‌گیری چند معیاره نسبت تجمعی آراس (مطالعه موردی تیم بسکتبال دانشگاه شاهرود). پژوهش‌های معاصر در مدیریت ورزشی، سال هفتم، شماره ۱۳، صفحه ۱۲-۱.
- ارضاء، امیرحسین. قاسم پور، شیوا. (۱۳۹۶)، رتبه‌بندی بانک‌های خصوصی ایران براساس مدل کملز با استفاده از رویکرد ترکیبی فرآیند تحلیل سلسله‌مراتبی و آراس. راهبرد مدیریت مالی، سال پنجم، شماره ۱۸، صفحه ۱۱۸-۹۹.
- دهقانی، علی. علی اکبری نوری، فهیمه. (۱۳۹۵)، رتبه‌بندی صنایع تولیدی کشور بر اساس شاخص‌های منتخب اقتصادی در سال ۱۳۹۲ با تکنیک FANP-ARAS. فصلنامه مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، سال پنجم، شماره ۱۹، صفحه ۱۰۹-۱۳۰.
- صفایی قادی‌کلائی، عبدالحمید. خلیلی، صابر. (۱۳۹۴)، ارزیابی عملکرد مالی شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران. پژوهشنامه مدیریت اجرایی، سال هفتم، شماره ۱۴، صفحه ۷۱-۵۳.

- Ghenai, C., Albawab, M., and Bettayeb, M. (۲۰۲۰). "Sustainability indicators for renewable energy systems using multi-criteria decision-making model and extended SWARA/ARAS hybrid method". Renewable Energy, Vol. ۱۴۶, No. pp. ۵۸۰-۵۹۷.
- Fu, Y.K. (۲۰۱۹). "An integrated approach to catering supplier selection using AHP-ARASMCGP methodology". Journal of Air Transport Management, Vol. ۷۵, No. pp. ۱۶۴-۱۶۹.
- Büyüközkan, G., and Göçer, F. (۲۰۱۸). "An extension of ARAS methodology under interval valued intuitionistic fuzzy environment for digital supply chain". Applied Soft Computing, Vol. ۶۹, No. pp. ۶۳۴-۶۵۴
- Ecer, F. (۲۰۱۸). "An integrated Fuzzy AHP and ARAS model to evaluate mobile banking services". Technological and Economic Development of Economy, Vol. ۲۴, No. ۲, pp. ۶۷۰-۶۹۵.

21

Methods

MULTIMOORA 14

بخش چهاردهم: روش بهینه سازی چندبعدی با استفاده از تحلیل نسبت^۱

۱۴-۱) مقدمه

روش بهینه سازی چندبعدی با استفاده از تحلیل نسبت (مورا و مولتی مورا^۲) در سال ۲۰۰۶ توسط براورس^۳ و زاوادیاسکاس ارائه شده است. روش مورا بر پایه تئوری تحلیل نسبی^۴ و روش نقطه مرجع است و از مجموع این دو تکنیک به وجود آمده است. در این روش به منظور رفع مشکلات مربوط به وزندهی در مدل‌های بهینه‌سازی پیشین، اندازه‌های بدون واحد در سیستم نسبت به کاربرده شده است. در سال ۲۰۱۰ فرم ضربی کامل^۵ به این روش افزوده شد که منجر به شکل‌گیری روش مولتی مورا به عنوان یک روش قوی‌تر شده است. سادگی و سهولت پیاده‌سازی این روش، محاسبات ریاضی کم، پایداری خوب و زمان حل بسیار کم، از جمله مهم‌ترین ویژگی‌های روش مورا و مولتی مورا محسوب می‌شود.

^۱ Multi-Objective Optimization on the Basis of Ratio Analysis

^۲ MOORA AND Multi MOORA

^۳ Brauers

^۴ Reference Point Theory

^۵ Full Multiplicative Form

۱۴-۲) مراحل روش مولتی‌مورا

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها.

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری (A) را تشکیل داده و با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش نرم اقلیدسی بی‌مقیاس می‌شود و ماتریس N_D ایجاد می‌گردد.

قدم سوم: رتبه‌بندی گزینه‌ها بر اساس رویکرد سیستم نسبت

در سومین قدم باید گزینه‌ها را بر اساس رویکرد سیستم نسبت رتبه‌بندی کرد. در این رویکرد بعد از نرمال کردن داده‌ها باید مجموع معیارهای مثبت هرگزینه را از مجموع معیارهای منفی همان گزینه کم کرد و حاصل بیشتر نشان از برتری گزینه می‌دهد.

$$Y_i = \sum_{j=1}^{i=g} n_{ij} - \sum_{j=g+1}^{i=n} n_{ij}$$

در رابطه بالا $i=1,2,\dots,g$ بیانگر شاخص‌های مثبت و $i=g+1,g+2,\dots,n$ بیانگر شاخص‌های منفی و Y_i نشان‌دهنده شاخص رتبه‌بندی هریک از گزینه‌ها می‌باشد که باید به صورت نزولی مرتب شوند.

نکته: در صورت مثبت بودن تمامی شاخص‌ها به منظور رتبه‌بندی گزینه‌ها، فقط مجموع شاخص‌های مثبت محاسبه می‌شود.

قدم چهارم: رتبه بندی گزینه ها بر اساس رویکرد نقطه مرجع.

در قدم چهارم باید گزینه ها را بر اساس رویکرد نقطه مرجع رتبه بندی کرد در این رویکرد نیز مقدار هر شاخص از مقدار ایده آل آن کم می شود و در نهایت ماکزیمم مقدار انتخاب می شود. گزینه بهینه گزینه ای است که دارای کمترین مقدار باشد.

$$\text{Min}\{\text{Max}|r_j - n_{ij}|\} \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

در رابطه بالا، r_j برابر است با بهترین مقدار هر شاخص، یعنی برای شاخص های مثبت، برابر است با بیشترین مقدار و برای شاخص های منفی، برابر است با کمترین مقدار آن شاخص.

نکته: اگر شاخص ها وزن داشته باشند، آنگاه $V = N_D \times W$ ابتدا محاسبه می شود و سپس قدم های سوم و چهارم برای V_{ij} محاسبه می گردد.

قدم پنجم: رتبه بندی گزینه ها بر اساس رویکرد ضربی کامل.

در این قدم هر دو حالت کمینه سازی و بیشینه سازی تابع مطلوبیت ضربی را شامل می شود و با رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$U'_i = \frac{A_i}{B_i}$$

$$A_i = \prod_{j=1}^g (a_{ij}) \quad B_i = \prod_{j=g+1}^n (a_{ij})$$

U'_i نشان دهنده مطلوبیت نهایی گزینه i ام می باشد. A_i حاصل ضرب مقادیر شاخص های i ام است به طوری که مطلوبیت مساله در بیشینه سازی آنهاست ($g=1, 2, \dots, n$) و B_i حاصل ضرب مقادیر شاخص های i ام است که کمینه سازی آنها منجر به کسب مطلوبیت می شود ($n-g$). با مرتب شدن نزولی U'_i ، رتبه بندی تکنیک فرم کامل ضربی حاصل می گردد.

نکته: در روش فرم کامل ضربی نیازی به وزن دهی و بی مقیاس سازی داده ها نمی باشد.

نکته: اگر شاخص های اهداف وزن اهمیت داشته باشند، آنگاه از روش بهینه سازی چند هدفه بر اساس تحلیل نسبت ساده^۱ (موسرا)^۲ برای رتبه بندی شاخص ها نیز می توان استفاده کرد. (روش موسرا در

^۱ Multi-Objective Optimisation on the basis of Simple Ratio Analysis

^۲ MOOSRA

سال ۲۰۱۲ توسط داس و همکاران^۱ ارائه شده است. روش موسرا مانند رتبه‌بندی گزینه‌ها براساس رویکرد ضربی کامل است با این تفاوت که در روش موسرا ابتدا $V = N_D \times W$ محاسبه می‌شود و سپس گام پنجم برای V_{ij} محاسبه می‌گردد.

قدم ششم: تلفیق رتبه‌بندی‌ها توسط تئوری سلطه

در قدم آخر به منظور ترکیب سه روش سیستم نسبت، نقطه مرجع و فرم کامل ضربی از نظریه‌ای با عنوان تئوری سلطه که توسط براورس و زاواداسکاس در سال ۲۰۱۱ مطرح شده است، استفاده می‌شود. این نظریه تعاریف و قواعد خاصی دارد که به تشریح آن می‌پردازیم.

تسلط غالب زمانی روی می‌دهد که رتبه گزینه‌ای بر رتبه سایر گزینه‌ها سلطه یابد. در تکنیک مولتی‌مورا تسلط غالب تحت شرایطی که رتبه یک گزینه توسط هر سه روش یکسان باشد مشاهده می‌شود. سلطه عمومی زمانی اتفاق می‌افتد که یک گزینه نسبت به گزینه دیگر در دو روش از سه روش مذکور اولویت بالاتری داشته باشد. از آنجا که انتقال‌پذیری در این تئوری صادق است، اگر رتبه a بر رتبه b تسلط داشته باشد و رتبه b بر رتبه c مسلط باشد، آنگاه رتبه a بر رتبه c تسلط خواهد یافت. این قوانین برای هر سه رتبه‌بندی تکنیک مولتی‌مورا اجرا می‌شود و رتبه‌بندی نهایی انجام می‌شود.

۱۴-۳) مثال

یک شرکت خصوصی به دنبال استخدام یک مهندس صنایع می‌باشد و بدین منظور پس از فیلتر کردن ابتدایی درخواست دهندگان، ۴ نفر به عنوان کاندیدای احراز این پست در نظر گرفته شده‌اند. بدین منظور ۴ معیار برای ارزیابی متقاضیان این سمت تعیین شده است و ماتریس تصمیم‌گیری برای ۴ معیار و ۴ گزینه تشکیل شده است که در جدول ۱۴-۱ نشان داده شده است. با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شده با استفاده از روش مولتی‌مورا به اولویت‌بندی گزینه‌ها پردازید.

^۱ Das et al.

جدول ۱۴-۱: ماتریس تصمیم گیری استخدام یک مهندس صنایع

شاخص گزینه	حقوق پیشنهادی (-)	سابقه بیمه (سال) (+)	سابقه کار مرتبط (سال) (+)	تسلط نرم افزاری (+)
محمدی	۲,۰۰۰,۰۰۰	۴	۲	متوسط
رضایی	۲,۵۰۰,۰۰۰	۵	۲	خیلی خوب
علیپور	۱,۵۰۰,۰۰۰	۴	۵	خوب
کمالی	۳,۰۰۰,۰۰۰	۸	۳	خیلی خوب

حل:

قدم اول: ابتدا ماتریس تصمیم گیری با استفاده از طیف لیکرت به صورت کمی تبدیل می شود.

جدول ۱۴-۲: ماتریس تصمیم گیری کمی استخدام یک مهندس صنایع

شاخص گزینه	حقوق پیشنهادی (-)	سابقه بیمه (+)	سابقه کار مرتبط (+)	تسلط نرم افزاری (+)
محمدی	۲,۰۰۰,۰۰۰	۴	۲	۳
رضایی	۲,۵۰۰,۰۰۰	۵	۲	۵
علیپور	۱,۵۰۰,۰۰۰	۴	۵	۴
کمالی	۳,۰۰۰,۰۰۰	۸	۳	۵

قدم دوم: در قدم دوم ماتریس تصمیم‌گیری به روش نرم اقلیدسی نرمالیزه می‌شود که در جدول ۱۴-۳ نشان داده شده است.

جدول ۱۴-۳: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

شاخص گزینه	حقوق پیشنهادی (-)	سابقه بیمه (+)	سابقه کار مرتبط (+)	تسلط نرم افزایی (+)
محمدی	۰/۴۳۱	۰/۳۶۴	۰/۳۰۹	۰/۳۴۶
رضایی	۰/۵۳۹	۰/۴۵۴	۰/۳۰۹	۰/۵۷۷
علیپور	۰/۳۲۳	۰/۳۶۴	۰/۷۷۱	۰/۴۶۲
کمالی	۰/۶۴۷	۰/۷۲۷	۰/۴۶۳	۰/۵۷۷

قدم سوم: در قدم سوم، ابتدا مجموع معیارهای مثبت و مجموع معیارهای منفی هر گزینه را محاسبه کرده و سپس تفاضل مجموع معیارهای منفی از مجموع معیارهای مثبت را برای هر گزینه محاسبه می‌کنیم. نتایج حاصل شده در جدول ۱۴-۴ نشان داده شده است. در نهایت بیشترین مقدار نشان از برتری گزینه دارد. به عنوان نمونه جهت محاسبه Y_1 به صورت زیر عمل می‌شود:

$$Y_1 = (0/346 + 0/309 + 0/364) - (0/431) = 0/588$$

جدول ۱۴-۴: رتبه‌بندی سیستم نسبت

گزینه	سیستم نسبت	رتبه
محمدی	۰/۵۸۸	۴
رضایی	۰/۸۰۱	۳
علیپور	۱/۲۷۴	۱
کمالی	۱/۱۲	۲

قدم چهارم: در قدم چهارم، ابتدا مقدار ایده آل هر شاخص تعیین می شود، سپس قدرمطلق تفاضل هر کدام از درایه های ماتریس ۱۴-۳ از مقدار ایده آل تعیین شده، محاسبه می شود. از میان مقادیر حاصل شده، بیشترین مقدار هر گزینه انتخاب می شود. در نهایت گزینه ای برتر است که دارای کمترین مقدار باشد. موارد شرح داده شده در جدول ۱۴-۵ آمده است.

جدول ۱۴-۵: رتبه بندی نقطه مرجع

رتبه	نقطه مرجع	تسلط نرم افزاری (+)	سابقه کار مرتبط (+)	سابقه بیمه (+)	حقوق پیشنهادی (-)	شاخص / گزینه
		۰/۵۷۷	۰/۷۷۱	۰/۷۲۷	۰/۳۲۳	r_i
۳	۰/۴۶۲	۰/۳۴۶	۰/۳۰۹	۰/۳۶۴	۰/۴۳۱	محمدی
		۰/۲۳۱	۰/۴۶۲	۰/۳۶۳	۰/۱۰۸	$r_i - n_{ij}$
۳	۰/۴۶۲	۰/۵۷۷	۰/۳۰۹	۰/۴۵۴	۰/۵۳۹	رضایی
		۰	۰/۴۶۲	۰/۲۷۳	۰/۲۱۶	$r_i - n_{ij}$
۲	۰/۳۶۳	۰/۴۶۲	۰/۷۷۱	۰/۳۶۴	۰/۳۲۳	علیپور
		۰/۱۱۵	۰	۰/۳۶۳	۰	$r_i - n_{ij}$
۱	۰/۳۲۴	۰/۵۷۷	۰/۴۶۳	۰/۷۲۷	۰/۶۴۷	کمالی
		۰	۰/۳۰۸	۰	۰/۳۲۴	$r_i - n_{ij}$

قدم پنجم: در این گام براساس ماتریس اولیه، حاصل ضرب شاخص‌های مثبت هر گزینه محاسبه می‌شود و بر حاصل ضرب شاخص‌های منفی همان گزینه تقسیم می‌شود. نتایج حاصل شده در جدول ۱۴-۶ نشان داده شده است. به عنوان نمونه U_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_1 = \frac{3 \times 2 \times 4}{2.00000} = 0.00012$$

جدول ۱۴-۶: رتبه‌بندی براساس رویکرد ضربی کامل

گزینه	رویکرد ضربی کامل	رتبه
محمدی	۰/۰۰۰۰۱۲	۴
رضایی	۰/۰۰۰۰۰۲	۳
علیپور	۰/۰۰۰۰۵۳	۱
کمالی	۰/۰۰۰۰۰۴	۲

قدم ششم: در قدم آخر رتبه‌بندی نهایی براساس تلفیق رتبه‌بندی‌ها به کمک تئوری سلطه انجام می‌شود.

جدول ۱۴-۷: رتبه‌بندی نهایی به کمک تئوری سلطه

گزینه	سیستم نسبت	نقطه مرجع	رویکرد ضربی کامل	رتبه نهایی
محمدی	۴	۳	۴	۴
رضایی	۳	۳	۳	۳
علیپور	۱	۲	۱	۱
کمالی	۲	۱	۲	۲

۱۴-۴) مثال

یک شرکت تجاری قصد دارد جهت انتخاب احداث کارخانه‌ی جدید خود یک محل مناسب را انتخاب نماید، به همین دلیل چهار شاخص را در نظر گرفته است و بر مبنای آن به انتخاب محل مناسب پرداخته است. این شرکت با توجه به محدودیت‌هایی که داشته سه محل را در نظر گرفته است و ماتریس تصمیم خود و وزن هریک از شاخص‌های ارزیابی را به صورت جدول ۱۴-۸ تشکیل داده است:

جدول ۱۴-۸: ماتریس تصمیم گیری و وزن معیارهای انتخاب محل احداث کارخانه

شاخص گزینه	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A_1	خیلی خوب	متوسط	۸۲	۹
A_2	خوب	متوسط	۵۶	۷
A_3	متوسط	خوب	۳۵	۱۳
وزن معیارها	۰/۳۰۰	۰/۲۰۰	۰/۴۰۰	۰/۱۰۰

با استفاده از روش مولتی مورا محل مناسب را انتخاب نمایید.

حل:

قدم اول: ابتدا ماتریس تصمیم گیری با استفاده از طیف لیکرت به صورت کمی تبدیل می شود.

جدول ۱۴-۹: ماتریس تصمیم گیری کمی انتخاب محل احداث کارخانه

شاخص گزینه	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A_1	۵	۳	۸۲	۹
A_2	۴	۳	۵۶	۷
A_3	۳	۴	۳۵	۱۳

قدم دوم: در قدم دوم ماتریس تصمیم‌گیری به روش نرم اقلیدسی بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۱۴-۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۱۴-۱۰: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

شاخص گزینه	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A_1	۰/۷۰۷	۰/۵۱۴	۰/۷۷۹	۰/۵۲۰
A_2	۰/۵۶۶	۰/۵۱۴	۰/۵۳۲	۰/۴۰۵
A_3	۰/۴۲۴	۰/۶۸۶	۰/۳۳۲	۰/۷۵۲

قدم سوم: در این قدم با ضرب ماتریس بی‌مقیاس در ماتریس وزن معیارها، ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V) تشکیل می‌شود که در جدول ۱۴-۱۱ نشان داده شده است.

$$V = \begin{bmatrix} 0/707 & 0/514 & 0/779 & 0/520 \\ 0/566 & 0/514 & 0/532 & 0/405 \\ 0/424 & 0/686 & 0/332 & 0/752 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0/1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0/212 & 0/103 & 0/312 & 0/052 \\ 0/170 & 0/103 & 0/213 & 0/041 \\ 0/127 & 0/137 & 0/133 & 0/075 \end{bmatrix}$$

جدول ۱۴-۱۱: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V)

شاخص گزینه	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A_1	۰/۲۱۲	۰/۱۰۳	۰/۳۱۲	۰/۰۵۲
A_2	۰/۱۷۰	۰/۱۰۳	۰/۲۱۳	۰/۰۴۱
A_3	۰/۱۲۷	۰/۱۳۷	۰/۱۳۳	۰/۰۷۵

قدم چهارم: در قدم چهارم، ابتدا مجموع معیارهای مثبت و مجموع معیارهای منفی همه گزینه‌های وزن دهی شده را محاسبه کرده و سپس تفاضل مجموع معیارهای منفی از مجموع معیارهای مثبت را برای هر گزینه محاسبه می‌کنیم. نتایج حاصل شده در جدول ۱۴-۱۲ نشان داده شده است. در نهایت بیشترین مقدار نشان از برتری گزینه دارد. به عنوان نمونه جهت محاسبه ی Y_1 به صورت زیر عمل می‌شود:

$$Y_1 = (0/212 + 0/103) - (0/312 + 0/052) = -0/049$$

جدول ۱۴-۱۲ رتبه‌بندی سیستم نسبت

رتبه	سیستم نسبت	گزینه
۳	-۰/۰۴۹	A_1
۲	۰/۰۱۹	A_2
۱	۰/۰۵۶	A_3

قدم پنجم: در قدم پنجم، ابتدا مقدار ایده‌آل هر شاخص تعیین می‌شود، سپس قدرمطلق تفاضل هر کدام از درایه‌های ماتریس ۱۴-۱۱ از مقدار ایده‌آل تعیین شده، محاسبه می‌شود. از میان مقادیر حاصل شده، بیشترین مقدار هر گزینه انتخاب می‌شود. در نهایت گزینه‌ای برتر است که دارای کمترین مقدار باشد. موارد شرح داده شده در جدول ۱۴-۱۳ آمده است.

جدول ۱۴-۱۳ رتبه‌بندی نقطه مرجع

رتبه	نقطه مرجع	نزدیکی به مصرف کننده (-)	جمعیت محل (-)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	کیفیت زندگی (+)	شاخص / گزینه
		۰/۰۴۱	۰/۱۳۳	۰/۱۳۷	۰/۲۱۲	r_i
۱	۰/۱۷۹	۰/۰۵۲	۰/۳۱۲	۰/۱۰۳	۰/۲۱۲	A_1
		۰/۰۱۱	۰/۱۷۹	۰/۰۳۴	۰	$r_i - n_{ij}$
۲	۰/۰۸	۰/۰۴۱	۰/۲۱۳	۰/۱۰۳	۰/۱۷۰	A_2
		۰	۰/۰۸	۰/۰۳۴	۰/۰۴۲	$r_i - n_{ij}$
۳	۰/۰۸۵	۰/۰۷۵	۰/۱۳۳	۰/۱۳۷	۰/۱۲۷	A_3
		۰/۰۳۴	۰	۰	۰/۰۸۵	$r_i - n_{ij}$

قدم ششم: در این قدم براساس ماتریس اولیه، حاصل ضرب شاخص‌های مثبت وزنی هر گزینه محاسبه می‌شود و بر حاصل ضرب شاخص‌های منفی وزنی همان گزینه تقسیم می‌شود. نتایج حاصل شده در جدول ۱۴-۱۴ نشان داده شده است. به عنوان نمونه U_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_1 = \frac{5 \times 3}{12 \times 9} = 0.125$$

جدول ۱۴-۱۴: رتبه‌بندی براساس رویکرد ضربی کامل

گزینه	رویکرد ضربی کامل	رتبه
A_1	۰/۰۲	۳
A_2	۰/۰۳۱	۱
A_3	۰/۰۲۶	۲

قدم هفتم: در قدم آخر رتبه‌بندی نهایی براساس تلفیق رتبه‌بندی‌ها به کمک تئوری سلطه انجام می‌شود.

جدول ۱۴-۱۵: رتبه‌بندی نهایی به کمک تئوری سلطه

گزینه	سیستم نسبت	نقطه مرجع	رویکرد ضربی کامل	رتبه نهایی
A_1	۳	۱	۳	۳
A_2	۲	۲	۱	۱
A_3	۱	۳	۲	۲

- عینی سرکله، غلامرضا. محمودی، حسین. حافظالکتاب، اشکان. افضلی، حسین. رضوانی دوست، مصطفی. (۱۳۹۷)، شناسایی و رتبه‌بندی بنگاه‌های اقتصادی حمل و نقلی براساس شاخص‌های ارزیابی عملکرد با استفاده از روش مولتی مورا (مطالعه موردی: پنج شرکت حمل و نقلی). فصلنامه مدیریت صنعتی، سال سیزدهم، شماره ۴۶، صفحه ۵۷-۷۱.
- Lin, M., Huang, C., and Xu, Z. (۲۰۲۰). "MULTIMOORA based MCDM model for site selection of car sharing station under picture fuzzy environment". Sustainable cities and society, ۵۳, ۱۰۱۸۷۳, pp. ۱-۴۶.
- Adalı, E. A., and Işık, A. T. (۲۰۱۷). "The multi-objective decision making methods based on MULTIMOORA and MOOSRA for the laptop selection problem". Journal of Industrial Engineering International, Vol. ۱۳, No. ۲, pp. ۲۲۹-۲۳۷.
- Sahu, A. K., Sahu, N. K., and Sahu, A. K. (۲۰۱۶). "Application of modified MULTI-MOORA for CNC machine tool evaluation in IVGTFNS environment: an empirical study". International Journal of Computer Aided Engineering and Technology, Vol. ۸, No. ۳, pp. ۲۳۴-۲۵۹.
- Altuntas, S., Dereli, T., and Yilmaz, M. K. (۲۰۱۵). "Evaluation of excavator technologies: application of data fusion based MULTIMOORA methods". Journal of Civil Engineering and Management, Vol. ۲۱, No. ۸, pp. ۹۷۷-۹۹۷.
- Baležentis, A., Baležentis, T., and Brauers, W. K. (۲۰۱۲). "Personnel selection based on computing with words and fuzzy MULTIMOORA". Expert Systems with applications, Vol. ۳۹, No. ۹, pp. ۷۹۶۱-۷۹۶۷.
- Brauers, W. K. M., and Zavadskas, E. K. (۲۰۱۲). "Robustness of MULTIMOORA: a method for multi-objective optimization". Informatica, Vol. ۲۳, No. ۱, pp. ۱-۲۵.

- Brauers, W. K. M., and Zavadskas, E. K. (۲۰۱۱). "MULTIMOORA optimization used to decide on a bank loan to buy property". Technological and economic development of economy, Vol. ۱۷, No. ۱, pp. ۱۷۴-۱۸۸.
- Brauers, W. K. M., and Zavadskas, E. K. (۲۰۱۰). "Project management by MULTIMOORA as an instrument for transition economies". Technological and Economic Development of Economy, Vol. ۱۶, No. ۱, pp. ۵-۲۴.
- Brauers, W. K. M., and Zavadskas, E. K. (۲۰۱۰). "Project management by MULTIMOORA as an instrument for transition economies". Technological and Economic Development of Economy, Vol. ۱۶, No. ۱, pp. ۵-۲۴.
- Kracka, M., Brauers, W. K. M., and Zavadskas, E. K. (۲۰۱۰). "Ranking heating losses in a building by applying the MULTIMOORA". Engineering Economics, Vol. ۲۱, No. ۴, pp. ۳۵۲-۳۵۹.
- Brauers, W. K. M., and Ginevičius, R. (۲۰۱۰). "The economy of the Belgian regions tested with MULTIMOORA". Journal of Business Economics and management, Vol. ۲, pp. ۱۷۳-۲۰۹.

21 Methods

WASPAS 15

بخش پانزدهم: روش ارزیابی وزن حاصل شده مجموع ادغامی^۱

۱۵-۱) مقدمه

روش ارزیابی وزن حاصل شده مجموع ادغامی (واسپاس)^۲ در سال ۲۰۱۲ توسط زاوادسکاس و همکاران^۳ ارائه شده است. روش واسپاس یکی از روش‌های ترکیبی رایج است به طوریکه در این روش تلاش شده است که یک معیار ترکیبی برای تعیین اهمیت نهایی هر گزینه به کار برده شود. در این روش ترکیبی سهم برابر از مدل جمع وزنی^۴ (WSM) و مدل تولید وزنی^۵ (WPM) برای ارزیابی نهایی گزینه‌ها داده می‌شود. این روش می‌تواند در مسائل پیچیده تصمیم‌گیری کارایی بالایی داشته باشد و همچنین نتایج حاصل از این مدل از دقت بالایی برخوردار است. تکنیک تولید وزنی به تکنیک جمع وزنی و تکنیک مجموع ساده‌ی وزنی شباهت بسیاری دارد؛ با این

^۱ Weighted Aggregated Sum Product Assessment (WASPAS)

^۲ WASPAS

^۳ Zavadskas et al.

^۴ Weighted Sum Model (WSM)

^۵ Weighted Product Model (WPM)

تفاوت که در این مدل به جای جمع، از روش ضرب استفاده می‌شود؛ همچنین، مقدار هر معیار به توان وزن آن معیار می‌رسد.

۱۵-۲) مراحل روش واسپاس

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها.

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

پس از آنکه ماتریس تصمیم‌گیری (A) تشکیل داده شد، با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش خطی بی‌مقیاس می‌شود و ماتریس N_D ایجاد می‌گردد.

نکته: در این مرحله باید همه‌ی شاخص‌ها به شاخص‌هایی با ماهیت مثبت تبدیل شوند.

قدم سوم: محاسبه اهمیت نسبی گزینه‌ها بر اساس روش WSM.

اهمیت نسبی گزینه‌ی i در رابطه‌ی زیر به عنوان $Q_i^{(1)}$ نشان داده شده است که در آن n_{ij} به عنوان مقدار نرمالیزه شده معیار j ام از گزینه i تعریف شده است:

$$Q_i^{(1)} = \sum_{j=1}^n n_{ij} w_j \quad , \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1$$

نکته: در رابطه‌ی بالا w_j نشان‌دهنده وزن شاخص j است.

قدم چهارم: محاسبه اهمیت نسبی گزینه‌ها بر اساس روش WPM.

بر اساس WPM وزن گزینه‌ی i به عنوان $Q_i^{(2)}$ به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود.

$$Q_i^{(2)} = \prod_{j=1}^n (n_{ij})^{w_j}, \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1$$

قدم پنجم: محاسبه معیار مشترک Q_i .

$$Q_i = 0.5Q_i^{(1)} + 0.5Q_i^{(2)}$$

بر اساس مقدار Q_i در رابطه بالا می‌توان گزینه‌ها را رتبه‌بندی کرد، اما دقت و تاثیرگذاری روش

WASPAS در این است که اهمیت نسبی گزینه i ام از طریق محاسبه فرمول لاندای محاسبه شود.

سپس گزینه‌های نامزد بر اساس مقادیر Q_i به صورت نزولی رتبه‌بندی می‌شوند، یعنی گزینه‌ای

برتر است که بالاترین مقدار Q_i را داشته باشد.

قدم ششم: محاسبه اهمیت نسبی گزینه i ام از طریق محاسبه فرمول لاندای

به منظور افزایش دقت و اثربخشی رتبه‌بندی فرآیند تصمیم‌گیری، در روش WASPAS، یک

معادله تعمیم یافته‌تر برای تعیین اهمیت نسبی کل گزینه i ام، مانند رابطه زیر ایجاد شده است:

$$Q_i = \lambda Q_i^{(1)} + (1 - \lambda) Q_i^{(2)}, \quad i = 1, \dots, m, \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

برای محاسبه لاندای بهینه بر مبنای انحراف معیارها از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\lambda = \frac{\sigma^2(Q_i^{(2)})}{\sigma^2(Q_i^{(1)}) + \sigma^2(Q_i^{(2)})}$$

به منظور محاسبه واریانس‌های $\sigma^2(Q_i^{(1)})$ و $\sigma^2(Q_i^{(2)})$ از روابط زیر استفاده می‌شود.

$$\sigma^2(Q_i^{(1)}) = \sum_{j=1}^n \sum w_j^2 \sigma^2(n_{ij})$$

$$\sigma^2(Q_i^{(2)}) = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\prod_{j=1}^n (n_{ij})^{w_j} \times w_{ij}}{(n_{ij})^{w_j} (n_{ij})^{(1-w_j)}} \right]^2 \sigma^2(n_{ij})$$

همچنین واریانس مقادیر معیارهای استاندارد شده اولیه از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\sigma^2(n_{ij}) = (0.05 \times n_{ij})^2$$

سپس گزینه‌های نامزد براساس مقادیر Q_i در رابطه $Q_i = \lambda Q_i^{(1)} + (1 - \lambda) Q_i^{(2)}$ به صورت نزولی رتبه بندی می‌شوند، یعنی بهترین گزینه جایگزین این است که بالاترین مقدار Q_i را داشته باشد. وقتی مقدار λ برابر با ۰ باشد، روش WASPAS به WPM تبدیل می‌شود و هنگامی که λ برابر با ۱ است، به روش WSM تبدیل می‌شود.

۱۵-۳) مثال

وزارت نیرو برای احداث یک سد در غرب کشور سه راه‌حل را پیش‌رو دارد. با توجه به آن، برای انتخاب بهترین راه‌حل شاخص‌هایی را در نظر گرفته‌است و بر مبنای این شاخص‌ها ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شد که در جدول ۱۵-۱ نشان داده شده است:

جدول ۱۵-۱: ماتریس تصمیم‌گیری جهت احداث سد

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (-)
بدون پیمانکار	۳	متوسط	خیلی خوب	۲۴۰۰۰	خیلی زیاد
پیمانکار داخلی	۱/۲	خوب	متوسط	۲۵۰۰۰	زیاد
پیمانکار خارجی	۱/۵	خیلی خوب	بد	۳۲۰۰۰	کم

همچنین با استفاده از نظر خواهی از خبرگان، وزن هریک از شاخص‌ها به صورت جدول ۱۵-۲ محاسبه شده است:

جدول ۱۵-۲: وزن شاخص‌ها با استفاده از نظر خبرگان

شاخص‌ها	هزینه	استحکام	وجهه ملی	ظرفیت	سختی کار
W_j	۰/۳	۰/۲	۰/۲	۰/۱	۰/۲

با استفاده از روش WASPAS به اولویت‌بندی گزینه‌ها پردازید.

حل:

قدم اول: در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود و بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می‌شود. بایستی به این نکته توجه شود که دو عامل سختی کار و هزینه شاخص‌های منفی در نظر گرفته می‌شود. ماتریس تصمیم‌گیری کمی در جدول ۱۵-۳ نشان داده شده است:

جدول ۱۵-۳: ماتریس تصمیم‌گیری جهت احداث سد با داده‌های کمی

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۳	۵	۹	۲۴۰۰۰	۱
پیمانکار داخلی	۱/۲	۷	۵	۲۵۰۰۰	۳
پیمانکار خارجی	۱/۵	۹	۳	۳۲۰۰۰	۷

قدم دوم: در این گام مقادیر اولیه ماتریس تصمیم‌گیری براساس روش بی‌مقیاس سازی خطی بی‌مقیاس می‌شود.

جدول ۴-۱۵: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری جهت احداث سد

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (+)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۰/۴	۰/۵	۱	۰/۷۵	۰/۱۴
پیمانکار داخلی	۱	۰/۷	۰/۵	۰/۷۸	۰/۴۳
پیمانکار خارجی	۰/۸	۱	۰/۳	۱	۱

قدم سوم و چهارم: در این گام اهمیت نسبی گزینه‌ها بر اساس روش‌های WPM و WSM محاسبه می‌شود. سپس براساس وزن‌های محاسبه شده، معیار مشترک Q_i محاسبه می‌شود. برای نمونه $Q_1^{(1)}$ و $Q_1^{(2)}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_1^{(1)} = (0/4 \times 0/3) + (0/5 \times 0/2) + (1 \times 0/2) + (0/75 \times 0/1) + (0/14 \times 0/2) = 0/523$$

$$Q_1^{(2)} = (0/4^{1/3}) \times (0/5^{1/2}) \times (1^{1/2}) \times (0/75^{1/1}) \times (0/14^{1/2}) = 0/434$$

$$Q_1 = (0/5 \times 0/523) + (0/5 \times 0/434) = 0/478$$

جدول ۵-۱۵: جدول رتبه‌بندی بر اساس روش‌های WPM و WSM

رتبه	Q_i	$Q_1^{(2)}$	$Q_1^{(1)}$	گزینه
۳	۰/۴۷۸	۰/۴۳۴	۰/۵۲۳	بدون پیمانکار
۲	۰/۶۸۶	۰/۶۶۸	۰/۷۰۴	پیمانکار داخلی
۱	۰/۷۶۷	۰/۷۳۵	۰/۸	پیمانکار خارجی

قدم پنجم: در گام پنجم اهمیت نسبی گزینه I_A بر اساس لاندا محاسبه می‌شود، بدین منظور ابتدا واریانس‌های $(Q_i^{(1)})^2$ و $(Q_i^{(2)})^2$ و همچنین واریانس مقادیر معیارهای استاندارد شده اولیه جهت تعیین مقدار لاندا، محاسبه می‌شوند. برای نمونه $(Q_1^{(1)})^2$ و $(Q_1^{(2)})^2$ به صورت زیر

محاسبه می‌شود. ابتدا لازم است واریانس‌های مقادیر نرمال شده عناصر سطر اول ماتریس (۴-۱۵) محاسبه شود و سپس λ_1 و Q_1 محاسبه می‌شود.

$$\sigma^2(n_{11}) = (0.5 \times 0.4)^2 = 0.0004$$

$$\sigma^2(n_{12}) = (0.5 \times 0.5)^2 = 0.000625$$

$$\sigma^2(n_{13}) = (0.5 \times 1)^2 = 0.0025$$

$$\sigma^2(n_{14}) = (0.5 \times 0.75)^2 = 0.0014$$

$$\sigma^2(n_{15}) = (0.5 \times 0.14)^2 = 0.00049$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(Q_1^{(1)}) &= \left((0.3^2) \times 0.0004 \right) + \left((0.2^2) \times 0.000625 \right) + \left((0.2^2) \times 0.0025 \right) \\ &\quad + \left((0.1^2) \times 0.0014 \right) + \left((0.2^2) \times 0.00049 \right) = 0.00017 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(Q_1^{(2)}) &= \left(\frac{0.434 \times 0.3}{0.4^{0.3} \times 0.4^{0.7}} \right)^2 \times (0.5 \times 0.4)^2 + \left(\frac{0.434 \times 0.2}{0.5^{0.2} \times 0.5^{0.8}} \right)^2 \times (0.5 \times 0.5)^2 \\ &\quad + \left(\frac{0.434 \times 0.2}{1^{0.2} \times 1^{0.8}} \right)^2 \times (0.5 \times 1)^2 \\ &\quad + \left(\frac{0.434 \times 0.1}{0.75^{0.1} \times 0.75^{0.9}} \right)^2 \times (0.5 \times 0.75)^2 \\ &\quad + \left(\frac{0.434 \times 0.2}{0.14^{0.2} \times 0.14^{0.8}} \right)^2 \times (0.5 \times 0.14)^2 = 0.000654 \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.0001}{0.0001 + 0.00017} = 0.369$$

$$Q_1 = (0.369 \times 0.523) + ((1 - 0.369) \times 0.434) = 0.00013$$

جدول ۱۵-۶: نتایج نهایی روش WASPAS

رتبه	Q_i	λ_i	$\sigma^2(Q_i^{(2)})$	$\sigma^2(Q_i^{(1)})$	گزینه
۳	۰/۰۰۰۱۳	۰/۳۶۹	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱۷	بدون پیمانکار
۲	۰/۰۰۰۲۸	۰/۴۲۴	۰/۰۰۰۲۴	۰/۰۰۰۳۳	پیمانکار داخلی
۱	۰/۰۰۰۳۳	۰/۴۴۰	۰/۰۰۰۲۹	۰/۰۰۰۳۸	پیمانکار خارجی

منابع

- باستین تختی، سجاد. شهرکی، محمدرضا. (۱۳۹۸)، اولویت‌بندی منابع تجدیدپذیر انرژی با استفاده از روش‌های فرآیند تحلیل سلسله مراتبی و WASPAS. چهارمین کنگره بین‌المللی توسعه کشاورزی، منابع طبیعی، محیط زیست و گردشگری ایران، تبریز-دانشگاه هنر اسلامی تبریز، دبیرخانه دائمی-دانشگاه میعاد و با همکاری دانشگاه شیراز، دانشگاه یاسوج و دانشگاه مازندران.
- فرجی، امین. آروین، محمود. آتش افروز، نسرين. (۱۳۹۷)، بررسی تاب‌آوری منطقه‌ای با استفاده از تحلیل فضایی و مدل ترکیبی WASPAS (مطالعه موردی: شهرستان‌های استان خوزستان). نشریه آمایش سرزمین، دوره دهم، شماره اول، صفحه ۲۹-۱.
- صفری، حسین. کاظمی، عالیہ. مهرپور لایقی، احمد. (۱۳۹۷)، ارزیابی عملکرد مناطق عملیاتی شرکت انتقال گاز با استفاده از روش ترکیبی DEA-SWARA-WASPAS، فصلنامه علمی-پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، سال شانزدهم، شماره ۴۹، صفحه ۱۷۱-۱۳۹.
- جهانگیری، عباس. (۱۳۹۶)، استفاده از روش واسپاس به منظور رتبه‌بندی دانشکده‌های مهندسی صنایع دانشگاه‌های منتخب تهران. فصلنامه صنعت و دانشگاه، سال دهم، شماره ۳۷ و ۳۸، صفحه ۶-۱.
- پورطاهری، مهدی. فتاحی، احدا له. نعمتی، رضا. آدینه‌وند، اسماعیل. (۱۳۹۵)، تبیین مزیت‌های استفاده از مدل ترکیبی تصمیم‌گیری WASPAS در مکان‌یابی روستاهای هدف گردشگری (مطالعه موردی روستاهای گردشگری استان لرستان). صفحه ۱۱۳-۳۰۱.
- پایدار، ابوذر. سنجرى، امیرارسلان. (۱۳۹۵)، ارزیابی آسیب‌پذیری محلات شهر جیرفت در مقابل سیلاب و ارائه راهکارهای حفاظتی. نشریه مطالعات نواحی شهری دانشگاه شهید باهنر کرمان، سال سوم، شماره ۳، صفحه ۴۲-۲۱.

- Chakraborty, S., Zavadskas, E. K., and Antucheviciene, J. (۲۰۱۵). “APPLICATIONS OF WASPAS METHOD AS A MULTI-CRITERIA DECISION-MAKING TOOL”. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, Vol. ۴۹, No. ۱.
- Zavadskas, E. K., Turskis, Z., Antucheviciene, J., and Zakarevicius, A. (۲۰۱۲). “Optimization of weighted aggregated sum product assessment”. *Elektronika ir elektrotechnika*, Vol. ۱۲۲, No. ۶, pp. ۳-۶.

21 Methods



بخش شانزدهم: روش ارزیابی براساس فاصله از راه حل میانگین^۱

۱-۱۶ مقدمه

روش ارزیابی براساس فاصله از راه حل میانگین^۲ (ایداس^۳) در سال ۲۰۱۵ توسط قربایی و همکاران ارائه شده است. در روش ایداس نیازی به محاسبه مقدار ایده آل و ضد ایده آل برای معیارهای مثبت و منفی نیست و تنها با محاسبه فاصله مثبت از میانگین^۴ (PDA) و فاصله منفی از میانگین^۵ (NDA) به ارزیابی گزینه ها پرداخته می شود، بدین صورت تفاوت بین هر گزینه و راه حل میانگین (AV) تعیین می شود. این روش برای حل مسائلی که معیارهای آن با یکدیگر ناسازگار^۶ هستند، کاربرد دارد و از دیگر کاربردهای این روش در مواقعی است که نظرات خبره ملموس و دقیق نیست.

^۱ Evaluation Based on Distance from Average Solution (EDAS)

^۲ Average Solution

^۳ EDAS

^۴ Positive Distance from Average (PDA)

^۵ Negative Distance from Average (NDA)

^۶ Conflicting

۱۶-۲) مراحل روش EDAS

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: تشکیل راه حل میانگین (AV)

در این گام به منظور تشکیل راه حل میانگین، ابتدا میانگین تمامی درایه‌های ماتریس تصمیم‌گیری (A) برای هر شاخص از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$AV_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{m} \quad m = \text{تعداد گزینه}$$

سپس ماتریس AV به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$AV = \begin{bmatrix} AV_1 \\ AV_2 \\ \vdots \\ AV_n \end{bmatrix} \quad n = \text{تعداد معیارها}$$

قدم سوم: تشکیل ماتریس فاصله مثبت از میانگین (PDA) و ماتریس فاصله منفی از میانگین (NDA)

در گام سوم با توجه به مثبت و منفی بودن معیارها ابتدا فاصله مثبت از میانگین (PDA_{ij}) و فاصله منفی از میانگین (NDA_{ij}) برای تمامی داده‌ها از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

اگر معیار مثبت باشد:

$$PDA_{ij} = \frac{\max(0, (x_{ij} - AV_j))}{AV_j}, \quad NDA_{ij} = \frac{\max(0, (AV_j - x_{ij}))}{AV_j}$$

اگر معیار منفی باشد:

$$PDA_{ij} = \frac{\max(0, (AV_j - x_{ij}))}{AV_j}, \quad NDA_{ij} = \frac{\max(0, (x_{ij} - AV_j))}{AV_j}$$

سپس ماتریس‌های فاصله مثبت از میانگین (PDA) و ماتریس فاصله منفی از میانگین (NDA) به صورت زیر تشکیل می‌شوند:

$$PDA = \begin{bmatrix} PDA_{11} & PDA_{12} & \dots & PDA_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ PDA_{21} & PDA_{22} & \dots & PDA_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ PDA_{m1} & PDA_{m2} & \dots & PDA_{mn} \end{bmatrix}$$

$$NDA = \begin{bmatrix} NDA_{11} & NDA_{12} & \dots & NDA_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ NDA_{21} & NDA_{22} & \dots & NDA_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ NDA_{m1} & NDA_{m2} & \dots & NDA_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: تعیین مجموع موزون PDA و NDA

به منظور تشکیل ماتریس موزون PDA که با SP نشان داده می‌شود و ماتریس موزون NDA که با اندیس SN نشان داده می‌شود، ابتدا مقادیر SP_i و SN_i از حاصل ضرب وزن معیارها در مقادیر PDA_{ij} و NDA_{ij} محاسبه می‌شود.

$$SP_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} PDA_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$SN_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} NDA_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

و سپس ماتریس‌های SP و SN تشکیل می‌شوند.

$$SP = \begin{bmatrix} SP_1 \\ SP_2 \\ \vdots \\ SP_m \end{bmatrix}, \quad SN = \begin{bmatrix} SN_1 \\ SN_2 \\ \vdots \\ SN_m \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: تشکیل ماتریس بی‌مقیاس NSP و NSN

در قدم پنجم به منظور تشکیل ماتریس‌های بی‌مقیاس شده SP و SN، ابتدا مقادیر NSP_i و NSN_i از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$NSP_i = \frac{SP_i}{\max SP_i} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$NSN_i = 1 - \frac{SN_i}{\max SN_i} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

سپس ماتریس‌های NSP و NSN به صورت زیر تشکیل می‌شوند:

$$NSP = \begin{bmatrix} NSP_1 \\ NSP_2 \\ \vdots \\ NSP_m \end{bmatrix}, \quad NSN = \begin{bmatrix} NSN_1 \\ NSN_2 \\ \vdots \\ NSN_m \end{bmatrix}$$

ماتریس بی‌مقیاس شده SP با NSP و ماتریس بی‌مقیاس شده SN با NSN نشان داده شده‌اند.

قدم ششم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در قدم آخر برای رتبه‌بندی گزینه‌ها ابتدا از طریق رابطه زیر امتیاز نهایی گزینه‌ها محاسبه می‌شود.

$$AS_i = \frac{1}{4} (NSP_i + NSN_i) \quad , \quad 0 \leq AS_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

سپس گزینه‌ها را بر اساس AS_i به صورت نزولی مرتب می‌کنیم. گزینه‌ای برتر است که بیشترین مقدار AS_i را دارا باشد.

۱۶-۳) مثال

یک شرکت تجاری قصد دارد جهت انتخاب احداث کارخانه‌ی جدید خود یک محل مناسب را انتخاب نماید، به همین دلیل چهار شاخص را در نظر گرفته‌است و بر مبنای آن به انتخاب محل مناسب پرداخته‌است. این شرکت با توجه به محدودیت‌هایی که داشته سه محل را در نظر گرفته‌است و ماتریس تصمیم خود و وزن هر یک از شاخص‌های ارزیابی را به صورت جدول ۱۶-۱ تشکیل داده است:

جدول ۱۶-۱: ماتریس تصمیم‌گیری و وزن معیارهای انتخاب محل احداث کارخانه

معیار / گزینه	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A _۱	خیلی خوب	متوسط	۸۲	۹
A _۲	خوب	متوسط	۵۶	۷
A _۳	متوسط	خوب	۳۵	۱۳
وزن معیارها	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۱

با استفاده از روش EDAS محل مناسب را انتخاب نمایید.

حل:

قدم اول: در این مرحله ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از طیف ساعتی به صورت کمی تبدیل می‌شود که در جدول ۱۶-۲ نشان داده شده است.

جدول ۱۶-۲: ماتریس تصمیم‌گیری کمی جهت انتخاب محل احداث کارخانه

معیار / گزینه	کیفیت زندگی (+)	کیفیت نیروی انسانی در دسترس (+)	جمعیت محل (-)	نزدیکی به مصرف کننده (-)
A _۱	۹	۵	۸۲	۹
A _۲	۷	۵	۵۶	۷
A _۳	۵	۷	۳۵	۱۳

قدم دوم: در قدم دوم راه حل میانگین (AV) از طریق محاسبه میانگین برای هر ستون از ماتریس تصمیم‌گیری کمی شده، تشکیل می‌شود.

به عنوان نمونه AV_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$AV_1 = \frac{9 + 7 + 5}{3} = 7$$

سپس ماتریس AV به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$AV = \begin{bmatrix} 7 \\ 5/66 \\ 57/66 \\ 9/66 \end{bmatrix}$$

قدم سوم: در این مرحله ابتدا مقادیر PDA_{ij} و NDA_{ij} برای شاخص‌های مثبت و منفی محاسبه می‌شود و سپس ماتریس PDA و NDA به صورت زیر تشکیل می‌شود.

به عنوان نمونه PDA_{11} ، PDA_{13} ، NDA_{11} و NDA_{13} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$PDA_{11} = \frac{\max(0, (9-7))}{7} = 0/28, \quad NDA_{11} = \frac{\max(0, (7-9))}{7} = 0$$

$$PDA_{13} = \frac{\max(0, ((57/66)-82))}{57/66} = 0, \quad NDA_{13} = \frac{\max(0, (82-57/66))}{57/66} = 0/42$$

$$PDA = \begin{bmatrix} 0/28 & 0 & 0 & 0/07 \\ 0 & 0 & 0/03 & 0/27 \\ 0 & 0/24 & 0/39 & 0 \\ 0 & 0/12 & 0/42 & 0 \end{bmatrix}$$

$$NDA = \begin{bmatrix} 0 & 0/12 & 0/42 & 0 \\ 0 & 0/12 & 0 & 0 \\ 0/28 & 0 & 0 & 0/34 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: در قدم چهارم ابتدا مقادیر SP_i و SN_i محاسبه می‌شود و سپس ماتریس‌های موزون SP و SN تشکیل می‌شود.

به عنوان نمونه SP_1 و SN_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$SP_1 = (0/3 \times 0/28) + (0/2 \times 0) + (0/4 \times 0) + (0/1 \times 0/07) = 0/09$$

$$SN_1 = (0/3 \times 0) + (0/2 \times 0/12) + (0/4 \times 0/42) + (0/1 \times 0) = 0/19$$

$$SP = \begin{bmatrix} 0/09 \\ 0/04 \\ 0/2 \end{bmatrix}, \quad SN = \begin{bmatrix} 0/19 \\ 0/02 \\ 0/12 \end{bmatrix}$$

قدم پنجم: در این مرحله ابتدا مقادیر NSP_i و NSN_i محاسبه می‌شود و سپس ماتریس‌های NSP و NSN تشکیل می‌شود.

به عنوان نمونه NSP_1 و NSN_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$NSP_1 = \frac{0/09}{0/2} = 0/45$$

$$NSN_1 = 1 - \frac{0/19}{0/19} = 0$$

$$NSP = \begin{bmatrix} 0/45 \\ 0/2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad NSN = \begin{bmatrix} 0/89 \\ 0/37 \end{bmatrix}$$

قدم ششم: در آخرین مرحله به منظور رتبه‌بندی گزینه‌ها ابتدا مقدار AS_i به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$AS_1 = \frac{1}{2} (0/45 + 0) = 0/23$$

$$AS_2 = \frac{1}{2} (0/2 + 0/89) = 0/52$$

$$AS_3 = \frac{1}{2} (1 + 0/37) = 0/69$$

سپس گزینه‌ها بر اساس AS_i به صورت نزولی مرتب می‌شوند که در جدول ۱۶-۳ آمده است.

جدول ۱۶-۳: رتبه‌بندی گزینه‌ها

رتبه	AS_i	گزینه
۳	۰/۲۳	A_1
۲	۰/۵۴	A_2
۱	۰/۶۹	A_3

منابع

- Zhang, S., Gao, H., Wei, G., Wei, Y., and Wei, C. (۲۰۱۹). "Evaluation based on distance from average solution method for multiple criteria group decision making under picture ۲-tuple linguistic environment". Mathematics, Vol. ۷, No. ۳, pp. ۱-۱۶.
- Stanujkic, D., Zavadskas, E. K., Ghorabae, M. K., and Turskis, Z. (۲۰۱۷). "An extension of the EDAS method based on the use of interval grey numbers". Studies in Informatics and Control, Vol. ۲۶, No. ۱, pp. ۵-۱۲.
- Keshavarz Ghorabae, M., Zavadskas, E. K., Olfat, L., and Turskis, Z. (۲۰۱۵). "Multi-criteria inventory classification using a new method of evaluation based on distance from average solution (EDAS)". Informatica, Vol. ۲۶, No. ۳, pp. ۴۳۵-۴۵۱.

21 Methods



بخش هفدهم: روش بهترین – بدترین^۱

۱۷-۱) مقدمه

روش بهترین – بدترین (BWM) در سل ۲۰۱۵ توسط رضایی ارائه شده است. در روش BWM بهترین و بدترین شاخص توسط خبره مشخص می‌شود و سپس بین هر یک از دو شاخص (بهترین و بدترین) و سایر شاخص‌ها مقایسه زوجی صورت می‌گیرد، سپس به منظور محاسبه وزن شاخص‌ها، مسئله تبدیل به یک مسئله برنامه‌ریزی خطی می‌شود و وزن شاخص‌ها به صورتی بدست می‌آید که تفاوت‌های مطلق اوزان حداقل گردد. همچنین در این روش فرمولی برای محاسبه نرخ ناسازگاری به منظور بررسی اعتبار مقایسات در نظر گرفته شده است. روش BWM نسبت به سایر روش‌ها به مقایسات زوجی کمتری نیاز دارد بنابراین این روش در حل مسائل تصمیم‌گیری با تعداد زیادی شاخص کاربرد دارد. دستیابی به مقایسات زوجی سازگارتر و نتایج با قابلیت اطمینان بالاتر از دیگر مزایای این روش است. این روش جهت تعیین وزن اهمیت شاخص‌ها کاربرد دارد.

^۱ Best-Worst Method (BWM)

۱۷-۲) مراحل روش BWM

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تعیین مجموعه شاخص‌های تصمیم‌گیری مسئله

در قدم اول پس از تعیین مسئله مورد پژوهش باید مجموعه شاخص‌های تصمیم‌گیری مسئله مشخص شود.

قدم دوم: تعیین بهترین و بدترین شاخص

در قدم دوم بهترین و بدترین شاخص از نظر خبره تعیین می‌شود.

قدم سوم: تعیین ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها^۱

با مقایسه بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها توسط خبره، ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها با اختصاص عددی از ۱ تا ۹ مشخص می‌شود. بردار ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها به صورت بردار A_B نشان داده می‌شود.

$$A_B = (a_{B1}, a_{B2}, \dots, a_{Bn})$$

در بردار بالا a_{Bj} ارجحیت بهترین شاخص (B) نسبت به شاخص (j) را نشان می‌دهد، بنابراین واضح است که $a_{BB} = 1$.

قدم چهارم: تعیین ارجحیت سایر شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص^۲

از مقایسه سایر شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص توسط خبره، ارجحیت سایر شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص با اختصاص عددی از ۱ تا ۹ مشخص می‌شود. بردار ارجحیت سایر شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص به صورت بردار A_W نشان داده می‌شود.

$$A_W = (a_{1W}, a_{2W}, \dots, a_{nW})$$

در بردار بالا a_{jW} ارجحیت شاخص (j) نسبت به بدترین شاخص (W) را نشان می‌دهد، بنابراین واضح است که $a_{WW} = 1$.

نکته: تعداد مقایسات زوجی در روش BWM برابر با $(2n - 3)$ می‌باشد.

^۱ Best to Others

^۲ Others to Worst

قدم پنجم: یافتن وزن‌های بهینه

برای تعیین وزن بهینه‌ی هریک از زوج شاخص‌ها $(w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*)$ باید روابط زیر برقرار باشد:

$$\frac{w_j}{w_w} = a_{jw} \quad , \quad \frac{w_B}{w_j} = a_{Bj}$$

برای برآورد شرایط بالا برای تمامی شاخص‌ها (jها)، باید جوابی را بیابیم تا عبارات $\left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right|$ و $\left| \frac{w_j}{w_w} - a_{jw} \right|$ برای تمامی jهایی که حداقل شده است را حداکثر نماید. بنابراین با توجه به غیرمنفی بودن وزن‌ها و مجموع آن‌ها می‌توان مدل را به صورت زیر فرموله کرد:

$$\text{Min Max} \left\{ \left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right|, \left| \frac{w_j}{w_w} - a_{jw} \right| \right\}$$

$$\text{s.t.} \\ \sum_j w_j = 1$$

$$w_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

همچنین می‌توان مدل فوق را به مدل زیر تبدیل نمود:

$$\text{Min } \xi$$

$$\text{s.t.}$$

$$\left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right| \leq \xi \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\left| \frac{w_j}{w_w} - a_{jw} \right| \leq \xi \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{s.t.} \\ \sum_j w_j = 1$$

$$w_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

بنابراین با حل مدل فوق مقادیر بهینه‌ی $(w_1^*, w_2^*, \dots, w_n^*)$ و ξ^* به دست می‌آید. اما برای حل مسائل با بیش از سه معیار ممکن است بیش از یک راه حل بهینه وجود داشته باشد. بنابراین پس از حل مدل بالا و محاسبه مقدار ξ^* از دو مدل زیر برای محاسبه حد بالا و پایین w_j استفاده می‌شود.

Min w_j

s. t.

$$\left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right| \leq \xi^* \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\left| \frac{w_j}{w_w} - a_{jW} \right| \leq \xi^* \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_j w_j = 1$$

$$w_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Max w_j

s. t.

$$\left| \frac{w_B}{w_j} - a_{Bj} \right| \leq \xi^* \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\left| \frac{w_j}{w_w} - a_{jW} \right| \leq \xi^* \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_j w_j = 1$$

$$w_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

با حل دو مدل بالا می‌توان برای هر معیار یک فاصله وزنی مطلوب^۱ (w_j^*) با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$w_j^* = \frac{(\text{Min } w_j + \text{Max } w_j)}{2}$$

نکته: در سال ۲۰۱۶ مدل خطی که در قدم پنجم به آن اشاره شد توسط رضایی به صورت زیر ارائه شده است که معمولاً از این مدل جهت تعیین وزن اهمیت شاخص‌ها استفاده می‌شود:

min ξ

s. t.

$$|w_B - a_{Bj} w_j| \leq \xi \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$|w_j - a_{jW} w_w| \leq \xi \quad j = 1, 2, \dots, n$$

^۱ Optimal Weight Interval

$$\sum_j^{s.t.} w_j = 1$$

$$w_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

قدم نهم: محاسبه نرخ سازگاری

مقایسه زمانی به صورت کامل سازگار است که رابطه زیر برای تمامی آن‌ها برقرار باشد.

$$a_{BW} = a_{Bj} \times a_{jW}$$

در رابطه بالا a_{BW} نشان‌دهنده اولویت بهترین معیار نسبت به بدترین معیار است. بنابراین نرخ سازگاری را می‌توان با استفاده از ξ^* و جدول ۱۷-۱ به صورت رابطه زیر محاسبه کرد.

$$\text{نرخ سازگاری} = \frac{\xi^*}{\text{شاخص سازگاری}}$$

نرخ سازگاری در بازه $[0, 1]$ قرار می‌گیرد و هرچه مقدار آن به صفر نزدیکتر باشد، مقایسات از سازگاری و ثبات بیشتری برخوردار هستند.

جدول ۱۷-۱: شاخص سازگاری

۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	a_{BW}
۵/۲۳	۴/۴۷	۳/۷۳	۳	۲/۳۰	۱/۶۳	۱	۰/۴۴	۰	شاخص سازگاری

۱۷-۳) مثال^۱

به منظور پایداری ساختن زنجیره‌های تامین و حرکت به سمت توسعه پایدار با نظر خواهی از تعدادی از متخصصین در حوزه‌های مختلف تولیدی، معیارهای پایداری اجتماعی شناسایی و در نهایت هشت معیار پایداری اجتماعی که در جدول ۱۷-۲ آورده شده است به عنوان موثرترین معیارها انتخاب شده‌اند. با استفاده از روش BWM وزن بهینه هر یک از شاخص‌ها را محاسبه نمایید.

^۱ مثال مربوط به برگرفته از مقاله " Assessing the social sustainability of supply chains using Best Worst Method "

جدول ۱۷-۲: شاخص‌های پایداری اجتماعی منتخب توسط خبره‌ها

C_1	بهداشت و ایمنی کار
C_2	آموزش و تاثیر محیط کار
C_3	نفوذ ذینفعان قراردادی
C_4	سیستم مدیریت ایمنی و بهداشت شغلی
C_5	منافع و حقوق کارمندان
C_6	حقوق ذینفعان
C_7	افشای اطلاعات
C_8	شیوه‌های استخدامی

قدم اول و دوم: پس از آنکه شاخص‌های مسئله مشخص شد، بهترین و بدترین شاخص توسط خبرگان تعیین می‌شود که در جدول ۱۷-۳ آورده شده است.

جدول ۱۷-۳: بهترین و بدترین شاخص از نظر خبرگان

C_1	بهترین شاخص
C_6	بدترین شاخص

قدم سوم: در قدم سوم از خبره درخواست می‌شود با مقایسه‌ی بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها، ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها را تعیین کنند که در جدول ۱۷-۴ آمده است.

جدول ۱۷-۴: ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها

شاخص‌ها	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8
بهترین شاخص (C_1)	۱	۳	۵	۴	۵	۹	۵	۷

شاخص C_1 که بهترین است در مقایسه با C_3 اهمیت بیشتر دارد با شدت ۵ در طیف ساعتی

قدم چهارم: در قدم چهارم از خبره درخواست می‌شود با مقایسه‌ی سایر شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص، ارجحیت سایر شاخص‌ها نسبت به بدترین شاخص را تعیین کنند که در جدول ۱۷-۵ آمده است.

جدول ۱۷-۵: ارجحیت بهترین شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها

شاخص‌ها	بدترین شاخص (C_6)
C_1	۹
C_2	۲
C_3	۵
C_4	۳
C_5	۴
C_6	۱
C_7	۵
C_8	۳

قدم پنجم: به منظور تعیین وزن‌های بهینه مسئله به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود.

$$\min \xi$$

s. t.

$$|w_1 - w_1| \leq \xi$$

$$|w_1 - 3w_2| \leq \xi$$

$$|w_1 - 5w_3| \leq \xi$$

$$|w_1 - 4w_4| \leq \xi$$

$$|w_1 - 5w_5| \leq \xi$$

$$|w_1 - 9w_6| \leq \xi$$

$$|w_1 - 5w_7| \leq \xi$$

$$|w_1 - 7w_8| \leq \xi$$

$$|w_1 - 9w_6| \leq \xi$$

$$|w_2 - 2w_6| \leq \xi$$

$$|w_3 - 5w_6| \leq \xi$$

$$|w_4 - 3w_6| \leq \xi$$

$$|w_5 - 4w_6| \leq \xi$$

$$|w_6 - w_6| \leq \xi$$

$$|w_v - 5w_p| \leq \xi$$

$$|w_\lambda - 3w_p| \leq \xi$$

s.t.

$$\sum_j w_j = 1$$

برای همه j ها، $w_j \geq 0$

پس از حل مدل در اکسل جواب‌های بهینه مطابق جدول ۱۷-۶ بدست می‌آید.

جدول ۱۷-۶: نتایج حل مدل

W_1	۰/۳۷۶
W_2	۰/۱۴۳
W_3	۰/۰۹
W_4	۰/۱۱۳
W_5	۰/۰۹
W_6	۰/۰۳۳
W_v	۰/۰۹
W_λ	۰/۰۶۴
ξ	۰/۰۷۶

قدم ششم: در نهایت با توجه به مقدار $a_{BW} = 6$ نرخ سازگاری به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{نرخ سازگاری} = \frac{0/076}{3} = 0/025$$

بنابراین مقایسات انجام شده از سازگاری و ثبات خوبی برخوردار است.

- فلاح لاجیمی، حمیدرضا. عرب، علیرضا. بهرام زاده، هوشمند. (۱۳۹۵)، بررسی موانع پیاده سازی زنجیره تامین سبز در صنایع فولاد استان مازندران با رویکرد ترکیبی BSC/BWM. مدیریت صنعتی (دانش مدیریت)، دوره ۸، شماره ۴، صفحه ۶۸۴-۶۵۳.
- Aboutorab, H., Saberi, M., Asadabadi, M. R., Hussain, O., and Chang, E. (۲۰۱۸). "ZBWM: The Z-number extension of Best Worst Method and its application for supplier development". Expert Systems with Applications, Vol. ۱۰۷, pp. ۱۱۵-۱۲۵.
- Salimi, N., and Rezaei, J. (۲۰۱۸). "Evaluating firms' R&D performance using best worst method". Evaluation and program planning, Vol. ۶۶, pp. ۱۴۷-۱۵۵.
- Gupta, H. (۲۰۱۸). "Evaluating service quality of airline industry using hybrid best worst method and VIKOR". Journal of Air Transport Management, Vol. ۶۸, pp. ۳۵-۴۷.
- Rezaei, J., van Roekel, W. S., and Tavasszy, L. (۲۰۱۸). "Measuring the relative importance of the logistics performance index indicators using Best Worst Method". Transport Policy, Vol. ۶۸, pp. ۱۵۸-۱۶۹.
- Ahmadi, H. B., Kusi-Sarpong, S., and Rezaei, J. (۲۰۱۷). "Assessing the social sustainability of supply chains using Best Worst Method". Resources, Conservation and Recycling, Vol. ۱۲۶, pp. ۹۹-۱۰۶.
- Rezaei, J. (۲۰۱۶). "Best-worst multi-criteria decision-making method: Some properties and a linear model". Omega, Vol. ۶۴, pp. ۱۲۶-۱۳۰.
- Rezaei, J., Nispeling, T., Sarkis, J., and Tavasszy, L. (۲۰۱۶). "A supplier selection life cycle approach integrating traditional and environmental criteria using the best worst method". Journal of Cleaner Production, Vol. ۱۳۵, pp. ۵۷۷-۵۸۸.

- Salimi, N., and Rezaei, J. (۲۰۱۶). "Measuring efficiency of university-industry Ph. D. projects using best worst method". *Scientometrics*, Vol. ۱۰۹, No. ۳, pp. ۱۹۱۱-۱۹۳۸.
- Rezaei, J., Wang, J., and Tavasszy, L. (۲۰۱۵). "Linking supplier development to supplier segmentation using Best Worst Method". *Expert Systems with Applications*, Vol. ۴۲, No. ۲۳, pp. ۹۱۵۲-۹۱۶۴.
- Rezaei, J. (۲۰۱۵). "Best-worst multi-criteria decision-making method". *Omega*, Vol. ۵۳, pp. ۴۹-۵۷.

21

Methods

CODAS 18

بخش هجدهم: روش ارزیابی مبتنی بر فاصله ترکیبی^۱

۱۸-۱) مقدمه

روش ارزیابی مبتنی بر فاصله ترکیبی (کوداس)^۲ در سال ۲۰۱۶ توسط قربایی و همکاران ارائه شده است. روش کوداس مطلوبیت گزینه ها را بر اساس دو روش تعیین می کند. اولین روش محاسبه فاصله اقلیدسی^۳ گزینه ها از ضد ایده آل و دومین روش محاسبه فاصله تاکسی^۴ گزینه ها از ضد ایده آل است و گزینه ای برتر است که بیشترین فاصله را از ضد ایده آل داشته باشد. در روش کوداس در واقع از فاصله اقلیدسی به عنوان معیار اصلی ارزیابی استفاده می شود اما اگر فاصله اقلیدسی دو گزینه بسیار نزدیک به یکدیگر باشد، برای مقایسه آنها از فاصله تاکسی استفاده می شود.

^۱ Combinative Distance-based Assessment (CODAS)

^۲ CODAS

^۳ Euclidean Distance

^۴ Taxicab Distance

۱۸-۲) مراحل روش CODAS

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: بی‌مقیاس سازی ماتریس تصمیم‌گیری

ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل داده شده با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، با استفاده از روش خطی بی‌مقیاس شده و ماتریس N_D ایجاد می‌شود.

نکته: در این مرحله تمامی شاخص‌ها به شاخص‌هایی با ماهیت مثبت تبدیل می‌شوند.

قدم سوم: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون (V)

در این مرحله ابتدا وزن هریک از شاخص‌ها مشخص می‌شود و یک ماتریس مربعی شامل وزن شاخص‌ها ($W_{n \times n}$) تعیین می‌گردد به طوریکه درایه‌های قطر اصلی آن، وزن هریک از شاخص‌ها می‌باشد و سایر درایه‌ها صفر می‌باشند. در ادامه به وسیله‌ی ضرب ماتریس وزن‌ها در ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس، ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس موزون بدست می‌آید.

$$V_{m \times n} = N_D \times W_{n \times n} \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: محاسبه میزان مطلوبیت هر گزینه

میزان مطلوبیت هر گزینه در روش کوداس از طریق محاسبه فاصله اقلیدسی و تاکسی از ضد ایده‌آل حاصل می‌شود، بدین منظور ابتدا کوچکترین مقدار هر شاخص در ماتریس نرمال موزون

را به عنوان نقطه ضدایده آل (ns_j) انتخاب می کنیم سپس از طریق روابط زیر فاصله اقلیدسی (E_i) و تاکسی (T_i) را از نقطه ضدایده آل محاسبه می کنیم.

$$ns_j = \text{Min } v_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$E_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - ns_j)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$T_i = \sum_{j=1}^n |v_{ij} - ns_j| \quad i = 1, 2, \dots, m$$

قدم پنجم: تشکیل ماتریس ارزیابی نسبی (Ra)

در قدم پنجم ماتریس ارزیابی نسبی با استفاده از رابطه زیر ایجاد می شود.

$$h_{ik} = (E_i - E_k) + (\psi(E_i - E_k) \times (T_i - T_k)) \quad k = 1, 2, \dots, m \quad i = 1, 2, \dots, m$$

در رابطه ی بالا $\psi(E_i - E_k)$ نشان دهنده ی یک تابع آستانه برای تشخیص برابری فاصله اقلیدسی دو گزینه است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\psi(E_i - E_k) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } |E_i - E_k| \geq \tau \\ 0 & \text{اگر } |E_i - E_k| < \tau \end{cases}$$

در عبارت بالا پارامتر τ توسط خبره تعیین می شود و بهتر است مقدار آن عددی در بازه ی

$[0.05, 0.1]$ باشد. اگر تفاوت بین فاصله اقلیدسی دو گزینه بیشتر از τ باشد آنگاه این دو گزینه با

محاسبه فاصله تاکسی مقایسه می شوند. در نهایت ماتریس ارزیابی نسبی (Ra) به صورت زیر

تشکیل می شود:

$$Ra = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2m} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ h_{m1} & h_{m2} & \dots & h_{mm} \end{bmatrix}$$

تکته: در اکثر مطالعات $\tau = 0.02$ در نظر گرفته شده است.

قدم ششم: رتبه‌بندی گزینه‌ها

در قدم آخر برای رتبه‌بندی گزینه‌ها ابتدا از طریق رابطه زیر نمره ارزیابی هر گزینه محاسبه می‌شود. سپس گزینه‌ها به صورت نزولی مرتب می‌شوند و در واقع گزینه‌ای برتر است که بیشترین مقدار H_i را داشته باشد.

$$H_i = \sum_{k=1}^m h_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

۱۸-۳) مثال

یک شرکت تجاری قصد دارد به انتخاب تامین‌کننده‌ی برتر سال پردازد و به این منظور ۶ تامین‌کننده برتر را انتخاب کرده‌است و با تعیین ۴ معیار به ارزیابی تامین‌کنندگان پرداخته‌است. با نتیجه‌ی ارزیابی، ماتریس تصمیم‌گیری به صورت جدول ۱۸-۱ می‌باشد:

جدول ۱۸-۱: ماتریس تصمیم‌گیری و وزن معیارهای انتخاب تامین‌کننده برتر

معیار گزینه	کیفیت (+)	هزینه (-)	امتیاز تحویل به موقع (+)	خدمات لجستیک (+)
A_1	۴۵	۳۶۰۰	۴۵	۰/۹
A_2	۲۵	۳۸۰۰	۶۰	۰/۸
A_3	۲۳	۳۱۰۰	۳۵	۰/۹
A_4	۱۴	۳۴۰۰	۵۰	۰/۷
A_5	۱۵	۳۳۰۰	۴۰	۰/۸
A_6	۲۸	۳۰۰۰	۳۰	۰/۶
وزن معیارها	۰/۲۸	۰/۳	۰/۲	۰/۲۲

با استفاده از روش CODAS تامین‌کننده برتر را انتخاب کنید.

حل:

قدم اول و دوم: پس از تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها، ماتریس تصمیم‌گیری به روش خطی بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۱۸-۲ آمده است.

جدول ۱۸-۲: ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس

معیار گزینه	کیفیت (+)	هزینه (+)	امتیاز تحویل به موقع (+)	خدمات لجستیک (+)
A_1	۱	۰/۸۳	۰/۷۵	۱
A_2	۰/۵۶	۰/۷۹	۱	۰/۸۹
A_3	۰/۵۱	۰/۹۷	۰/۵۸	۱
A_4	۰/۳۱	۰/۸۸	۰/۸۳	۰/۷۸
A_5	۰/۳۳	۰/۹۱	۰/۶۷	۰/۸۹
A_6	۰/۶۲	۱	۰/۵	۰/۶۷

قدم سوم: در قدم سوم با استفاده از ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس و همچنین ماتریس قطری وزن شاخص‌ها، ماتریس بی‌مقیاس وزنی (موزون) تشکیل می‌شود.

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0/83 & 0/75 & 1 \\ 0/56 & 0/79 & 1 & 0/89 \\ 0/51 & 0/97 & 0/58 & 1 \\ 0/31 & 0/88 & 0/83 & 0/78 \\ 0/33 & 0/91 & 0/67 & 0/89 \\ 0/62 & 1 & 0/5 & 0/67 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/28 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0/22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/28 & 0/25 & 0/15 & 0/22 \\ 0/16 & 0/24 & 0/2 & 0/2 \\ 0/14 & 0/3 & 0/12 & 0/22 \\ 0/09 & 0/26 & 0/17 & 0/17 \\ 0/09 & 0/27 & 0/13 & 0/2 \\ 0/17 & 0/3 & 0/1 & 0/15 \end{bmatrix}$$

قدم چهارم: در قدم چهارم به منظور محاسبه میزان مطلوبیت هر گزینه ابتدا نقطه ضد ایده‌آل (ns_j) را برای هر شاخص تعیین کرده و سپس فاصله اقلیدسی و تاکسی از ضد ایده‌آل محاسبه می‌شود که در جدول ۱۸-۳ آورده شده است.

به عنوان نمونه E_1 و T_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$ns_1 = 0/09, ns_2 = 0/24, ns_3 = 0/1, ns_4 = 0/15$$

$$E_1 = \sqrt{(0/28 - 0/09)^2 + (0/25 - 0/24)^2 + (0/15 - 0/1)^2 + (0/22 - 0/15)^2} = 0/21$$

$$T_1 = |0/28 - 0/09| + |0/25 - 0/24| + |0/15 - 0/1| + |0/22 - 0/15| = 0/32$$

جدول ۱۸-۳: فاصله اقلیدسی و تاکسی از ضد ایده‌آل منفی

گزینه	E_i	T_i
A_1	۰/۲۱	۰/۳۲
A_2	۰/۱۳	۰/۲۲
A_3	۰/۱۱	۰/۲
A_4	۰/۰۷	۰/۱۱
A_5	۰/۰۷	۰/۱۱
A_6	۰/۱	۰/۱۴

قدم پنجم: در این گام ماتریس ارزیابی نسبی (Ra) به صورت زیر تشکیل می‌شود. $\tau = 0/02$ در نظر گرفته شده است.)

به عنوان نمونه h_{12} و h_{36} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_1 - E_2 = 0/21 - 0/13 = 0/08 \quad \psi(E_1 - E_2) = 1 \quad \text{چون } 0/08 \geq 0/02$$

بنابراین $0/08$

در نتیجه:

$$h_{۱۲} = (۰/۲۱ - ۰/۱۳) + (۱ \times (۰/۳۲ - ۰/۲۲)) = ۰/۱۸$$

$$E_۳ - E_۶ = ۰/۱۱ - ۰/۱ = ۰/۰۱ \quad \psi(E_۱ - E_۲) = ۰ \quad \text{چون } ۰/۰۱ < ۰/۰۲$$

در نتیجه:

$$h_{۳۶} = (۰/۱۱ - ۰/۱) + (۰ \times (۰/۲ - ۰/۱۴)) = ۰/۰۱$$

$$Ra = \begin{bmatrix} ۰ & ۰/۱۸ & ۰/۲۲ & ۰/۳۵ & ۰/۳۵ & ۰/۲۹ \\ -۰/۱۸ & ۰ & ۰/۰۴ & ۰/۱۷ & ۰/۱۷ & ۰/۱۱ \\ -۰/۲۲ & -۰/۰۴ & ۰ & ۰/۱۳ & ۰/۱۳ & ۰/۰۱ \\ -۰/۳۵ & -۰/۱۷ & -۰/۱۳ & ۰ & ۰ & -۰/۰۶ \\ -۰/۳۵ & -۰/۱۷ & -۰/۱۳ & ۰ & ۰ & -۰/۰۶ \\ -۰/۲۹ & -۰/۱۱ & -۰/۰۱ & ۰/۰۶ & ۰/۰۶ & ۰ \end{bmatrix}$$

قدم ششم: در آخرین قدم گزینه‌ها براساس H_i به صورت نزولی مرتب شده و سپس رتبه‌بندی می‌شوند که در جدول ۱۸-۴ آمده است.

به عنوان نمونه $H_۱$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$H_۱ = ۰ + ۰/۱۸ + ۰/۲۲ + ۰/۳۵ + ۰/۳۵ + ۰/۲۹ = ۱/۳۹$$

جدول ۱۸-۴: رتبه‌بندی گزینه‌ها

رتبه	H_i	گزینه
۱	۱/۳۹	$A_۱$
۲	۰/۳۱	$A_۲$
۳	۰/۰۱	$A_۳$
۵	-۰/۷۱	$A_۴$
۵	-۰/۷۱	$A_۵$
۴	-۰/۳۵	$A_۶$

منابع

- Badi, I., Ballem, M., and Shetwan, A. (۲۰۱۸). "SITE SELECTION OF DESALINATION PLANT IN LIBYA BY USING COMBINATIVE DISTANCE-BASED ASSESSMENT (CODAS) METHOD". International Journal for Quality Research, Vol. ۱۲, No. ۳, pp. ۶۰۹-۶۲۴.
- Badi, I., Shetwan, A. G., and Abdulshahed, A. M. (۲۰۱۷). "Supplier selection using COMbinative Distance-based ASsessment (CODAS) method for multi-criteria decision-making". In Proceedings of The ۱st International Conference on Management, Engineering and Environment (ICMNEE), pp. ۲۷-۳۷.
- Keshavarz Ghorabae, M., Zavadskas, E. K., Turskis, Z., and Antucheviciene, J. (۲۰۱۶). "A new combinative distance-based assessment (CODAS) method for multi-criteria decision-making". Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research, Vol. ۵۰, No. ۳, pp. ۲۵-۴۴.
- Badi, I., Abdulshahed, A. M., and Shetwan, A. (۲۰۱۸). "A case study of supplier selection for a steelmaking company in Libya by using the Combinative Distance-based ASsessment (CODAS) model". Decision Making: Applications in Management and Engineering, Vol. ۱, No. ۱, pp. ۱-۱۲.
- Adalı, E. A., and Tuş, A. (۲۰۱۹). "Hospital site selection with distance-based multi-criteria decision-making methods". International Journal of Healthcare Management, pp. ۱-۱۱.
- Ijadi Maghsoodi, A., Ijadi Maghsoodi, A., Poursoltan, P., Antucheviciene, J., and Turskis, Z. (۲۰۱۹). "Dam construction material selection by implementing the integrated SWARA—CODAS approach with target-based attributes". Archives of Civil and Mechanical Engineering, Vol. ۱۹, pp. ۱۱۹۴-۱۲۱۰.

21 Methods



بخش نوزدهم: روش ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها^۱

۱۹-۱) مقدمه

روش ارزیابی همزمان شاخص‌ها و گزینه‌ها در سال ۲۰۱۸ توسط قرابایی و همکاران ارائه شده است. در روش SECA امتیاز کل گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها به طور همزمان تعیین می‌شود. بدین منظور یک مدل ریاضی چندهدفه غیرخطی طراحی شده است که دارای سه تابع هدف است. نخستین تابع هدف به بیشینه‌سازی عملکرد کلی گزینه‌ها مرتبط است و دومین و سومین تابع تنوع اطلاعات درون و بین شاخصی را مدنظر دارند. تنوع درون شاخصی براساس انحراف استاندارد سنجیده می‌شود و تنوع بین شاخصی با استفاده از همبستگی تعیین می‌گردد. این مدل چند هدفه به دنبال به حداکثر رساندن عملکرد کلی هر یک از گزینه‌ها و به حداقل رساندن انحراف معیارهای وزن از نقاط مرجع است. بنابراین با بهینه‌سازی این مدل ریاضی توسعه‌یافته، می‌توان به طور همزمان امتیازات عملکرد کلی گزینه‌ها و وزن عینی شاخص‌ها را تعیین کرد. تفاوت اصلی روش

^۱ Simultaneous Evaluation of Criteria and Alternatives(SECA)

SECA با دیگر روش‌های تصمیم‌گیری در این است که در این روش بر اساس ماتریس تصمیم‌گیری وزن و رتبه گزینه‌ها به صورت همزمان محاسبه می‌شود.

۱۹-۲) مراحل روش SECA

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در قدم اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: بی‌مقیاس سازی ماتریس تصمیم‌گیری

ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل داده شده با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، با استفاده از روش خطی بی‌مقیاس شده و ماتریس N_D ایجاد می‌شود.
نکته: در این مرحله تمامی شاخص‌ها به شاخص‌هایی با ماهیت مثبت تبدیل می‌شوند.

قدم سوم: تعیین تنوع بین شاخصی

به منظور تعیین تنوع بین شاخصی باید همبستگی بین هر جفت از شاخص‌ها محاسبه شود بدین منظور از رابطه‌ی زیر می‌توان درجه اختلاف^۱ (π_j) بین یک شاخص و سایر شاخص‌ها را محاسبه کرد.

$$r_{jl} = \frac{m(\sum_{j,l=1}^n n_j n_l) - (\sum_{j=1}^n n_j)(\sum_{l=1}^n n_l)}{\sqrt{\left((m \sum_{j=1}^n n_j)^2 - (\sum_{j=1}^n n_j)^2\right)} \sqrt{\left((m \sum_{l=1}^n n_l)^2 - (\sum_{l=1}^n n_l)^2\right)}} \quad m = \text{تعداد گزینه‌ها}$$

$$\pi_j = \sum_{l=1}^n (1 - r_{jl}) \quad n = \text{تعداد معیارها}$$

^۱ Degree of Conflict

قدم چهارم: تعیین تنوع درون شاخصی

افزایش تغییرپذیری در بردار یک معیار (σ_j) و همچنین افزایش میزان درجه اختلاف میان یک شاخص و سایر شاخص‌ها (π_j) ، اهمیت (وزن) آن شاخص را افزایش می‌دهد بدین منظور از طریق رابطه‌ی زیر افزایش تغییرپذیری در بردار یک معیار (σ_j) را می‌توان محاسبه کرد.

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (n_{ij} - \bar{n}_j)^2} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

تذکر: $\bar{n}_j$ نشان‌دهنده‌ی میانگین هر معیار است.

سپس مقادیر نرمال شده σ_j و π_j یعنی σ_j^N ، π_j^N به عنوان نقاط مرجع برای وزن شاخص‌ها تعریف می‌شود و از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_j^N = \frac{\sigma_j}{\sum_{l=1}^n \sigma_l}$$

$$\pi_j^N = \frac{\pi_j}{\sum_{l=1}^m \pi_l}$$

قدم پنجم: تشکیل مدل بهینه‌سازی مسئله

بنابراین مدل ریاضی چندهدفه غیرخطی به صورت زیر تشکیل می‌شود. در این مدل، معادله $Max S_i$ ، عملکرد کلی هر گزینه را افزایش می‌دهد و معادلات $Min \lambda_b$ و $Min \lambda_c$ ، انحراف معیارهای وزن را از نقاط مرجع برای هر شاخص به حداقل می‌رساند.

$$Max S_i = \sum_{j=1}^n w_j n_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$Min \lambda_b = \sum_{j=1}^n (w_j - \sigma_j^N)^2$$

$$Min \lambda_c = \sum_{j=1}^n (w_j - \pi_j^N)^2$$

$$s. t. \sum_{j=1}^m w_j = 1$$

$$w_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$w_j \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, n$$

لازم به ذکر است که ε یک پارامتر مثبت کوچک در نظر گرفته می‌شود.

به منظور بهینه‌سازی مدل بالا، با استفاده از برخی تکنیک‌های بهینه‌سازی چند هدفه می‌توان مدل را به صورت روابط زیر تبدیل کنیم.

$$\max z = \lambda_a - \beta(\lambda_b + \lambda_c)$$

$$s. t.$$

$$\lambda_a \leq S_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$S_i = \sum_{j=1}^n w_j n_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_b = \sum_{j=1}^n (w_j - \sigma_j^N)^2$$

$$\lambda_c = \sum_{j=1}^n (w_j - \pi_j^N)^2$$

$$\sum_{j=1}^m w_j = 1$$

$$w_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$w_j \geq \varepsilon \quad j = 1, 2, \dots, n$$

در مدل بالا حداقل امتیاز کلی عملکرد گزینه‌ها (λ_a) به حداکثر می‌رسد. از آنجا که انحراف از نقاط مرجع باید حداقل باشد، آنها از عملکرد هدف با ضریب β ($\beta \geq 0$) تفریق می‌شوند، این ضریب بر اهمیت دستیابی به نقاط مرجع معیارهای وزن تاثیر می‌گذارد. در نهایت نمره عملکرد کلی هر گزینه (S_i) و وزن هدف هر شاخص (w_j) با حل مدل بالا تعیین می‌شود.

۱۹-۳) مثال

با توجه به اطلاعات ماتریس تصمیم‌گیری زیر وزن اهمیت شاخص‌ها و عملکرد کلی هر گزینه را با روش SECA تعیین کنید.

جدول ۱۹-۱: ماتریس تصمیم‌گیری

شاخص گزینه	C_1 (+)	C_2 (+)	C_3 (+)	C_4 (-)	C_5 (-)
A_1	۲۳	۲۶۴	۲/۳۷	۰/۰۵	۱۶۷
A_2	۲۰	۲۲۰	۲/۲	۰/۰۴	۱۷۱
A_3	۱۷	۲۳۱	۱/۹۸	۰/۱۵	۱۹۲
A_4	۱۲	۲۱۰	۱/۷۳	۰/۲	۱۹۵
A_5	۱۵	۲۴۳	۲	۰/۱۴	۱۸۷
A_6	۱۴	۲۲۲	۱/۸۹	۰/۱۳	۱۸۰
A_7	۲۱	۲۶۲	۲/۴۳	۰/۰۶	۱۶۰
A_8	۲۰	۲۵۶	۲/۶	۰/۰۷	۱۶۳
A_9	۱۹	۲۶۶	۲/۱	۰/۰۶	۱۵۷
A_{10}	۸	۲۱۸	۱/۹۴	۰/۱۱	۱۹۰

حل:

قدم اول و دوم: در ابتدا لازم است داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی شود که در صورت مسئله آورده شده است سپس ماتریس تصمیم‌گیری به روش خطی بی‌مقیاس می‌شود که در جدول ۱۹-۲ آورده شده است.

جدول ۱۹-۲: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری

شاخص گزینه	C_1 (+)	C_2 (+)	C_3 (+)	C_4 (+)	C_5 (+)
A_1	۱	۰/۹۹۲	۰/۹۱۲	۰/۸	۰/۹۴
A_2	۰/۸۷	۰/۸۲۷	۰/۸۴۶	۱	۰/۹۱۸
A_3	۰/۷۳۹	۰/۸۶۸	۰/۷۶۲	۰/۲۶۷	۰/۸۱۸
A_4	۰/۵۲۲	۰/۷۸۹	۰/۶۶۵	۰/۲	۰/۸۰۵
A_5	۰/۶۵۲	۰/۹۱۴	۰/۷۶۹	۰/۲۸۶	۰/۸۴
A_6	۰/۶۰۹	۰/۸۳۵	۰/۷۲۷	۰/۳۰۸	۰/۸۷۲
A_7	۰/۹۱۳	۰/۹۸۵	۰/۹۳۵	۰/۶۶۷	۰/۹۸۱
A_8	۰/۸۷	۰/۹۶۲	۱	۰/۵۷۱	۰/۹۶۳
A_9	۰/۸۲۶	۱	۰/۸۰۸	۰/۶۶۷	۱
A_{10}	۰/۳۴۸	۰/۸۲	۰/۷۴۶	۰/۳۶۴	۰/۸۲۶

قدم سوم: در قدم سوم به منظور تعیین تنوع بین شاخصی، همبستگی بین هر جفت از شاخص‌ها محاسبه می‌شود که برای نمونه همبستگی میان شاخص اول و دوم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r_{12} = \frac{10((1 \times 0/992) + \dots + (0/652 \times 0/914)) - ((1 + \dots + 0/652) \times (0/992 + \dots + 0/914))}{\sqrt{((10 \times (1^2 + \dots + 0/652^2)) - (1 + \dots + 0/652)^2)} \sqrt{((10 \times (0/992^2 + \dots + 0/914^2)) - (0/992 \times \dots \times 0/914)^2)}} \\ = 0/743$$

سایر محاسبات به صورت مشابه انجام می‌شود که نتایج آن در ماتریس زیر نشان داده شده است.

$$r_{jl} = \begin{bmatrix} 0 & 0/743 & 0/783 & 0/741 & 0/771 \\ 0/743 & 0 & 0/74 & 0/45 & 0/811 \\ 0/783 & 0/74 & 0 & 0/673 & 0/785 \\ 0/741 & 0/45 & 0/673 & 0 & 0/752 \\ 0/771 & 0/811 & 0/785 & 0/752 & 0 \end{bmatrix}$$

سپس درجه اختلاف (π_j) میان شاخص‌ها مطابق آنچه در جدول ۱۹-۳ آورده شده است، محاسبه می‌شود.

به عنوان نمونه π_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi_1 = (1 - 0/743) + (1 - 0/783) + (1 - 0/741) + (1 - 0/771) = 0/962$$

جدول ۱۹-۳: درجه اختلاف (π_j) میان شاخص‌ها

شاخص	درجه اختلاف (π_j)
C_1	۰/۹۶۲
C_2	۱/۲۵۶
C_3	۱/۰۱۸
C_4	۱/۳۸۵
C_5	۰/۸۸۱

قدم چهارم: به منظور تعیین تنوع درون شاخصی میزان تغییرپذیری در بردار یک معیار (σ_j) مطابق آنچه در جدول ۴-۱۹ آورده شده است، محاسبه می‌شود.
به عنوان نمونه σ_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{n}_1 = \frac{1 + 0/87 + 0/739 + \dots + 0/348}{10} = 0/735$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{10} \times ((1 - 0/735)^2 + \dots + (0/348 - 0/735)^2)} = 0/191$$

جدول ۴-۱۹: میزان تغییرپذیری در بردار یک معیار (σ_j)

شاخص	میزان تغییرپذیری در بردار یک معیار (σ_j)
C_1	۰/۱۹۱
C_2	۰/۰۷۷
C_3	۰/۰۹۹
C_4	۰/۲۵۴
C_5	۰/۰۶۹

سپس مقادیر نرمال شده σ_j و π_j مطابق آنچه در جدول ۵-۱۹ آورده شده است، محاسبه می‌شود
و به عنوان نقاط مرجع برای وزن شاخص‌ها تعریف می‌شود.
به عنوان نمونه σ_1^N و π_1^N به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\pi_1^N = \frac{0/962}{(0/962 + \dots + 0/881)} = 0/175$$

$$\sigma_1^N = \frac{0/191}{(0/191 + \dots + 0/069)} = 0/277$$

جدول ۱۹-۵: مقادیر نرمال شده π_j و σ_j^N

شاخص	π_j^N	σ_j^N
C_1	۰/۱۷۵	۰/۲۷۷
C_2	۰/۲۲۸	۰/۱۱۱
C_3	۰/۱۸۵	۰/۱۴۴
C_4	۰/۲۵۲	۰/۳۶۸
C_5	۰/۱۶۰	۰/۱

قدم پنجم: به منظور تعیین وزن‌های بهینه هر شاخص (w_j) و نمره عملکرد کلی هر گزینه (S_j)، مسئله به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود. لازم به ذکر است که مقدار β با توجه به نظر خبره ۰/۲ در نظر گرفته شده است.

$$\max z = \lambda_a - 0.2(\lambda_b + \lambda_c)$$

$$s.t. \quad \lambda_a - (w_1 + 0.992w_2 + 0.912w_3 + 0.8w_4 + 0.94w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.87w_1 + 0.827w_2 + 0.846w_3 + w_4 + 0.918w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.739w_1 + 0.868w_2 + 0.762w_3 + 0.267w_4 + 0.818w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.522w_1 + 0.789w_2 + 0.665w_3 + 0.2w_4 + 0.805w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.652w_1 + 0.914w_2 + 0.769w_3 + 0.286w_4 + 0.84w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.609w_1 + 0.835w_2 + 0.727w_3 + 0.308w_4 + 0.872w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.913w_1 + 0.985w_2 + 0.935w_3 + 0.667w_4 + 0.981w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.87w_1 + 0.962w_2 + w_3 + 0.571w_4 + 0.963w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.826w_1 + w_2 + 0.808w_3 + 0.667w_4 + w_5) \leq 0$$

$$\lambda_a - (0.368w_1 + 0.82w_2 + 0.746w_3 + 0.364w_4 + 0.826w_5) \leq 0$$

$$\lambda_b - ((w_1 - 0.277)^2 + (w_2 - 0.111)^2 + (w_3 - 0.144)^2 + (w_4 - 0.368)^2 + (w_5 - 0.1)^2) = 0$$

$$\lambda_c - ((w_1 - 0.175)^2 + (w_2 - 0.228)^2 + (w_3 - 0.185)^2 + (w_4 - 0.252)^2 + (w_5 - 0.160)^2) = 0$$

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 1$$

$$w_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$w_j \geq 0.003 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

لازم به ذکر است در این مثال مقدار ϵ برابر با 0.003 در نظر گرفته شده است. پس از حل مدل در اکسل جواب‌های بهینه مطابق جدول ۱۹-۶ بدست می‌آید.

جدول ۱۹-۶: نتایج حل مدل

0.003	w_1
0.865	w_2
0.003	w_3
0.003	w_4
0.126	w_5
0.748	λ_a
0	λ_b
0	λ_c

در نهایت براساس وزن‌های بدست آمده شاخص‌ها براساس w_j و گزینه‌ها براساس S_i مطابق جدول ۱۹-۷ و ۱۹-۸ رتبه‌بندی می‌شوند.

جدول ۱۹-۷: رتبه‌بندی شاخص‌ها

شاخص	رتبه
C_1	۳
C_2	۱
C_3	۳
C_4	۳
C_5	۲

به عنوان نمونه S_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_1 = (0/003 \times 1) + (0/865 \times 0/992) + (0/003 \times 0/912) + (0/003 \times 0/8) + (0/126 \times 0/94) = 0/985$$

جدول ۱۹-۸: رتبه‌بندی گزینه‌ها

گزینه	S_i	رتبه
A_1	۰/۹۸۵	۲
A_2	۰/۸۳۹	۷
A_3	۰/۸۵۹	۶
A_4	۰/۷۸۸	۱۰
A_5	۰/۹۰۲	۵
A_6	۰/۸۳۷	۸
A_7	۰/۹۸۳	۳
A_8	۰/۹۶۱	۴
A_9	۲/۹۹۷	۱
A_{10}	۰/۸۱۸	۹

منابع

- Keshavarz-Ghorabae, M., Amiri, M., Zavadskas, E. K., Turskis, Z., and Antucheviciene, J. (۲۰۱۸). “Simultaneous evaluation of criteria and alternatives (SECA) for multi-criteria decision-making”. Informatica, Vol. ۲۹, No. ۲, pp. ۲۶۵-۲۸۰.

21 Methods

SWARA 20

بخش بیستم: روش تحلیل نسبت ارزیابی وزن دهی تدریجی^۱

۲۰-۱) مقدمه

روش سوارا اولین بار توسط کرسولاین^۲ به همراه زاوادسکاس و تورسکیس^۳ در سال ۲۰۱۰ معرفی شد. روش سوارا یکی از روش‌های جدید در تخمین و ارزیابی وزن‌هاست که در آن خبرگان نقش مهمی در ارزیابی و محاسبه وزن‌ها دارند، بنابراین این روش در مواردی که اولویت معیارها مشخص است، می‌تواند مفید واقع شود. استفاده از روش سوارا، به عنوان یکی از روش‌های تصمیم‌گیری گروهی، در تصمیم‌گیری‌های سطح بالا و بسیار مهم که بر اساس توافق جمعی میان کارشناسان صورت می‌گیرد، توصیه شده است. این روش قابل فهم و ساده است و در مقایسه با روش‌هایی مانند AHP و ANP تعداد مقایسات زوجی کمتری دارد.

^۱ Step Wise Weight Assessment Ratio Analysis

^۲ Keršulienė

^۳ Turskis

۲۰-۲) مراحل روش SWARA

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری

در مرحله‌ی اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود.

قدم دوم: تعیین رتبه هر یک از شاخص‌ها

در این مرحله رتبه هر یک از شاخص‌ها با توجه به نظر هر یک از خبرگان تعیین شده و هر خبره مهمترین معیار را با اولویت خودش تعیین می‌کند. امتیازدهی در بازه‌ی صفر تا یک انجام می‌شود. بدین صورت که، به مهم‌ترین معیار رتبه ۱ و به کم اهمیت‌ترین معیار، آخرین رتبه را اختصاص می‌دهند.

قدم سوم: محاسبه میانگین مجموع رتبه‌های هر معیار

میانگین مجموع امتیازات اختصاص داده شده به هر معیار توسط خبرگان در این گام محاسبه می‌شود. بدین صورت که مجموع امتیازات اختصاص داده شده به هر معیار محاسبه و بر تعداد خبرگان تقسیم می‌شود.

قدم چهارم: تعیین اهمیت نسبی هر معیار (S_j)

ابتدا با توجه به ارزش متوسط رتبه‌های گروهی به دست آمده از خبرگان، معیارها به صورت نزولی مرتب می‌شوند. سپس با مقایسه دو به دو میانگین امتیازمعیارها، اهمیت نسبی هر شاخص محاسبه می‌شود. در واقع شاخص S_j نشان می‌دهد که معیار j چقدر از معیار $j+1$ مهمتر است.

نکته: شاخص S_j را می‌توان با محاسبه‌ی اختلاف ارزش متوسط، میان دو معیار تعیین کرد.

قدم پنجم: محاسبه ضریب K_j

در این قدم با توجه به S_j محاسبه شده در گام چهارم، ضریب هر شاخص محاسبه می‌شود. اولین معیار ضریب یک را به خود اختصاص می‌دهد و ضریب سایر گزینه‌ها بر اساس رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$K_j = S_j + 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

قدم نهم: محاسبه وزن اولیه هر معیار

در این قدم وزن اولیه هر معیار توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود. باید به این نکته توجه داشت که وزن معیار اول برابر با یک است.

$$Q_j = \frac{Q_{j-1}}{K_j} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

قدم دهم: محاسبه وزن نرمال نهایی

در آخرین قدم از روش SWARA وزن نهایی شاخص‌ها با نرمال سازی شاخص‌ها به روش خطی مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$q_j = \frac{Q_j}{\sum Q_j} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

۲۰-۳) مثال:

یک شرکت قصد دارد کارشناس برنامه‌ریزی نیروی انسانی استخدام کند. بدین منظور ۴ معیار به عنوان معیارهایی جهت استخدام در نظر گرفته شده است. مطابق با جدول ۲۰-۱ امتیاز هریک از شاخص‌ها توسط خبرگان مشخص شده است و میانگین مجموع امتیازات برای هریک از شاخص‌ها آورده شده است.

جدول ۲۰-۱: امتیاز شاخص‌ها با استفاده از نظر خبرگان

میانگین مجموع امتیازات	خبره ۴	خبره ۳	خبره ۲	خبره ۱	خبرگان شاخص‌ها
۰/۹۶	۰/۹۵	۱	۰/۹	۱	دانش
۰/۶۷	۰/۷۵	۰/۷	۰/۶۵	۰/۶	ویژگی‌های عمومی
۰/۹	۱	۰/۸	۰/۸۵	۰/۹۵	توانمندی
۰/۸۴	۰/۷	۰/۸۵	۱	۰/۸	مهارت

همچنین اهمیت نسبی هر شاخص نیز با توجه به میانگین مجموع امتیازات محاسبه شده برای هر معیار در جدول ۲۰-۲ نشان داده شده است:

جدول ۲۰-۲: اهمیت شاخص‌ها با استفاده از نظر خبرگان

	دانش	توانمندی	مهارت	ویژگی‌های عمومی
S_j	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۷	

به منظور تعیین وزن هریک از شاخص‌ها از روش سوارا استفاده نمایید.

حل:

قدم اول تا چهارم براساس نظرات خبرگان محاسبه شده.

قدم پنجم: در قدم پنجم اهمیت هر معیار نسبت به معیارهای قبلی مشخص شده و ضریب K_j محاسبه می‌شود.

جدول ۲۰-۳: محاسبه ضریب K_j

شاخص‌ها	K_j
دانش	۱
توانمندی	۱/۰۶
مهارت	۱/۰۶
ویژگی‌های عمومی	۱/۱۷

قدم هشتم: وزن اولیه هر معیار در این گام محاسبه می‌شود. برای نمونه Q_2 به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$Q_2 = \frac{1}{1/0.6} = 0/94$$

جدول ۲۰-۴: محاسبه وزن اولیه هر معیار

شاخص‌ها	Q_j
دانش	۱
توانمندی	۰/۹۴
مهارت	۰/۸۹
ویژگی‌های عمومی	۰/۷۶

قدم هفتم: در آخرین قدم وزن نهایی شاخص‌ها با نرمال‌سازی شاخص‌ها محاسبه می‌شود و رتبه‌بندی نهایی انجام می‌شود. به عنوان نمونه Q_1 به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$q_1 = \frac{1}{3/59} = 0/28$$

جدول ۲۰-۵: محاسبه وزن نهایی گزینه‌ها و رتبه‌بندی

شاخص‌ها	q_j	رتبه
دانش	۰/۲۸	۱
توانمندی	۰/۲۶	۲
مهارت	۰/۲۵	۳
ویژگی‌های عمومی	۰/۲۱	۴

منابع

- صفری، حسین. کاظمی، عالیہ. مهرپور لایقی، احمد. (۱۳۹۷)، ارزیابی عملکرد مناطق عملیاتی شرکت انتقال گاز با استفاده از روش ترکیبی DEA-SWARA-WASPAS. مطالعات مدیریت صنعتی، سال شانزدهم، شماره ۴۹، صفحه ۱۷۱-۱۳۹.

- فضلی، صفر. جماعتی تفتی، ریحانه. (۱۳۹۶)، پیش پردازش تصمیم‌گیری چند شاخصه با استفاده از داده کاوی (مطالعه موردی: انتخاب لجستیک شخص ثالث در برون سپاری خدمات وارانتهی یک شرکت تولیدی تجهیزات الکترونیکی. پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری، دوره ۲، شماره ۳، صفحه ۲۳۹-۲۱۵.
- حیدری دهویی، جلیل. محمدی، نوید. ونکی، امیرسالار. غفاری، سینا. (۱۳۹۵)، انتخاب روش مناسب برای پیش‌بینی تکنولوژی موتور هواپیمای ایران ۱۴۰. مدیریت توسعه فناوری، دوره چهارم، شماره ۳، صفحه ۱۹۴-۱۶۳.
- غلامرضا جمالی. (۱۳۹۳)، پیش‌بینی سهم بازار و احتمال ابقا و جابه‌جایی مشتریان بانک‌های شهر بوشهر: مقایسه‌ی تحلیلی نتایج روش‌های زنجیره‌ی مارکوف و SWARA. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال یازدهم، شماره ۴، صفحه ۸۷-۷۵.
- Yücenur, G.N., Çaylak, Ş., Gönül, G. and Postalcioglu, M. (۲۰۲۰). "An integrated solution with SWARA&COPRAS methods in renewable energy production: City selection for biogas facility". Renewable Energy, Vol. ۱۴۵, pp. ۲۵۸۷-۲۵۹۷.
- Prajapati, H., Kant, R. and Shankar, R. (۲۰۱۹). "Prioritizing the solutions of reverse logistics implementation to mitigate its barriers: A hybrid modified SWARA and WASPAS approach". Journal of Cleaner Production Vol. ۲۴۰, PP. ۱-۱۵.
- Keršulienė, V., Zavadskas, E.K. and Turskis, Z., (۲۰۱۰). "Selection of rational dispute resolution method by applying new step-wise weight assessment ratio analysis (SWARA)". Journal of business economics and management, Vol. ۱۱, No. ۲, pp. ۲۴۳-۲۵۸.

21 Methods



بخش بیست و یکم: روش تعیین یکپارچه وزن اهداف^۱

۲۱-۱) مقدمه

روش تعیین یکپارچه وزن اهداف که هدف آن محاسبه وزن عوامل پژوهش است، اولین بار توسط زاوادسکاس و پادوزکو^۲ در سال ۲۰۱۶ معرفی شد. این روش از ترکیب دو روش آنتروپی^۳ و شاخص تاثیر از دست رفته^۴ (CILOS)، جهت تعیین میزان تاثیر نسبی از دست رفته یک شاخص و همچنین وزن شاخص‌ها، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع در روش تعیین یکپارچه وزن اهداف کاستی‌های یک روش با مزایای روش دیگر جبران می‌شود.

^۱ Integrated Determination of Objective Criteria Weight (IDOCRIW)

^۲ Zavadskas and Podvezko

^۳ Entropy

^۴ Criterion Impact LOS

۲-۲۱) IDOCRIW مراحل روش

مراحل انجام این روش به صورت زیر می‌باشد:

قدم اول: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری و کمی کردن شاخص‌ها

در قدم اول ماتریس تصمیم‌گیری (A) با گزینه‌ها و شاخص‌های مربوطه تشکیل می‌شود و سپس داده‌های ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود.

قدم دوم: بی‌مقیاس سازی ماتریس تصمیم‌گیری

ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل داده شده با توجه به این که شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، با استفاده از روش خطی بی‌مقیاس شده و ماتریس N_D ایجاد می‌شود.

قدم سوم: محاسبه شاخص آنترופی هر شاخص

در این قدم شاخص آنترופی برای هر یک از شاخص‌ها مطابق رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

m برابر تعداد گزینه‌ها می‌باشد

$$E_j = -k \sum_{i=1}^m n_{ij} \ln n_{ij} \quad 0 \leq E_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = \frac{1}{\ln m}$$

قدم چهارم: محاسبه‌ی درجه‌ی انحراف هر شاخص

در قدم چهارم درجه انحراف هر شاخص با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود، درجه‌ی انحراف میزان اثر هر شاخص در تصمیم‌گیری را مشخص می‌کند.

$$d_j = 1 - E_j \quad 0 \leq d_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

قدم پنجم: محاسبه وزن شاخص‌ها

در قدم پنجم وزن هر شاخص با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود. این قدم انتهای روش آنترופی شانون است.

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^m d_j} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \sum_{j=1}^m w_j = 1$$

قدم ششم: تشکیل ماتریس مربعات (k)

در قدم ششم ابتدا به کمک روش بی‌مقیاس‌سازی خطی شاخص‌های منفی به شاخص‌هایی با ماهیت مثبت تبدیل می‌شوند سپس به منظور بی‌مقیاس‌سازی کل درایه‌های ماتریس و با توجه به اینکه شاخص‌ها دارای مقیاس‌های متفاوتی هستند، ماتریس تصمیم‌گیری با استفاده از روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود و ماتریس N_D ایجاد می‌شود و سپس ماتریس مربعات k تشکیل می‌شود. ماتریس k یک ماتریس مربع $n \times n$ است که درایه‌های سطر j ام ماتریس k مربوط به مقادیر سطر آن گزینه‌ای است که در ماتریس بی‌مقیاس شده N_D بیشترین مقدار را در شاخص j ام دارد.

نکته: اگر دو عدد ماکسیمم در دو ستون مختلف در یک ردیف قرار گیرند، در آن صورت دو ردیف تکراری در ماتریس k خواهیم داشت.

نکته: اگر در یک شاخص مقدار ماکزیمم بیش از یکی باشد، جواب چندگانه خواهیم داشت.

قدم هفتم: تشکیل ماتریس تاثیرات نسبی از دست رفته.

با توجه به مقادیر به دست آمده از مرحله قبل، ماتریس تاثیرات نسبی از دست رفته از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$p_{ij} = \frac{v_j - k_{ji}}{v_j} = \frac{k_{ii} - k_{ji}}{k_{ii}}$$

v_j نشان‌دهنده‌ی ماکزیمم مقدار ستون j ام در ماتریس بی‌مقیاس شده است و k_{ji} نشان‌دهنده‌ی عناصر قطر اصلی ماتریس مربعات k است، بنابراین $v_j = k_{ii}$. k_{ji} درایه‌های مربوط به ستون j است.

نکته: در ماتریس P ، قطر اصلی همواره صفر است.

قدم هشتم: تشکیل ماتریس سیستم اوزان (F).

در این قدم ماتریس سیستم اوزان را تشکیل می‌دهیم. با توجه به مقادیر p_{ij} که از مرحله قبل به دست آمده است ماتریس سیستم اوزان را ایجاد می‌کنیم.

$$F = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^m p_{i1} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & -\sum_{i=1}^m p_{i2} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & -\sum_{i=1}^m p_{im} \end{bmatrix}$$

قدم نهم: محاسبه وزن هر شاخص (q).

در این گام وزن هر شاخص (q) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود. با حل معادله زیر، وزن شاخص‌ها ($q_1, q_2, \dots, q_n$) تعیین می‌گردد.

$$F \times \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_n \end{bmatrix} = 0, \quad \sum_{j=1}^m q_j = 1$$

قدم دهم: محاسبه وزن ادغامی شاخص‌ها

باتوجه به مقادیر q و w که در گام‌های قبل محاسبه شدند مقادیر وزن ادغامی شاخص‌ها، با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$w_j = \frac{q_j w_j}{\sum_{j=1}^m q_j w_j}$$

۲۱-۳) مثال

وزارت نیرو برای احداث یک سد در غرب کشور سه راه حل را پیش رو دارد. با توجه به آن، برای انتخاب بهترین راه حل شاخص‌هایی را در نظر گرفته است و بر مبنای این شاخص‌ها ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شد که در جدول ۱-۲۱ نشان داده شده است:

جدول ۱-۲۱: ماتریس تصمیم‌گیری جهت احداث سد

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (-)
بدون پیمانکار	۳	متوسط	خیلی خوب	۲۴۰۰۰	خیلی زیاد
پیمانکار داخلی	۱/۲	خوب	متوسط	۲۵۰۰۰	زیاد
پیمانکار خارجی	۱/۵	خیلی خوب	بد	۳۲۰۰۰	کم

با توجه به ماتریس تصمیم‌گیری تشکیل شده و با استفاده از روش IDOCRIW به تعیین وزن اهمیت شاخص‌ها پردازید.

حل:

قدم اول: در ابتدا ماتریس تصمیم‌گیری کمی می‌شود و بدین منظور از طیف ساعتی استفاده می‌شود. بایستی به این نکته توجه شود که دو عامل سختی کار و هزینه شاخص‌های منفی در نظر گرفته می‌شود. ماتریس تصمیم‌گیری کمی در جدول ۲-۲۱ نشان داده شده است:

جدول ۲۱-۲: ماتریس تصمیم‌گیری جهت احداث سد با داده‌های کمی

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۳	۵	۹	۲۴۰۰۰	۱
پیمانکار داخلی	۱/۲	۷	۵	۲۵۰۰۰	۳
پیمانکار خارجی	۱/۵	۹	۳	۳۲۰۰۰	۷

قدم دوم: سپس ماتریس ۲۱-۲ با استفاده از روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود. نتایج حاصل از ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس در جدول ۲۱-۳ نشان داده شده است:

جدول ۲۱-۳: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری جهت احداث سد

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۰/۵۲۶	۰/۲۳۸	۰/۵۲۹	۰/۲۹۶	۰/۰۹۱
پیمانکار داخلی	۰/۲۱۱	۰/۳۳۳	۰/۲۹۴	۰/۳۰۹	۰/۲۷۳
پیمانکار خارجی	۰/۲۶۳	۰/۴۲۹	۰/۱۷۶	۰/۳۹۵	۰/۶۳۶

قدم سوم و چهارم: در این قدم مقدار شاخص E_j برای هریک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود و در نهایت مقدار d_j بدست می‌آید که در جدول ۴-۲۱ آمده است:

به عنوان نمونه مقدار شاخص $E_{\text{هزینه}}$ و $d_{\text{هزینه}}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$k = \frac{1}{\ln 3} = 0/910$$

$$E_{\text{هزینه}} = -0/910 \left((0/526 \times \ln 0/526) + (0/211 \times \ln 0/211) + (0/263 \times \ln 0/263) \right) = 0/926$$

$$d_{\text{هزینه}} = 1 - 0/926 = 0/074$$

جدول ۴-۲۱: مقادیر شاخص‌های آنتروپی

هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
E_j	0/926	0/974	0/912	0/992
d_j	0/074	0/026	0/088	0/008
	0/783			0/217

قدم پنجم: در قدم پنجم مقدار W_j برای هریک از شاخص‌ها محاسبه می‌شود که در جدول ۴-۲۱-۵ نشان داده می‌شود.

برای نمونه مقدار $W_{\text{هزینه}}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$W_{\text{هزینه}} = \frac{0/074}{0/074 + 0/026 + 0/088 + 0/008 + 0/217} = 0/179$$

جدول ۵-۲۱: وزن نهایی شاخص‌ها

هزینه (-)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
۰/۱۷۹	۰/۰۶۳	۰/۲۱۳	۰/۰۱۹	۰/۵۲۵
W_j				

در قدم پنجم روش آنتروپی به پایان می‌رسد.

قدم ششم: در این قدم به منظور تشکیل ماتریس مربعات ابتدا معیارهای منفی ماتریس ۵-۲۱ به معیارهای مثبت تبدیل می‌شوند که در جدول ۶-۲۱ نشان داده شده است.

جدول ۶-۲۱: تبدیل معیارهای منفی به مثبت

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (+)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۰/۴	۵	۹	۲۴۰۰۰	۱
پیمانکار داخلی	۱	۷	۵	۲۵۰۰۰	۰/۳۳۳
پیمانکار خارجی	۰/۸	۹	۳	۳۲۰۰۰	۰/۱۴۳

پس از مثبت شدن تمامی معیارها، ماتریس ۶-۲۱ با استفاده از روش مستقیم بی‌مقیاس می‌شود. نتایج

حاصل از ماتریس تصمیم‌گیری بی‌مقیاس در جدول ۷-۲۱ نشان داده شده است:

جدول ۷-۲۱: ماتریس بی‌مقیاس تصمیم‌گیری جهت احداث سد

شاخص‌ها گزینه‌ها	هزینه (+)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
بدون پیمانکار	۰/۱۸۲	۰/۲۳۸	۰/۵۲۹	۰/۲۹۶	۰/۶۷۷
پیمانکار داخلی	۰/۴۵۴	۰/۳۳۳	۰/۲۹۴	۰/۳۰۹	۰/۲۲۵
پیمانکار خارجی	۰/۳۶۴	۰/۴۲۹	۰/۱۷۶	۰/۳۹۵	۰/۰۹۷

سپس براساس ماتریس ۷-۲۱، ماتریس مربعات k تشکیل داده می‌شود.

به عنوان نمونه سطر اول ماتریس k مربوط به مقادیر سطر دوم ماتریس بی‌مقیاس شده است زیرا گزینه‌ی دوم در شاخص اول (n_{21}) دارای بیشترین مقدار است.

$$k = \begin{bmatrix} ۰/۴۵۴ & ۰/۳۳۳ & ۰/۲۹۴ & ۰/۳۰۹ & ۰/۲۲۵ \\ ۰/۳۶۴ & ۰/۴۲۹ & ۰/۱۷۶ & ۰/۳۹۵ & ۰/۰۹۷ \\ ۰/۱۸۲ & ۰/۲۳۸ & ۰/۵۲۹ & ۰/۲۹۶ & ۰/۶۷۷ \\ ۰/۳۶۴ & ۰/۴۲۹ & ۰/۱۷۶ & ۰/۳۹۵ & ۰/۰۹۷ \\ ۰/۱۸۲ & ۰/۲۳۸ & ۰/۵۲۹ & ۰/۲۹۶ & ۰/۶۷۷ \end{bmatrix}$$

قدم هفتم: در این مرحله ماتریس تاثیرات نسبی (P) از دست رفته تشکیل می‌شود. که برای نمونه P_{11} و P_{21} ماتریس P به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{11} = \frac{۰/۴۵۴ - ۰/۴۵۴}{۰/۴۵۴} = ۰ \quad P_{21} = \frac{۰/۴۵۴ - ۰/۳۶۴}{۰/۴۵۴} = ۰/۱۹۸$$

$$P = \begin{bmatrix} ۰ & ۰/۲۲۴ & ۰/۴۴۴ & ۰/۲۱۷ & ۰/۶۶۷ \\ ۰/۱۹۸ & ۰ & ۰/۶۶۷ & ۰ & ۰/۸۵۷ \\ ۰/۵۹۹ & ۰/۴۴۵ & ۰ & ۰/۲۵۰ & ۰ \\ ۰/۱۹۸ & ۰ & ۰/۶۶۷ & ۰ & ۰/۸۵۷ \\ ۰/۵۹۹ & ۰/۴۴۵ & ۰ & ۰/۲۵۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

قدم هشتم: در این مرحله با توجه به مقادیر p_{ij} که از قدم قبل به دست آمده است ماتریس سیستم اوزان (F) را تشکیل می‌دهیم.

به عنوان نمونه f_{11} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{11} = -(۰/۱۹۸ + ۰/۵۹۹ + ۰/۱۹۸ + ۰/۵۹۹) = -۱/۵۹۴$$

$$F = \begin{bmatrix} -1/594 & 0/224 & 0/444 & 0/217 & 0/667 \\ 0/198 & -1/114 & 0/667 & 0 & 0/857 \\ 0/599 & 0/445 & -1/778 & 0/250 & 0 \\ 0/198 & 0 & 0/667 & -0/717 & 0/857 \\ 0/599 & 0/445 & 0 & 0/250 & -2/381 \end{bmatrix}$$

قدم نهم: در این مرحله وزن هر شاخص با حل دستگاه معادله $Fq^T = 0$ محاسبه می‌گردد.

$$-1/594q_1 + 0/224q_2 + 0/444q_3 + 0/217q_4 + 0/667q_5 = 0$$

$$0/198q_1 - 1/114q_2 + 0/667q_3 + 0/857q_5 = 0$$

$$0/599q_1 + 0/445q_2 - 1/778q_3 + 0/250q_4 = 0$$

$$0/198q_1 + 0/667q_3 - 0/717q_4 + 0/857q_5 = 0$$

$$0/599q_1 + 0/445q_2 + 0/250q_4 - 2/381q_5 = 0$$

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 = 1$$

بنابراین با حل این دستگاه معادلات مقادیر q_j ها محاسبه می‌شود که به صورت زیر می‌باشد:

$$q_1 = 0/164 \quad q_2 = 0/204 \quad q_3 = 0/154 \quad q_4 = 0/363 \quad q_5 = 0/115$$

قدم دهم: در این مرحله وزن ادغامی شاخص‌ها محاسبه می‌شود. برای نمونه W_1 به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$w_1 = \frac{(0/164 \times 0/179)}{(0/164 \times 0/179) + (0/204 \times 0/063) + (0/154 \times 0/213) + (0/363 \times 0/019) + (0/115 \times 0/525)} = 0/206$$

جدول ۲۱-۸: وزن ادغامی شاخص‌ها

هزینه (+)	استحکام (+)	وجهه ملی (+)	ظرفیت (+)	سختی کار (+)
۰/۲۰۶	۰/۰۹۰	۰/۲۳۰	۰/۰۴۸	۰/۴۲۴
W _j				

منابع

- Alinezhad, A., and Khalili, J. (۲۰۱۹). "IDOCRIW Method. In New Methods and Applications in Multiple Attribute Decision Making (MADM)". Springer, Cham, pp. ۱۳۳-۱۴۱.
- Zavadskas, E. K., and Podvezko, V. (۲۰۱۶). "Integrated determination of objective criteria weights in MCDM". International Journal of Information Technology & Decision Making, Vol. ۱۵, No. ۲, pp. ۲۶۷-۲۸۳.
- Vinogradova, I., Podvezko, V., and Zavadskas, E. (۲۰۱۸). "The recalculation of the weights of criteria in MCDM methods using the bayes approach". Symmetry, Vol. ۱۰, No. ۶, pp. ۱-۱۸.
- Zavadskas, E., Cavallaro, F., Podvezko, V., Ubarte, I., and Kaklauskas, A. (۲۰۱۷). "MCDM assessment of a healthy and safe built environment according to sustainable development principles: A practical neighborhood approach in Vilnius". Sustainability, Vol. ۹, No. ۵, pp. ۱-۳۰.
- Čereška, A., Podviezko, A., and Zavadskas, E. (۲۰۱۸). "Assessment of Different Metal Screw Joint Parameters by Using Multiple Criteria Analysis Methods". Metals, Vol. ۸, No. ۵, pp. ۱-۱۶.
- Čereška, A., Podvezko, V., & Zavadskas, E. K. (۲۰۱۶). Operating characteristics analysis of rotor systems using MCDM methods. Studies in Informatics and Control, Vol. ۲۵, No. ۱, pp. ۵۹-۶۸.

Quantitative and Applied Methods in Multi Criteria Decision Making

Hadi Shirouyehzad

